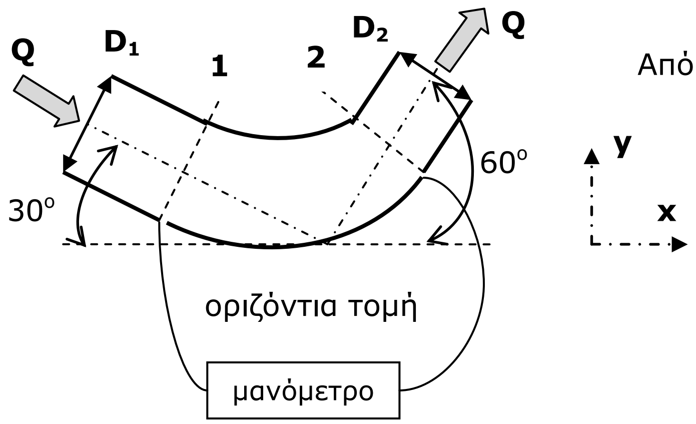
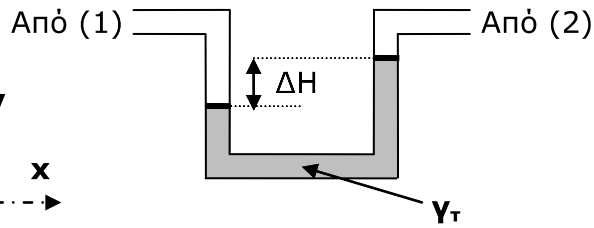
3.1 Παροχή νερού **Q** διοχετεύεται από σωλήνα μεταβλητής διαμέτρου **D** μέσω του οριζόντιου *ειδικού τεμαχίου* του σχήματος. Στα άκρα του *ειδικού τεμαχίου* είναι συνδεδεμένο κατακόρυφο διαφορικό μανόμετρο υγρού με ειδικό βάρος γ_τ.

Ζητείται:
1. Να υπολογιστεί η παροχή **Q**, αν η ένδειξη του μανομέτρου είναι **ΔΗ**.
2. Αν αφαιρεθεί το μανόμετρο και στις θέσεις των δύο άκρων του τοποθετηθούν δύο κατακόρυφοι πιεζομετρικοί σωλήνες, ποιά θα είναι η υψομετρική διαφορά στις στάθμες τους (H_1 - H_2), όπου H_1 και H_2 οι αποστάσεις από τον άξονα του αγωγού;
3. Αν είναι $H_1 = 1{,}25 . H_2$ να υπολογιστεί η δύναμη (κατά μέγεθος και διεύθυνση), η οποία ασκείται στο ειδικό τεμάχιο.

Απώλειες ενέργειας στο *ειδικό τεμάχιο* αμελούνται.
Οι συντελεστές συνόρθωσης να ληφθούν ίσοι με τη μονάδα.

<u>Αριθμητική εφαρμογή</u>: γ_τ= **1,55** t / m^3, D_1= 0,30 m, D_2= 0,20 m, **ΔΗ**= 0,40 m.





Λεπτομέρεια
μανομέτρου
κατακόρυφη τομή

Ροή **υπό πίεση** σε **οριζόντιο ειδικό τεμάχιο** – **αμελητέες απώλειες** ενέργειας - **διαφορικό μανόμετρο, απλό πιεζόμετρο**.
Σχετικές εφαρμογές: <u>5.3.2</u> , <u>5.3.4</u> και <u>5.5.4</u>

- <u>Επιλέγουμε</u> κατάλληλο **όγκο αναφοράς** με διατομές (1) και (2).
- <u>Επιλέγουμε</u> χρηστικό **σύστημα αξόνων** και **οριζόντιο επίπεδο αναφοράς**:
- <u>Καταστρώνουμε</u> το σύνολο των εμπλεκομένων εξισώσεων:

(52γ) → $V_1 \cdot E_1 - V_2 \cdot E_2 = 0$ και $Q_1 = Q_1 = Q$

(57δ) → $H_1 = H_2$ → $\dfrac{p_1}{\gamma} + \dfrac{V_1^2}{2 \cdot g} = \dfrac{p_2}{\gamma} + \dfrac{V_2^2}{2 \cdot g}$

(23) → $\dfrac{p_1 - p_2}{\gamma} = \left(\dfrac{\gamma_\tau}{\gamma} - 1\right) \cdot \Delta H$ (<u>Προσοχή</u>: z=0)

Ερώτηση **1**: <u>Άγνωστα μεγέθη</u>: Q, V_1, V_2, p_1, p_2

- <u>Επιλύουμε</u> το σύστημα: $Q = \left(\dfrac{\pi^2 \cdot g \cdot (\gamma_\tau - \gamma) \cdot \Delta H}{8 \cdot \gamma \cdot \left(\dfrac{1}{D_2^4} - \dfrac{1}{D_1^4} \right)} \right)^{1/2}$ → **Q**= **0,0729** m^3/ s

Ερώτηση **2**: Άγνωστα μεγέθη: $\left(H_1 - H_2\right), p_1, p_2$

$$\left(H_1 - H_2\right) = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \left(\frac{\gamma_\tau}{\gamma} - 1\right) \cdot \Delta H \rightarrow \left(H_1 - H_2\right) = \left(\gamma_\tau - \gamma\right) \cdot \Delta H \rightarrow (\mathbf{H_1 - H_2}) = \mathbf{0{,}22}\ \text{m}$$

(Προσοχή: άλλα τα H_1, H_2 της εξίσωσης ενέργειας και άλλα τα H_1, H_2 της εκφώνησης)

Ερώτηση **3**: Άγνωστα μεγέθη: N_x, N_y, p_1, p_2

$$H_1 = 1{,}25 \cdot H_2 \rightarrow \frac{p_1}{\gamma} = 5 \cdot \left(\gamma_\tau - \gamma\right) \cdot \Delta H \ \text{και}\ \frac{p_2}{\gamma} = 4 \cdot \left(\gamma_\tau - \gamma\right) \cdot \Delta H$$

$$(53\delta) \rightarrow -\rho \cdot Q\left(\vec{V}_1 - \vec{V}_2\right) = \sum_1^2 \left(\vec{F}_{pi}\right) + \vec{F}_g + \vec{N}$$

$$\mathbf{x} \rightarrow -\rho \cdot Q \cdot \left(V_1 \cdot \cos 30^o - V_2 \cdot \cos 60^o\right) = p_1 \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot \cos 30^o - p_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot \cos 60^o + N_x$$

$$N_x = -\frac{4 \cdot \gamma \cdot Q^2}{\pi \cdot g} \cdot \left(\frac{\cos 30^o}{D_1^2} - \frac{\cos 60^o}{D_2^2}\right) - $$
$$- \frac{\pi \cdot \left(\gamma_\tau - \gamma\right) \cdot \Delta H}{4} \cdot \left(5 \cdot D_1^2 \cos 30^o - 4 \cdot D_2^2 \cdot \cos 60^o\right)$$

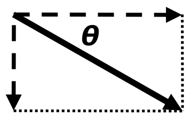
$$\mathbf{y} \rightarrow -\rho \cdot Q \cdot \left(-V_1 \cdot \sin 30^o - V_2 \cdot \sin 60^o\right) = -p_1 \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot \sin 30^o - p_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot \sin 60^o + N_y$$

$$N_y = \frac{4 \cdot \gamma \cdot Q^2}{\pi \cdot g} \cdot \left(\frac{\sin 30^o}{D_1^2} + \frac{\sin 60^o}{D_2^2}\right) + $$
$$+ \frac{\pi \cdot \left(\gamma_\tau - \gamma\right) \cdot \Delta H}{4} \cdot \left(5 \cdot D_1^2 \sin 30^o + 4 \cdot D_2^2 \cdot \sin 60^o\right)$$

→ $\mathbf{N'_x}$= **+ 0,0515** t = **+ 0,506** kN και $\mathbf{N'_y}$= **- 0,0816** t = **- 0,800** kN

→ **N′**= **+ 0,0965** t = **+ 0,947** kN

→ tan θ= - 1,5833 → $\boldsymbol{\theta}$= **- 57,7°**



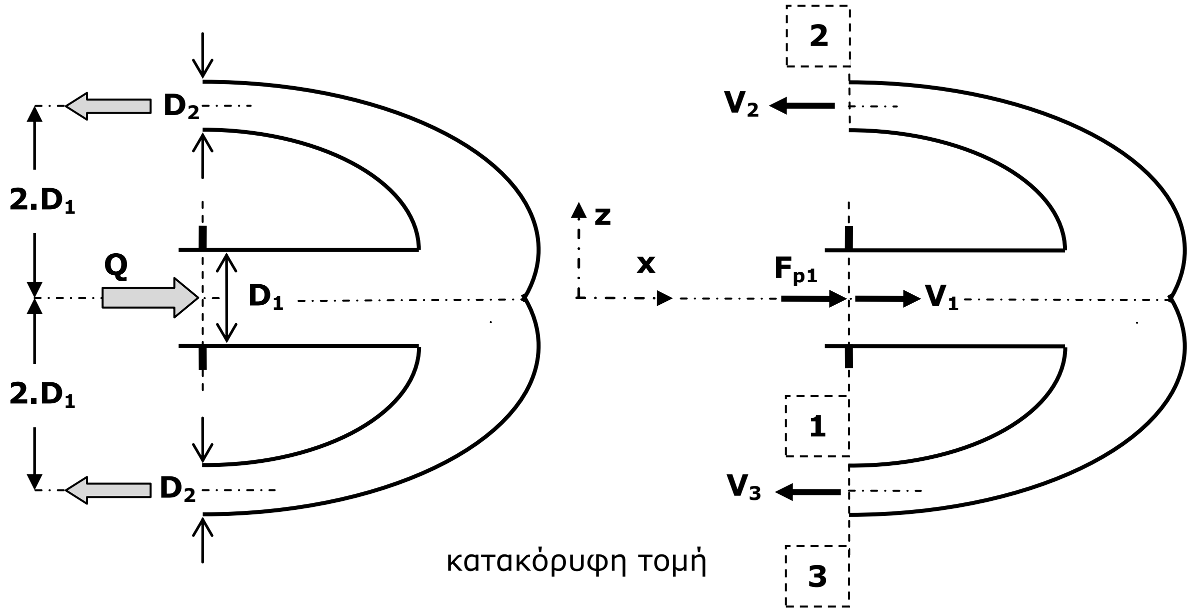
3.2 Παροχή νερού **Q** διοχετεύεται από σωλήνα διαμέτρου $\mathbf{D_1}$ στο συμμετρικό *ειδικό τεμάχιο* του σχήματος, με τελικές διαμέτρους $\mathbf{D_2}$, απ' όπου εκρέει στην ατμόσφαιρα.

Να υπολογιστεί η δύναμη κατά τον άξονα **x**, που ασκείται στο *ειδικό τεμάχιο* για την περίπτωση που το *ειδικό τεμάχιο* βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο.

Οι απώλειες ενέργειας στο *ειδικό τεμάχιο* είναι: $\Delta H = \dfrac{V_2^2}{4 \cdot g}$

Οι συντελεστές συνόρθωσης να ληφθούν ίσοι με τη μονάδα.

Αριθμητική εφαρμογή : **Q**= **0,40** m³/ s, $\mathbf{D_1}$= **0,50** m, $\mathbf{D_2}$= **0,30** m.



κατακόρυφη τομή

Ροή **υπό πίεση** σε **κατακόρυφο ειδικό τεμάχιο** – **απώλειες** ενέργειας - **έξοδος** στην **ατμόσφαιρα**.

Σχετικές εφαρμογές: 5.3.3 και 5.3.4

- Επιλέγουμε κατάλληλο **όγκο αναφοράς** με διατομές (1), (2) και (3).
- Επιλέγουμε χρηστικό **σύστημα αξόνων** και **επίπεδο αναφοράς**:
  - Άξονας x, ο άξονας του σωλήνα, άξονας z κατακόρυφος - κάθετος στον x.
  - Επίπεδο αναφοράς οριζόντιο, αυτό το οποίο διέρχεται από τον άξονα x.
- Καταστρώνουμε το σύνολο των εξισώσεων:

(52γ) → $V_1 \cdot E_1 - V_2 \cdot E_2 - V_3 \cdot E_3 = Q - Q_2 - Q_3 = 0$

(57δ) → $H_1 = H_2 + \Delta H_{\alpha(1-2)} = H_3 + \Delta H_{\alpha(1-3)}$

$$\rightarrow \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = 2 \cdot D_1 + \frac{3 \cdot V_2^2}{4 \cdot g}$$

$$\rightarrow \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = -2 \cdot D_1 + \frac{3 \cdot V_3^2}{4 \cdot g}$$

$$\rightarrow 2 \cdot D_1 + \frac{3 \cdot V_2^2}{4 \cdot g} = -2 \cdot D_1 + \frac{3 \cdot V_3^2}{4 \cdot g}$$

(53δ) → $-\rho \cdot \left[\left(\vec{V}_1 \cdot Q \right) - \left(\vec{V}_2 \cdot Q_2 \right) - \left(\vec{V}_3 \cdot Q_3 \right) \right] = \sum_1^3 \left(\vec{F}_{pi} \right) + \vec{F}_g + \vec{N}$

$$\rightarrow -\rho \cdot \left(V_1 \cdot Q + V_2 \cdot Q_2 + V_3 \cdot Q_3 \right) = p_1 \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} + N_x$$

Άγνωστα μεγέθη: $V_2, Q_2, V_3, Q_3, p_1, N_x$

- Επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων:
  - $V_3^2 = \frac{16 \cdot g}{3} \cdot D_1 + V_2^2 \rightarrow (V_3 - V_2) \cdot (V_3 + V_2) = \frac{16 \cdot g}{3} \cdot D_1$
  - $Q - V_2 \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} - V_3 \cdot \frac{\pi \cdot D_3^2}{4} = 0 \rightarrow (V_3 + V_2) = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_2^2}$

$$\rightarrow (V_3 - V_2) = \frac{4 \cdot \pi \cdot g}{3} \cdot \frac{D_1 \cdot D_2^2}{Q} \rightarrow V_3 = \frac{2 \cdot \pi \cdot g}{3} \cdot \frac{D_1 \cdot D_2^2}{Q} + \frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot D_2^2}$$

$$\rightarrow Q_3 = \frac{\pi^2 \cdot g}{6} \cdot \frac{D_1 \cdot D_2^4}{Q} + \frac{Q}{2} \text{ και } Q_2 = Q - Q_3$$

  - $\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\left(\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_1^2}\right)^2}{2 \cdot g} = -2 \cdot D_1 + \frac{3 \cdot \left(\frac{4 \cdot Q_3}{\pi \cdot D_2^2}\right)^2}{4 \cdot g}$

$$\rightarrow p_1 = \gamma \left(-2 \cdot D_1 + \frac{12 \cdot Q_3^2}{\pi^2 \cdot g \cdot D_2^4} - \frac{8 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot g \cdot D_1^4} \right)$$

  - $N_x = -\frac{\gamma}{g} \cdot (V_1 \cdot Q + V_2 \cdot Q_2 + V_3 \cdot Q_3) - p_1 \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4}$

$$\rightarrow N_x = -\frac{4 \cdot \gamma}{\pi \cdot g} \cdot \left(\frac{Q^2}{D_1^2} + \frac{Q_2^2 + Q_3^2}{D_2^2} \right) - p_1 \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4}$$

Αριθμητική εφαρμογή:

Q_2= **0,0366** m^3/s, **Q_3**= **0,3634** m^3/s, **p_1**= **0,809** t/m^2,
N'= **+ 0,4343** t = **+ 4,26** kN

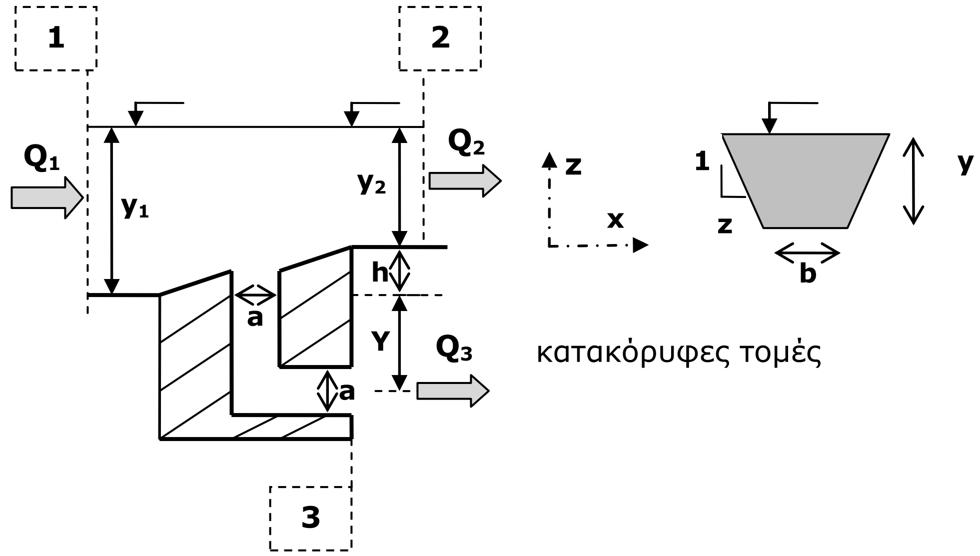
3.3 Παροχή νερού $\mathbf{Q_1}$ διοχετεύεται σε ανοιχτό αγωγό συμμετρικής τραπεζοειδούς διατομής με κλίση πρανών **z** και σταθερό πλάτος **b**. Ο πυθμένας του αγωγού έχει μηδενική κατά μήκος κλίση και σε μία περιοχή υπάρχει ομαλή – βαθμιαία ανύψωση του κατά **h** (*συναρμογή*), ενώ κατάντη της *συναρμογής* συνεχίζει και πάλι οριζόντιος. *Ολίγον* ανάντη και κατάντη της *συναρμογής* εμφανίζονται διατομές ομοιόμορφης ροής όπου μετρήθηκαν τα βάθη ροής: $\mathbf{y_1}$ και $\mathbf{y_2}$ αντιστοίχως.
Η ελεύθερη επιφάνεια παραμένει οριζόντια.
Εις το μέσο της ανύψωσης υπάρχει κλειστός αγωγός ορθογωνικής διατομής **b**.**a**, ο οποίος εκρέει στην ατμόσφαιρα (βλ. σχήμα).

Ζητούνται η διάσταση **a** του αγωγού και η κατακόρυφη απόσταση **Y** του άξονά της στη διατομή εκροής, ώστε η οριζόντια δύναμη η οποία πρέπει να αναληφθεί στη *συναρμογή* από το *ειδικό στοιχείο σκυροδέματος*, να είναι μηδενική.

Απώλειες ενέργειας στη *συναρμογή* αμελούνται.
Οι συντελεστές συνόρθωσης να ληφθούν ίσοι με τη μονάδα.

Αριθμητική εφαρμογή: $\mathbf{Q_1}$= **4,0** m^3/ s, **z**=**1**, **b**= **1,0** m, **h**= **0,05** m.

Στην εκφώνηση παραλείφθηκε κατά λάθος η **δεδομένη τιμή** του βάθους $\mathbf{y_1}$= **1,0** m



κατακόρυφες τομές

Ροή **σύνθετη**: Με **ελεύθερη επιφάνεια** και **υπό πίεση** (**έξοδος** στην **ατμόσφαιρα**) σε **κατακόρυφο ειδικό στοιχείο** – **αμελητέες απώλειες** ενέργειας.
Σχετικές εφαρμογές: 5.3.7 και 5.3.9

- Επιλέγουμε κατάλληλο **όγκο αναφοράς** με διατομές (1), (2) και (3).
- Επιλέγουμε χρηστικό **σύστημα αξόνων** και **επίπεδο αναφοράς**:
  - Άξονας x οριζόντιος, άξονας z κατακόρυφος - κάθετος στον x.
  - Επίπεδο αναφοράς οριζόντιο, διέρχεται από τον πυθμένα στη διατομή (1).
- Καταστρώνουμε το σύνολο των εξισώσεων:

(52γ) → $V_1 \cdot E_1 - V_2 \cdot E_2 - V_3 \cdot E_3 = Q_1 - Q_2 - Q_3 = 0$

(57δ) → $H_1 = H_2 = H_3$

→ $y_1 + \dfrac{V_1^2}{2\cdot g} = h + y_2 + \dfrac{V_2^2}{2\cdot g}$ και → $y_1 + \dfrac{V_1^2}{2\cdot g} = -Y + \dfrac{V_3^2}{2\cdot g}$ (Προσοχή: $y_1 = y_2 + h$)

(53δ) → $-\rho \cdot \left[\left(\vec{V}_1 \cdot Q\right) - \left(\vec{V}_2 \cdot Q_2\right) - \left(\vec{V}_3 \cdot Q_3\right)\right] = \sum_1^3 \left(\vec{F}_{pi}\right) + \vec{F}_g + \vec{N}$

$\rightarrow$ $-\rho \cdot (V_1 \cdot Q_1 - V_2 \cdot Q_2 - V_3 \cdot Q_3) = (\gamma \cdot y_1 \cdot E_1) - (\gamma \cdot y_2 \cdot E_2)$ (<u>Προσοχή</u>: $N_x = 0$)

- <u>Άγνωστα μεγέθη</u>: $E_1, y_1, V_1, E_2, y_1, V_2, Q_2, Q_3, E_3, a, Y$

- <u>Επιλύουμε</u> το σύστημα των εξισώσεων:
  - $E_1 = (b + z \cdot y_1) \cdot y_1$ και $y_1 = \dfrac{(3 \cdot b + 2 \cdot z \cdot y_1) \cdot y_1}{6 \cdot (b + z \cdot y_1)}$

    $E_2 = (b + z \cdot y_2) \cdot y_2$ και $y_2 = \dfrac{(3 \cdot b + 2 \cdot z \cdot y_2) \cdot y_2}{6 \cdot (b + z \cdot y_2)}$, όπου $y_2 = h - y_1$

    $E_3 = b \cdot a$
  - $V_1 = V_2 \rightarrow Q_2 = \dfrac{E_2}{E_1} \cdot Q_1$ και $Q_3 = \left(1 - \dfrac{E_2}{E_1}\right) \cdot Q_1$
  - $Y = \dfrac{V_3^2 - V_1^2}{2 \cdot g} - y_1 \rightarrow Y = \Phi_1(Q_1, y_1, b, z, a)$
  - $\dfrac{Q_3}{g} \cdot (V_3 - V_1) = y_1 \cdot E_1 - y_2 \cdot E_2$

$$\rightarrow \left(1 - \frac{E_2}{E_1}\right)^2 \cdot \frac{Q_1^2}{g} \cdot \left(\frac{1}{b \cdot a} - \frac{1}{E_1 - E_2}\right) = y_1 \cdot E_1 - y_2 \cdot E_2 \rightarrow a = \Phi_2(Q_1, y_1, b, z)$$

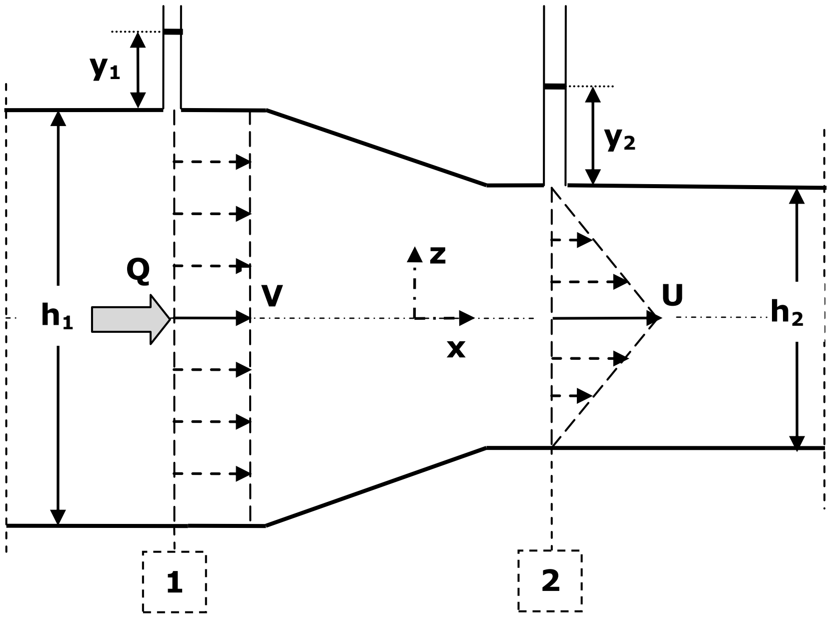
<u>Αριθμητική εφαρμογή</u>: **a**= **0,0567** m, **Y**= **0,1754** m.

3.4 Σε οριζόντια εργαστηριακή σήραγγα ορθογωνικής διατομής με σταθερό πλάτος **b** και μεταβλητό ύψος **h** διοχετεύεται νερό υπό πίεση με γνωστή παροχή **Q**. Οι κατανομές ταχυτήτων *ολίγον* ανάντη (διατομή 1) και κατάντη (διατομή 2) της στένωσης θεωρούμε ότι έχουν δεδομένη *μορφή* (όπως στο σχήμα).
Οι ενδείξεις δύο απλών πιεσόμετρων στις παραπάνω διατομές είναι $\mathbf{y_1}$ και $\mathbf{y_2}$.

Ζητούνται:
1. Οι ταχύτητες **V** και **U** στον άξονα, καθώς και οι μέσες ταχύτητες $\mathbf{V_{\mu 1}}$ και $\mathbf{V_{\mu 2}}$.
2. Η δύναμη **N**, η οποία ασκείται στα τοιχώματα μεταξύ των διατομών 1 και 2.
3. Το ύψος απωλειών ενέργειας **ΔΗ** μεταξύ των διατομών 1 και 2.

Η κατανομή της πίεσης στις διατομές 1 και 2 να ληφθεί ομοιόμορφη.
Οι συντελεστές συνόρθωσης ΔΕΝ είναι μονάδα σε όλες τις διατομές.

Αριθμητική εφαρμογή: **Q**= **2,5** m^3/ s, **b**= **5,0** m, $\mathbf{h_1}$= **1,5** m, $\mathbf{h_2}$= **1,0** m, $\mathbf{y_1}$= **0,4** m, $\mathbf{y_2}$= **0,5** m.



κατακόρυφη τομή

Ροή **υπό πίεση** σε **κατακόρυφο τμήμα** – **απώλειες** ενέργειας –
– **συντελεστές συνόρθωσης** - **απλά πιεζόμετρα**.
Σχετικές εφαρμογές: 5.3.4 και 5.5.7

- Επιλέγουμε κατάλληλο **όγκο αναφοράς** με διατομές (1) και (2).
- Επιλέγουμε χρηστικό **σύστημα αξόνων** και **επίπεδο αναφοράς**:
  - Άξονας x οριζόντιος, άξονας z κατακόρυφος - κάθετος στον x.
- Επίπεδο αναφοράς οριζόντιο, διέρχεται από τον άξονα της σήραγγας.
- Καταστρώνουμε το σύνολο των εξισώσεων:

(52γ) → $V_1 \cdot E_1 - V_2 \cdot E_2 = Q_1 - Q_2 = 0$ (Προσοχή: V_1 και V_2 οι μέσες ταχύτητες)

(57δ) → $H_1 = H_2 + \Delta H_{\alpha(1-2)}$

(53δ) → $-\rho \cdot \left[\left(\beta_1 \cdot \vec{V}_1 \cdot Q_1\right) - \left(\beta_2 \cdot \vec{V}_2 \cdot Q_2\right)\right] = \sum_1^2 \left(\vec{F}_{pi}\right) + \vec{F}_g + \vec{N}$

Άγνωστα μεγέθη: $V_1, V_2, p_1, p_2, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, N_x$

- <u>Επιλύουμε</u> το σύστημα των εξισώσεων:

  - $V_1 = \dfrac{Q}{b \cdot h_1} = V \;\text{και}\; V_2 = \dfrac{Q}{b \cdot h_2} = \dfrac{U}{2}$

  - $\left(y_1 + \dfrac{h_1}{2}\right) + \dfrac{\alpha_1}{2 \cdot g} \cdot \left(\dfrac{Q}{b \cdot h_1}\right)^2 = \left(y_2 + \dfrac{h_2}{2}\right) + \dfrac{\alpha_2}{2 \cdot g} \cdot \left(\dfrac{Q}{b \cdot h_2}\right)^2 + \Delta H_{\alpha(1-2)}$

όπου: $\alpha_1 = 1 \;\text{και}\; \alpha_2 = 2 \rightarrow \Delta H_{\alpha(1-2)} = \left(y_1 - y_2 + \dfrac{h_1 - h_2}{2}\right) + \dfrac{Q^2}{2 \cdot g \cdot b^2} \cdot \left(\dfrac{1}{h_1^2} - \dfrac{2}{h_2^2}\right)$

x $\rightarrow -\dfrac{\gamma}{g} \cdot Q \cdot \left(\beta_1 \cdot V_1 - \beta_2 \cdot V_2\right) = \gamma \cdot \left(y_1 + \dfrac{h_1}{2}\right) \cdot b \cdot h_1 - \gamma \cdot \left(y_2 + \dfrac{h_2}{2}\right) \cdot b \cdot h_2 + N_x$

όπου: $\beta_1 = 1 \;\text{και}\; \beta_2 = \dfrac{4}{3}$

$\rightarrow N_x = -\dfrac{Q^2}{g \cdot b} \cdot \left(\dfrac{1}{h_1} - \dfrac{4}{3 \cdot h_2}\right) - b \cdot \left[\left(y_1 + \dfrac{h_1}{2}\right) \cdot h_1 - \left(y_2 + \dfrac{h_2}{2}\right) \cdot h_2\right]$

<u>Σημείωση</u>: Δεν είναι δυνατό να υπολογίσουμε τον όγκο αναφοράς, άρα και την κατακόρυφη συνιστώσα N_z.

<u>Αριθμητική εφαρμογή</u>:

$V_{\mu1}$= **V**= **0,333** m/ s, **$V_{\mu2}$**= **0,500** m/ s, **U** = **1,000** m/ s,
ΔH= **0,1302** m, **N'_x**= **+ 3,5706** t= **+ 35,03** kN

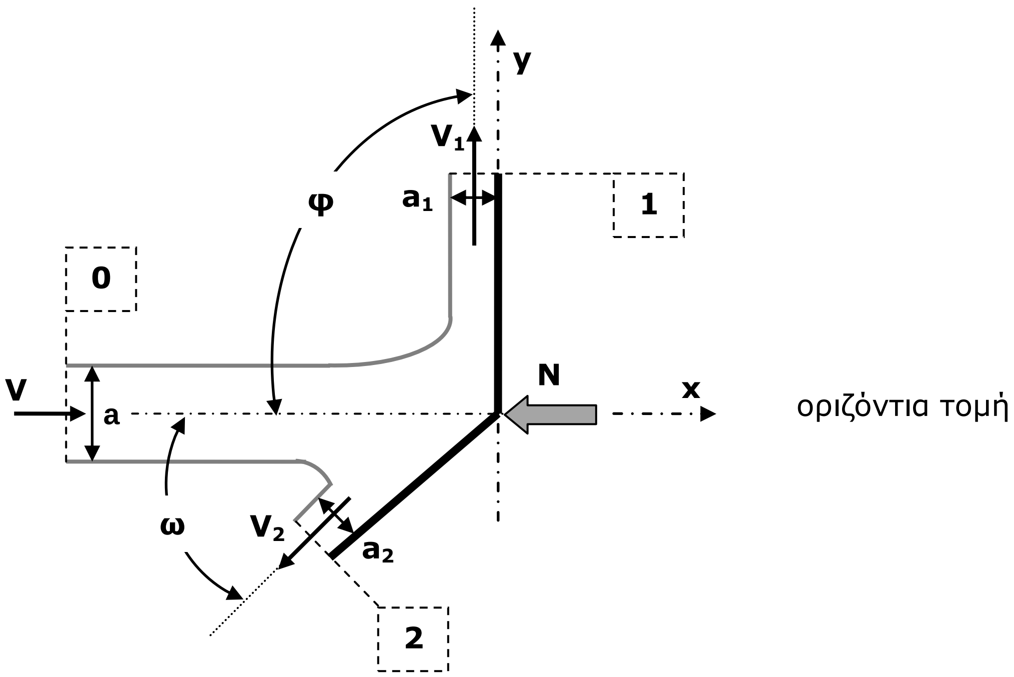
3.5 Δισδιάστατο πτερύγιο σε οριζόντιο επίπεδο δέχεται εκτοξευόμενη δισδιάστατη φλέβα νερού πάχους **a**, με ταχύτητα **V**, υπό γωνίες **φ** και **ω** (βλ. σχήμα).

Με δεδομένο ότι η αντίδραση της στήριξης **N** του πτερυγίου έχει τη διεύθυνση της προσπίπτουσας φλέβας, ζητείται να υπολογιστούν:

1. Τα πάχη των φλεβών $\mathbf{a_1}$ και $\mathbf{a_2}$, συναρτήσει των **a**, **φ** και **ω**.
2. Η αντίδραση της στήριξης **N** (ανά μέτρο πλάτους καθέτως στο οριζόντιο επίπεδο).

Απώλειες ενέργειας στη *συναρμογή* αμελούνται.
Οι συντελεστές συνόρθωσης να ληφθούν ίσοι με τη μονάδα.

Αριθμητική εφαρμογή: **a**= **6** cm, **V**= **5** m / s, **φ**= **90°**, **ω**= **45°**.



Ροή (δισδιάστατη) **φλέβας** – **πρόσκρουση** σε **οριζόντιο πτερύγιο** – **αμελητέες απώλειες** ενέργειας.
Σχετική εφαρμογή: 5.3.10

- Επιλέγουμε κατάλληλο **όγκο αναφοράς** με διατομές (0), (1) και (2).
- Επιλέγουμε χρηστικό **σύστημα αξόνων** και **επίπεδο αναφοράς**:
  - Άξονας x οριζόντιος, άξονας y οριζόντιος - κάθετος στον x.
  - Επίπεδο αναφοράς οριζόντιο, ορίζεται από τους άξονες x και y.
- Καταστρώνουμε το σύνολο των εξισώσεων:

(52γ) → $V \cdot a - V_1 \cdot a_1 - V_2 \cdot a_2 = q_0 - q_1 - q_2 = 0$

(57δ) → $H_0 = H_1 = H_2$

→ $z_1 + \dfrac{p_1}{\gamma} + \dfrac{V_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \dfrac{p_2}{\gamma} + \dfrac{V_2^2}{2 \cdot g}$ και $z_0 + \dfrac{p_0}{\gamma} + \dfrac{V^2}{2 \cdot g} = z_1 + \dfrac{p_1}{\gamma} + \dfrac{V_1^2}{2 \cdot g}$

(53δ) → $-\rho \cdot \left[\left(\vec{V} \cdot q_0 \right) - \left(\vec{V}_1 \cdot q_1 \right) - \left(\vec{V}_2 \cdot q_2 \right) \right] = \sum_1^3 \left(\vec{F}_{pi} \right) + \vec{F}_g - \vec{N}$

Άγνωστα μεγέθη: $q_0, a_1, V_1, q_1, a_2, V_2, q_2, N_x, N_y$

- Επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων:

$$\frac{V_1^2}{2 \cdot g} = \frac{V_2^2}{2 \cdot g} \rightarrow V_1 = V_2 \text{ (Προσοχή: } z_1 = z_2 = 0 \text{ και } p_1 = p_2 = 0\text{)}$$

$$\frac{V^2}{2 \cdot g} = \frac{V_1^2}{2 \cdot g} \rightarrow V = V_1 = V_2 \rightarrow a = a_1 + a_2 \text{ (Προσοχή: } z_0 = 0 \text{ και } p_0 = 0\text{)}$$

Εκφώνηση: *«Η αντίδραση **N** της στήριξης του πτερυγίου έχει τη διεύθυνση της προσπίπτουσας φλέβας»* → **N_y= 0** ♫

y → $V_1 \cdot q_1 \cdot \sin\phi - V_2 \cdot q_2 \cdot \sin\omega = 0$ → $a_1 = \frac{\sin\omega}{\sin\omega + \sin\phi} \cdot a$ και $a_2 = \frac{\sin\phi}{\sin\omega + \sin\phi} \cdot a$

x → $\rho \cdot [V \cdot q_0 \pm V_1 \cdot q_1 \cdot \cos\phi + V_2 \cdot q_2 \cdot \cos\omega] = N_x$

$$\rightarrow N = N_x = \frac{\gamma \cdot V^2 \cdot a}{g} \cdot \left(1 + \frac{(\sin\omega \cdot \cos\phi) + (\sin\phi \cdot \cos\omega)}{\sin\omega + \sin\phi}\right)$$

Αριθμητική εφαρμογή:

V_1= V_2 **=** V= 6,0 m /s

a_1= 2,4853 cm και **a_2= 3,5147** cm

q_0**=** 0,3000 m^2 /s, q_1**=** 0,1243 m^2 /s και q_2**=** 0,1757 m^2 /s

N= + 0,2162 t /m = **+ 2,121** kN /m

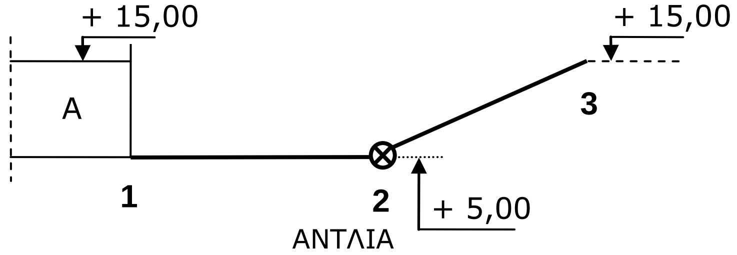
3.6 Από τη δεξαμενή σταθερής στάθμης Α τροφοδοτείται με νερό ο κλειστός κυκλικός αγωγός του σχήματος ενιαίας διαμέτρου **D** με μήκος $\mathbf{L_{13}}$, ο οποίος εκρέει στην ατμόσφαιρα στο σημείο **3**. Στο σημείο **2**, στο μέσο του μήκους του παρεμβάλλεται αντλία (βλ. σχήμα). Οι απώλειες ενέργειας κατά μήκος του αγωγού δίνονται από τη σχέση: $\Delta H_L = 0,01 \cdot \frac{L}{g \cdot D} \cdot V^2$.

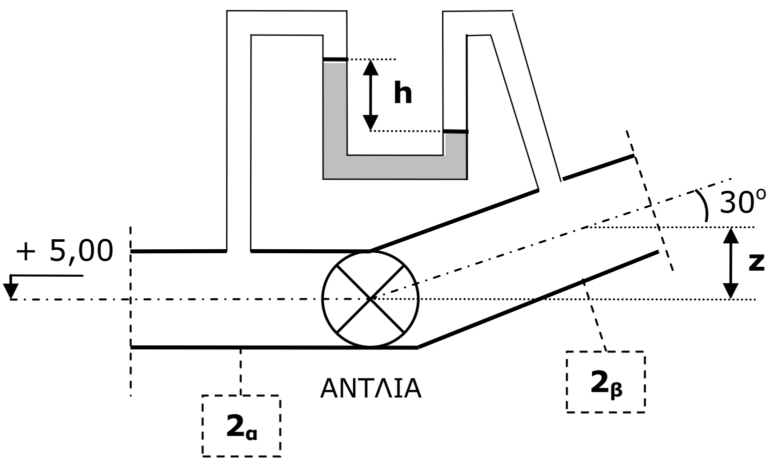
Στις διατομές ($\mathbf{2_\alpha}$) και ($\mathbf{2_\beta}$) ολίγον ανάντη και κατάντη της αντλίας οι οποίες απέχουν κατακόρυφη απόσταση **z**, έχει τοποθετηθεί διαφορικό μανόμετρο το οποίο περιέχει υγρό ειδικού βάρους $\boldsymbol{\gamma_\tau}$ και έχει ένδειξη **h** (βλ. λεπτομέρεια).

Ζητούνται να υπολογιστούν:
1. Το μανομετρικό ύψος $\mathbf{H_\mu}$ της αντλίας.
2. Η παροχή **Q** στον κυκλικό αγωγό.
3. Η οριζόντια δύναμη $\mathbf{N'_x}$, η οποία ασκείται από το νερό στην αντλία.
4. Να χαραχθούν πλήρως (με τα υψόμετρά τους) η Γραμμή ενέργειας και η Πιεζομετρική Γραμμή και να διερευνηθούν ενδεχόμενα προβλήματα από υποπιέσεις.

Θεωρώντας ότι, δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας μεταξύ των διατομών (2_α) και (2_β), διότι η απόσταση μεταξύ τους είναι μικρή, και ότι οι κατανομές των ταχυτήτων και πιέσεων σε αυτές τις διατομές είναι ομοιόμορφες.

<u>Αριθμητική εφαρμογή</u>: **D**= **0,3** m, $\mathbf{L_{13}}$= **350** m, **h**= **0,85** m, **z**= **0,25** m, $\boldsymbol{\gamma_\mu}$= **12,5** t /m^3.

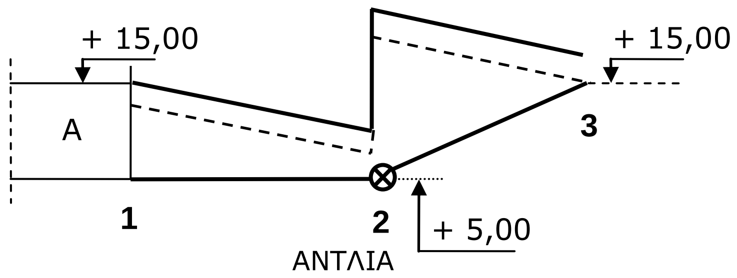




ΛΕΠΤΟΜΕΡΕΙΑ

Ροή **υπό πίεση** σε υδραγωγείο με **εκροή** στην **ατμόσφαιρα** – **απώλειες** ενέργειας - **κατακόρυφο ειδικό τεμάχιο** – **αντλία** – **διαφορικό μανόμετρο**.
Σχετική εφαρμογή: <u>5.5.4</u>

Σημείωση: **Πάντοτε σχεδιάζουμε πρώτα** τις **Γ.Ε. και Π.Γ. ποιοτικά** (*στο περίπου*).



- Εξετάζουμε συνολικά το υδραγωγείο:

(52γ) → $V = \dfrac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2}$, ενιαία σε όλο τον αγωγό 123

(63) → $\left(z_1 - z_3\right) + H_\mu = \Delta H_{L(123)} + \dfrac{V^2}{2 \cdot g} = \left(\dfrac{0,02 \cdot L}{D} + 1\right) \cdot \dfrac{V^2}{2 \cdot g}$

→ $H_\mu = \left(\dfrac{0,02 \cdot L}{D} + 1\right) \cdot \dfrac{8 \cdot Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot D^4}$

→ $Q = \left\{ \dfrac{g \cdot \pi^2 \cdot D^4 \cdot H_\mu}{8 \cdot \left(\dfrac{0,02 \cdot L}{D} + 1\right)} \right\}^{1/2}$

- Εξετάζουμε τον όγκο αναφοράς (2_α) - (2_β):

(52γ) → $V = \dfrac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2}$

(59) → $\left(H_{2\alpha} - H_{2\beta}\right) - H_\mu = 0$

διότι: «*... δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας μεταξύ των διατομών (2_β) και (2_κ)*» ♫

→ $H_\mu = \left(z_{2\alpha} + \dfrac{p_{2\alpha}}{\gamma} + \dfrac{V^2}{2 \cdot g}\right) - \left(z_{2\beta} + \dfrac{p_{2\beta}}{\gamma} + \dfrac{V^2}{2 \cdot g}\right) = z_{2\alpha} - z_{2\beta} + \dfrac{p_{2\alpha} - p_{2\beta}}{\gamma}$

(23) → $\dfrac{p_{2\alpha} - p_{2\beta}}{\gamma} = \left(\dfrac{\gamma_\mu}{\gamma} - 1\right) \cdot h + \Delta z$, όπου: $\Delta z = z_{2\beta} - z_{2\alpha}$

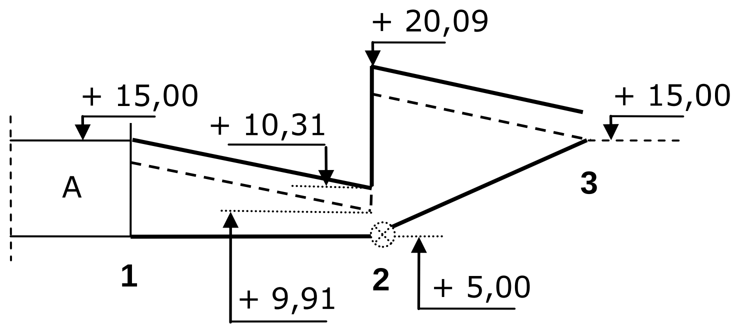
→ $H_\mu = \left(\dfrac{\gamma_\mu}{\gamma} - 1\right) \cdot h$, άρα: $Q = \left\{ \dfrac{g \cdot \pi^2 \cdot D^4 \cdot \left(\dfrac{\gamma_\mu}{\gamma} - 1\right) \cdot h}{8 \cdot \left(\dfrac{0,02 \cdot L}{D} + 1\right)} \right\}^{1/2}$

Αριθμητική εφαρμογή: $\mathbf{H_\mu}$= **9,775** m, **Q**= **0,1984** m^3/s.

- Χαράζουμε τη Γ.Ε. και την Π.Γ.

αγωγός	**Q** [m³/ s]	**D_i** [m]	**L_i** [m]	**V_i** [m / s]	**ΔH_{Li}** [m]	**$V_i^2/2.g$** [m]
(1-2)	**0,1984**	**0,300**	**175**	2,8074	4,6866	0,4017
(2-3)		**0,300**	**175**	2,8074	4,6866	0,4017

κόμβος	**Γ.Ε.** [m]	**Π.Γ.** [m]
0_α	+ 15,00	+ 15,00
0_κ	+ 15,00	+ 14,60
1_α	+ 10,31	+ 9,91
1_κ	+ 20,09	+ 19,69
2	+ 15,40	+ 15,00



Η ελάχιστη πίεση στον αγωγό είναι **0** (στο σημείο 3), <u>δεν υπάρχουν υποπιέσεις</u>!
<u>Σημείωση</u>: Ακόμη και στο *επικίνδυνο* σημείο ανάντη της αντλίας η πίεση είναι θετική.

- Ολοκληρώνουμε την επίλυση

(53δ) → $-\rho \cdot \left[\left(\vec{V}_{2\alpha} \cdot Q\right) - \left(\vec{V}_{2\beta} \cdot Q\right)\right] = \sum_{2\alpha}^{2\beta}\left(\vec{F}_{pi}\right) + \vec{F}_g + \vec{N}$

→ $-\frac{\gamma}{g} \cdot Q \cdot V \cdot (1 - \cos 30^o) = E \cdot \left(p_{2\alpha} - p_{2\beta} \cdot \cos 30^o\right) + N_x$

→ $N_x = -\frac{4 \cdot Q^2}{g \cdot \pi \cdot D^2} \cdot (1 - \cos 30^o) - \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \left(\frac{p_{2\alpha}}{\gamma} - \frac{p_{2\beta}}{\gamma} \cdot \cos 30^o\right)$

<u>Προσοχή</u>: Είναι $\frac{p_{2\alpha}}{\gamma} = 9,91 - 5,00 = 4,91$ και $\frac{p_{2\beta}}{\gamma} = 19,69 - 5,25 = 14,44$

<u>Αριθμητική εφαρμογή</u>: **N'_x= - 0,529** t = **- 5,19** kN.