

2^ο Φυλλάδιο ασκήσεων στις Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις 6-3-14

Δ. Γκιντίδης

Ασκηση 1. Να βρεθεί ο Μετασχηματισμός Laplace των συναρτήσεων:

1. $3t^2 - t^8 - 3e^{3t} - 6\cos(2t)$

2. $f(t) = \begin{cases} t, & 1 \leq t \leq 3, \\ 0, & 0 \leq t < 1, t > 3. \end{cases}$

3. $e^{2t}\cos(5t)$

4. $t^4 H_5(t)$.

Ασκηση 2. Να βρεθεί ο αντίστροφος Μετασχηματισμός Laplace των συναρτήσεων:

1. $\frac{5s+3}{(s-1)(s^2+2s+5)}$

2. $\frac{1}{(s+1)^2(s-5)}$

3. $\frac{1-e^{-s^3}}{s^2+2}$

4. $\frac{s}{(s^2+2^2)^2}$.

Ασκηση 3. Να λυθούν τα Π.Α.Τ.

1. $y'' + 4y = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1, \\ 0, & t > 1 \end{cases}, y(0) = 1, y'(0) = 0.$

2. $y'' - 3y = \begin{cases} t, & 1 \leq t \leq 3, \\ 0, & 0 \leq t < 1, t > 3. \end{cases}, y(0) = 1, y'(0) = 1.$

3. $y'' - 2y' + 12y = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 4, \\ 2, & t > 4. \end{cases}, y(0) = 0, y'(0) = 0.$

Ασκηση 4. Να χρησιμοποιηθεί ο μετασχηματισμός Laplace για να λυθεί η εξίσωση:
 $y(t) = t^2 + \int_0^t \sin(t-u)y(u)du.$