

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Τομέας Δομοστατικής

Ακαδημαϊκό έτος 2010-2011
6^ο εξάμηνο

Μάθημα: Στατική ΙΙΙ (Ανάλυση Ραβδωτών Φορέων – Σύγχρονες Μέθοδοι)
Καρακίτσιος Παναγιώτης Υποψήφιος Διδάκτωρ ΕΜΠ

Οδηγίες - Θέμα Ι

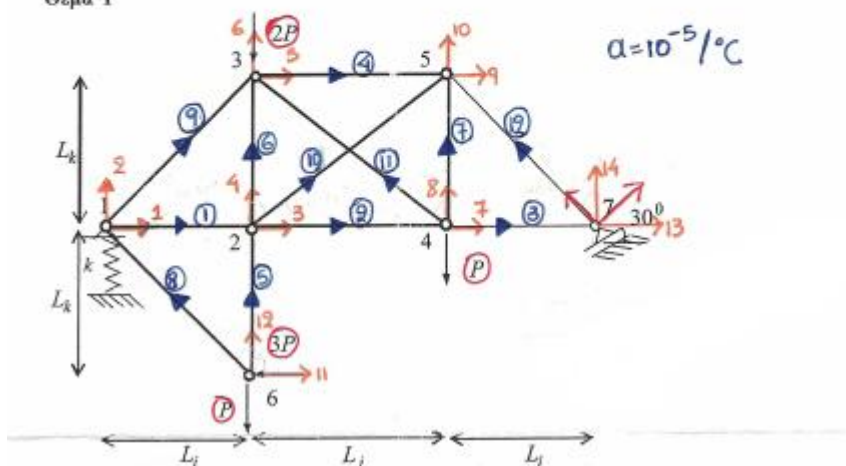
Οι παρακάτω οδηγίες αφορούν στην επίλυση του πρώτου θέματος του μαθήματος της Στατικής ΙΙΙ με το Excel και αφιερώνονται στους προπτυχιακούς φοιτητές που έχουν παρακολουθήσει το μάθημα. Συστήνω να εργάζεστε με μονάδες μέτρησης kN, m, °C. Προσοχή! στις μονάδες μέτρησης!

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ
ΜΑΘΗΜΑ: ΣΤΑΤΙΚΗ ΙΙΙ (Ανάλυση Ραβδωτών Φορέων-Σύγχρονες Μέθοδοι)
ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ: Καθ. Μ. Παπαδρακάκης, Αναπλ. Καθ. Ε. Σαπουντζάκης, Επ. Καθ. Μ. Νεραντζάκη

Ακαδ. έτος 2010-11
6ο εξάμηνο

Διανομή: 28/3/11

Θέμα Ι



Να επιλυθεί το δικτύωμα του σχήματος, για τη δεδομένη εξωτερική φόρτιση, μεταβολή θερμοκρασίας $\Delta T = T - T_0$ και ελαττωματική κατασκευή του μέλους (34) (μικρότερο μήκος του απαιτούμενου κατά 2cm) με τη μέθοδο της άμεσης δυσκαμψίας, ακολουθώντας τα εξής βήματα υπολογισμού:

- Υπολογισμός των μητρώων μετασχηματισμού των στοιχείων.
- Υπολογισμός των μητρώων δυσκαμψίας των στοιχείων στο τοπικό σύστημα αξόνων.
- Υπολογισμός των μητρώων δυσκαμψίας των στοιχείων στο καθολικό σύστημα αξόνων.
- Μόρφωση του ολικού μητρώου δυσκαμψίας του φορέα και τροποποίηση του για την κεκλιμένη στήριξη.
- Αναδιάταξη του μητρώου δυσκαμψίας του φορέα.
- Υπολογισμός των μετατοπίσεων των κόμβων.
- Υπολογισμός των εντατικών μεγεθών των ράβδων του φορέα.
- Υπολογισμός των αντιδράσεων του φορέα.

Δίδονται: $L_1 = 3 + (i-1) \times 0.1m$, $L_2 = 4 + (j-1) \times 0.1m$, $L_3 = 3 + (k-1) \times 0.1m$,

$E = 2.1 \times 10^8 kN/m^2$, $A = 10cm^2$, $P = 100kN$, $T = 30^\circ C$, $T_0 = 10^\circ C$,

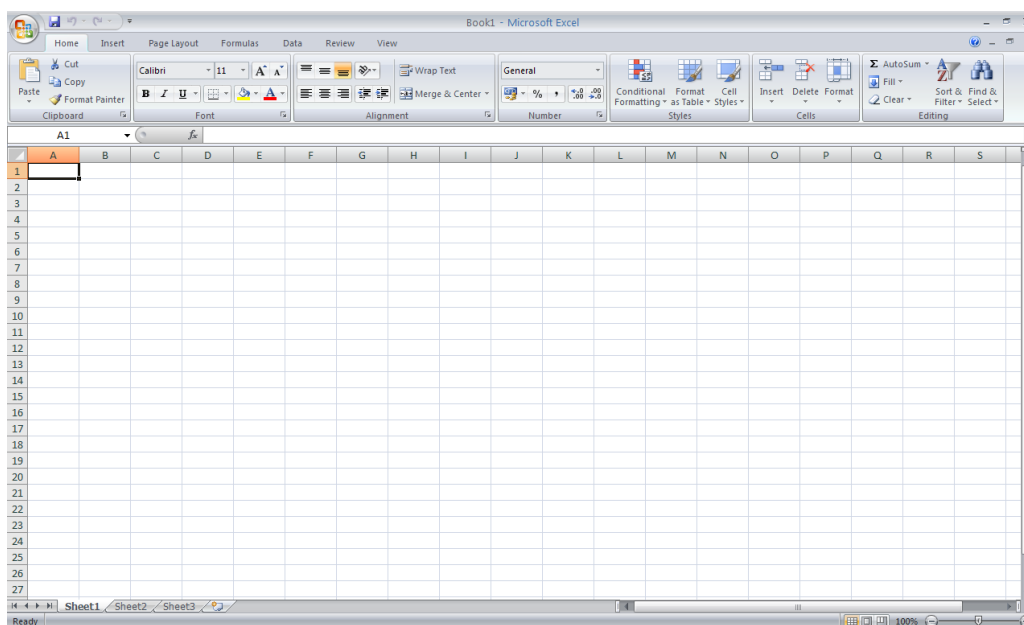
$k = 5000kN/m$.

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΣΠΟΥΔΑΣΤΟΥ			
ΑΤΟΜΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	$i =$	$j =$	$k =$

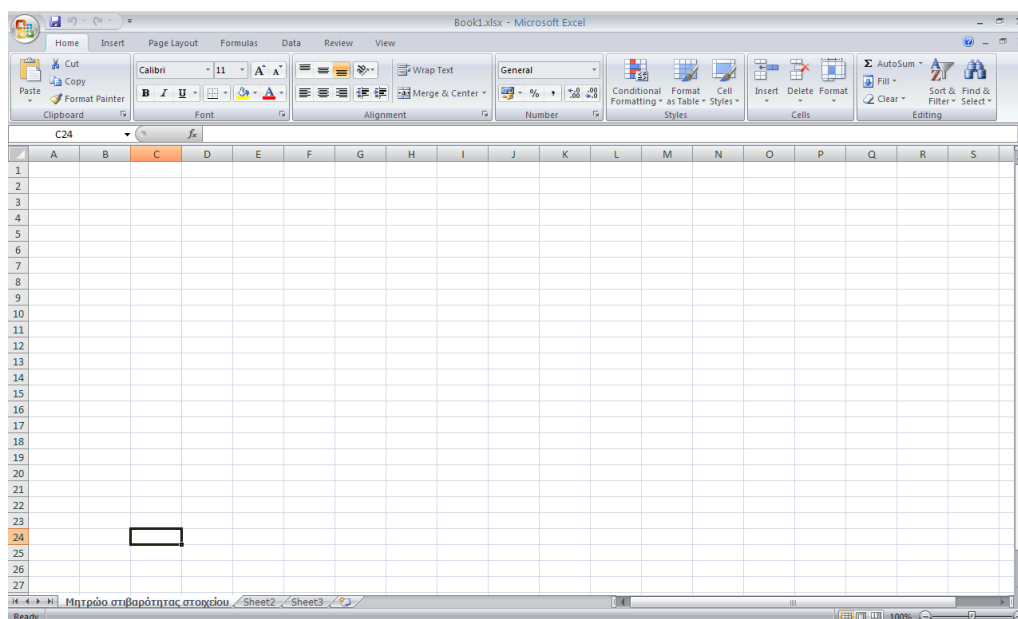
Βήμα 1. Υπολογισμός καθολικού μητρώου στιβαρότητας φορέα

Στην εκφώνηση του θέματος δίνεται η αρίθμηση των κόμβων, καθώς επίσης ο προσανατολισμός και η αρίθμηση των στοιχείων. Το καθολικό σύστημα αξόνων είναι το γνωστό X_1X_2 με τον καθολικό άξονα X_1 οριζόντιο και τον καθολικό άξονα X_2 κατακόρυφο.

- 1) Ανοίγουμε ένα καινούριο αρχείο Excel. Το αρχείο αυτό περιλαμβάνει τρία φύλλα, τα οποία όπως παρατηρούμε στο ακόλουθο σχήμα είναι τα Sheet1, Sheet2, Sheet3.



Με δεξί κλικ πάνω στην ονομασία Sheet1 και στη συνέχεια Rename, μπορούμε να μετονομάσουμε το Sheet1 σε Μητρώο στιβαρότητας στοιχείου.



Στο φύλλο «Μητρώο στιβαρότητας στοιχείου» θα πρέπει σε πρώτη φάση να αναγράψουμε τόσο τα στοιχεία της εκφώνησης όσο και τα ατομικά δεδομένα i , j , k , βάσει των οποίων μπορούμε να υπολογίσουμε τα μήκη L_i , L_j , L_k σύμφωνα με τις σχέσεις που δίνονται στην εκφώνηση. Στο ακόλουθο σχήμα απεικονίζεται ενδεικτικά ο τρόπος υπολογισμού του μήκους L_i .

Δεδομένα			Ατομικά δεδομένα			Μήκη (m)		
2	Μέτρο ελαστικότητας	$E \text{ (kN/m}^2\text{)}$	210.000.000	i	9	$=3*(G2-1)*0,1$		
3	Εμβαδόν διατομής	$A \text{ (m}^2\text{)}$	0,001	j	4	$L_i \text{ (m)}$	4,300	
4	Εξωτερικό φορτίο	$P \text{ (kN)}$	100	k	7	$L_k \text{ (m)}$	3,600	
5	Θερμοκρασία περιβάλλοντος	$T \text{ (}^\circ\text{C)}$	30					
6	Θερμοκρασία μέσης γραμμής	$T_g \text{ (}^\circ\text{C)}$	10					
7	Σταθερά ελατηρίου	$k \text{ (kN/m)}$	5.000					
8	Συντελεστής γραμμικής διαστολής	$\alpha \text{ (}^\circ\text{C)}$	0,00001					
9	Ατέλεια στοιχείου (34)	$\delta \text{ (m)}$	0,02					

- 2) Βρίσκουμε για καθένα από τα συνολικά 13 στοιχεία το μήκος και τις γωνίες ϕ_{11} και ϕ_{12} , οι οποίες είναι οι γωνίες με τις οποίες πρέπει να περιστραφεί ο τοπικός άξονας x_1 του στοιχείου (ο οποίος έχει τη διεύθυνση του αντίστοιχου στοιχείου και φορά όπως δίνεται στην εκφώνηση) προκειμένου να συμπίσει με τον καθολικό άξονα X_1 και τον καθολικό άξονα X_2 αντίστοιχα. Η περιστροφή μπορεί να γίνεται είτε $\Sigma\Delta\Omega$ (ωρολογιακά) είτε $\Lambda\Delta\Omega$ (αντιωρολογιακά), καθώς πρόκειται για συνημίτονο. Αυτό, άλλωστε, είναι και το πλεονέκτημα των συνημίτονων κατεύθυνσης. Προσοχή! Ο προσανατολισμός του στοιχείου επιδρά άμεσα στον υπολογισμό της γωνίας ϕ_{11} .

Στα ακόλουθα σχήματα παρουσιάζονται ενδεικτικά οι εντολές για τον υπολογισμό του μήκους (με πυθαγόρειο θεώρημα) και των γωνιών ϕ_{11} και ϕ_{12} (με τόξο εφαπτομένης) για το στοιχείο 8.

[illegible]

The screenshot shows an Excel spreadsheet titled "Book1.xlsx - Microsoft Excel". The interface includes standard tabs like Home, Insert, Page Layout, Formulas, Data, Review, and View. Below the ribbon, there are toolbars for Paste, Font, Alignment, Number, Conditional Formatting, Styles, Cells, and Editing.

The spreadsheet contains several tables and formulas:

- Formula Bar:** Displays the formula $=90+ATAN(12/14)*180/PI()$.
- Table 1: Δεδομένα (Data)**

	A	B	C
1	Δεδομένα		
2	Μέτρο ελαστικότητας	E (kN/m ²)	210.000.000
3	Εμβαδόν διατομής	A (m ²)	0,001
4	Εξωτερικό φορτίο	P (kN)	100
5	Θερμοκρασία περιβάλλοντος	T (°C)	30
6	Θερμοκρασία μέσης γραμμής	T ₀ (°C)	10
7	Σταθερά ελατηρίου	k (kN/m)	5.000
8	Συντελεστής γραμμικής διαστολής	α (/°C)	0,00001
9	Ατέλεια στοιχείου (34)	δ (m)	0,02
- Table 2: Ατομικά δεδομένα (Individual Data)**

	F	G
1	Ατομικά δεδομένα	
2	i	9
3	j	4
4	k	7
- Table 3: Μήκη (m) (Lengths)**

	I	J
1	Μήκη (m)	
2	L ₁ (m)	3,800
3	L ₁ (m)	4,300
4	L ₂ (m)	3,600
- Table 4: Στοιχεία (Elements)**

	A	B	C
11	Στοιχείο		
12	Μήκος L (m)	Γωνία φ ₂₁ (°)	
13	1	3,800	0
14	2	4,300	0
15	3	3,800	0
16	4	4,300	0
17	5	3,600	90
18	6	3,600	90
19	7	3,600	90
20	8	$=90+ATAN(12/14)*180/PI()$	
21	9	5,235	43,45
22	10	5,608	39,94
23	11	5,608	140,06
24	12	5,235	136,55

Book1.xlsx - Microsoft Excel

Home Insert Page Layout Formulas Data Review View

Paste Cut Copy Format Painter Clipboard Font Alignment Merge & Center Number Conditional Formatting as Table Cell Styles Insert Delete Format Cells AutoSum Sort & Find & Filter Clear Editing

=ATAN(K2/K4)*180/PI()

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	Δεδομένα						Ατομικά δεδομένα			Μήκη (m)						
2	Μέτρο ελαστικότητας	E (kN/m ²)	210.000.000				i	9		L _i (m)	3,800					
3	Εμβαδόν διατομής	A (m ²)	0,001				j	4		L _j (m)	4,300					
4	Εξωτερικό φορτίο	P (kN)	100				k	7		L _k (m)	3,600					
5	Θερμοκρασία περιβάλλοντος	T (°C)	30													
6	Θερμοκρασία μέσης γραμμής	T ₀ (°C)	10													
7	Σταθερά ελατηρίου	k (kN/m)	5.000													
8	Συντελεστής γραμμικής διαστολής	α (/°C)	0,00001													
9	Ατέλεια στοιχείου (34)	δ (m)	0,02													
10																
11		Στοιχείο	Μήκος L (m)	Γωνία φ ₁₁ (°)	Γωνία φ ₁₂ (°)											
12		1	3,800	0	90											
13		2	4,300	0	90											
14		3	3,800	0	90											
15		4	4,300	0	90											
16		5	3,600	90	0											
17		6	3,600	90	0											
18		7	3,600	90	0											
19		8	5,235	=ATAN(K2/K4)*180/PI()												
20		9	5,235	43,45	46,55											
21		10	5,608	39,94	50,06											
22		11	5,608	140,06	50,06											
23		12	5,235	136,55	46,55											
24																
25																

Μητρώο επιβαρότητας στοιχείου Sheet2 Sheet3

- 3) Στη συνέχεια, θα πρέπει να μορφώσουμε το τοπικό μητρώο στιβαρότητας για κάθε στοιχείο. Έχουμε 12 στοιχεία, άρα θα έχουμε και 12 τοπικά μητρώα στιβαρότητας. Το τοπικό μητρώο στιβαρότητας είναι ένα μητρώο 2x2, διότι αναφέρεται σε στοιχείο επίπεδου δικτυώματος (ένας βαθμός ελευθερίας σε κάθε κόμβο, άρα συνολικά 2 βαθμοί ελευθερίας για κάθε στοιχείο).

Το τοπικό μητρώο στιβαρότητας $[k^i]$ του στοιχείου i ($i=1-12$) μπορεί να υπολογιστεί (καθώς γνωρίζετε το μέτρο ελαστικότητας E , το εμβαδόν διατομής A και το μήκος κάθε στοιχείου) από τη σχέση:

$$[k^i_{\text{τοπικό}}]_{(2 \times 2)} = \frac{E \cdot A}{L_i} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Παρακάτω δείχνουμε πως θα πρέπει να είναι το πρώτο φύλλο εργασίας στο οποίο θα υπολογίσετε το τοπικό μητρώο στιβαρότητας. Ενδεικτικά φαίνεται το τοπικό μητρώο στιβαρότητας για το στοιχείο 1 και 2, καθώς επίσης και η εντολή με την οποία υπολογίζεται το k_{11} του στοιχείου 2. Με παρόμοιο τρόπο, μπορούμε να διατυπώσουμε και το αντίστοιχο μητρώο για τα υπόλοιπα 10 στοιχεία.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

Δεδομένα				Ατομικά δεδομένα				Μήκη (m)			
Μέτρο ελαστικότητας	E (kN/m ²)	210.000.000		i	9	L_i (m)	3,800				
Εμβαδόν διατομής	A (m ²)	0,001		j	4	L_j (m)	4,300				
Εξωτερικό φορτίο	P (kN)	100		k	7	L_k (m)	3,600				
Θερμοκρασία περιβάλλοντος	T (°C)	30									
Θερμοκρασία μέσης γραμμής	T_0 (°C)	10									
Σταθερά ελατηρίου	k (kN/m)	5.000									
Συντελεστής γραμμικής διαστολής	α (/°C)	0,00001									
Ατέλεια στοιχείου (34)	δ (m)	0,02									

Στοιχείο	Μήκος L (m)	Γωνία ϕ_{11} (°)	Γωνία ϕ_{12} (°)	Τοπικό μητρώο στιβαρότητας $[k]$ (kN/m)	
1	3,800	0	90		
2	4,300	0	90	55.263,16	-55.263,16
3	3,800	0	90	-55.263,16	55.263,16
4	4,300	0	90		
5	3,600	90	0		
6	3,600	90	0		
7	3,600	90	0		
8	5,235	136,55	46,55		
9	5,235	43,45	46,55		
10	5,608	39,94	50,06		
11	5,608	140,06	50,06		
12	5,235	136,55	46,55		

Formula bar: $=SCS2*SCS3/C13$

- 4) Στη συνέχεια, αφού μορφώσουμε τα συνολικά 12 τοπικά μητρώα στιβαρότητας, θα πρέπει να υπολογίσουμε το μητρώο μετασχηματισμού (το οποίο έχει διαστάσεις 2x4) για κάθε στοιχείο σύμφωνα με τη σχέση:

$$[\Lambda^i]_{(2 \times 4)} = \begin{bmatrix} \cos \phi_{11}^i & \cos \phi_{12}^i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \phi_{11}^i & \cos \phi_{12}^i \end{bmatrix}$$

Έπειτα παρουσιάζεται ενδεικτικά το μητρώο μετασχηματισμού για το στοιχείο 1 και 2 και η εντολή με την οποία υπολογίζεται το λ_{11} του στοιχείου 2. Με παρόμοιο τρόπο, μπορούμε να υπολογίσουμε και το αντίστοιχο μητρώο για τα υπόλοιπα 10 στοιχεία.

Book1.xlsx - Microsoft Excel

HomeInsertPage LayoutFormulasDataReviewView

PasteCutCopyFormat PainterClipboard

11

A

B

U

Font

Wrap Text

Merge & Center

Alignment

Number

%

Number

Conditional Formatting

Format as Table

Cell Styles

Styles

Insert

Delete

Format

Cells

Σ AutoSum

Fill

Clear

Editing

Sort & Filter

Find & Select

IF	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1					Ατομικά δεδομένα			Μήκη (m)										
2	210.000.000				i	9		L_i (m)	3,800									
3	0,001				j	4		L_j (m)	4,300									
4	100				k	7		L_k (m)	3,600									
5	30																	
6	10																	
7	5.000																	
8	0,00001																	
9	0,02																	
10																		
11	Μήκος L (m)	Γωνία Φ_{11} (°)	Γωνία Φ_{22} (°)		Τοπικό μητρώο στιβαρότητας k (kN/m)					Μητρώο μετασχηματισμού Λ								
12	3,800	0	90		Στοιχείο 1					Στοιχείο 1								
13	4,300	0	90					55.263,16	-55.263,16				1,00	0,00	0,00	0,00		
14	3,800	0	90					-55.263,16	55.263,16				0,00	0,00	1,00	0,00		
15	4,300	0	90															
16	3,600	90	0															
17	3,600	90	0															
18	3,600	90	0															
19	5,235	136,55	46,55		Στοιχείο 2					Στοιχείο 2								
20	5,235	43,45	46,55					48.837,21	-48.837,21				=COS(D13/180*PI())	0,00	0,00			
21	5,608	39,94	50,06					-48.837,21	48.837,21				0,00	0,00	1,00	0,00		
22	5,608	140,06	50,06															
23	5,235	136,55	46,55															
24					Στοιχείο 3					Στοιχείο 3								
25								55.263,16	-55.263,16				1,00	0,00	0,00	0,00		
26								-55.263,16	55.263,16				0,00	0,00	1,00	0,00		

14

Μητρώο στιβαρότητας στοιχείου

Sheet2Sheet3

100%

- 5) Το τελευταίο στάδιο του βήματος αυτού είναι ο υπολογισμός του καθολικού μητρώου στιβαρότητας κάθε στοιχείου, το οποίο προκύπτει από τον μητρωικό πολλαπλασιασμό:

$$\begin{bmatrix} k_{\text{καθολικό}}^i \end{bmatrix}_{(4 \times 4)} = \begin{bmatrix} \Lambda^i \end{bmatrix}_{(4 \times 2)}^T \cdot \begin{bmatrix} k_{\text{τοπικό}}^i \end{bmatrix}_{(2 \times 2)} \cdot \begin{bmatrix} \Lambda^i \end{bmatrix}_{(2 \times 4)}$$

Για να το επιτύχουμε αυτό, υπολογίζουμε αρχικά το ανάστροφο του μητρώου μετασχηματισμού $\begin{bmatrix} \Lambda^i \end{bmatrix}^T$, στη συνέχεια ακολουθεί ο πολλαπλασιασμός $\begin{bmatrix} k_{\text{τοπικό}}^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Lambda^i \end{bmatrix}$ και έπειτα ο πολλαπλασιασμός $\begin{bmatrix} \Lambda^i \end{bmatrix}^T \cdot \left(\begin{bmatrix} k_{\text{τοπικό}}^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Lambda^i \end{bmatrix} \right)$.

Στα ακόλουθα σχήματα σας παρουσιάζουμε το μητρώο μετασχηματισμού για το στοιχείο 1 και 2 και τις αντίστοιχες εντολές. Με παρόμοιο τρόπο μπορείτε να υπολογίσετε και το αντίστοιχο μητρώο για τα υπόλοιπα 10 στοιχεία.

Ολοκληρώνοντας το βήμα 1, έχουμε απαντήσει στα ερωτήματα α (Υπολογισμός των μητρώων μετασχηματισμού των στοιχείων), β (Υπολογισμός των μητρώων στιβαρότητας των στοιχείων στο τοπικό σύστημα αξόνων) και γ (Υπολογισμός των μητρώων στιβαρότητας των στοιχείων στο καθολικό σύστημα αξόνων).

The figure consists of three screenshots of Microsoft Excel spreadsheets, each showing a different part of the structural analysis of a bridge deck.

First Screenshot: This spreadsheet shows the input data for the bridge deck. The columns are labeled A through Z, and the rows are numbered 1 through 30. The data is organized into several tables:

- Table 1 (Columns A-D, Rows 1-4):** Contains the deck width (B) and the height of the deck (H).
- Table 2 (Columns E-H, Rows 1-4):** Contains the moment of inertia (I) and the section modulus (S).
- Table 3 (Columns I-L, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 4 (Columns M-P, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 5 (Columns Q-R, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 6 (Columns S-T, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 7 (Columns U-V, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 8 (Columns W-X, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 9 (Columns Y-Z, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).

Second Screenshot: This spreadsheet shows the calculation of the moment of inertia (I) and the section modulus (S). The columns are labeled A through Z, and the rows are numbered 1 through 30. The data is organized into several tables:

- Table 1 (Columns A-D, Rows 1-4):** Contains the deck width (B) and the height of the deck (H).
- Table 2 (Columns E-H, Rows 1-4):** Contains the moment of inertia (I) and the section modulus (S).
- Table 3 (Columns I-L, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 4 (Columns M-P, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 5 (Columns Q-R, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 6 (Columns S-T, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 7 (Columns U-V, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 8 (Columns W-X, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 9 (Columns Y-Z, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).

Third Screenshot: This spreadsheet shows the calculation of the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}). The columns are labeled A through Z, and the rows are numbered 1 through 30. The data is organized into several tables:

- Table 1 (Columns A-D, Rows 1-4):** Contains the deck width (B) and the height of the deck (H).
- Table 2 (Columns E-H, Rows 1-4):** Contains the moment of inertia (I) and the section modulus (S).
- Table 3 (Columns I-L, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 4 (Columns M-P, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 5 (Columns Q-R, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 6 (Columns S-T, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 7 (Columns U-V, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 8 (Columns W-X, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).
- Table 9 (Columns Y-Z, Rows 1-4):** Contains the effective width (B_{eff}) and the effective moment of inertia (I_{eff}).

Βήμα 2. Υπολογισμός ολικού μητρώου στιβαρότητας φορέα

- 1) Μεταβαίνουμε στο φύλλο Sheet2, το οποίο και μετονομάζουμε σε «Ολικό μητρώο στιβαρότητας».
- 2) Μεταφέρουμε τις τιμές της στιβαρότητας από τα καθολικά μητρώα στιβαρότητας των δέκα στοιχείων στις κατάλληλες θέσεις του ολικού μητρώου στιβαρότητας του φορέα. Ενδεικτικά εξετάζουμε την περίπτωση του στοιχείου 1. Το στοιχείο 1 έχει ως κόμβο j τον κόμβο 1 και ως κόμβο k τον κόμβο 2. Το καθολικό μητρώο στιβαρότητας του στοιχείου 1 ισούται με:

$$\begin{bmatrix} k_{\text{καθολικό}}^1 \\ (4 \times 4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{jj}^1 \\ (2 \times 2) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} k_{jk}^1 \\ (2 \times 2) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} k_{kj}^1 \\ (2 \times 2) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} k_{kk}^1 \\ (2 \times 2) \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Λόγω της αντιστοιχίας j-1, k-2, συμπεραίνουμε ότι:

- Το $\begin{bmatrix} k_{jj}^1 \\ (2 \times 2) \end{bmatrix}$ τοποθετείται στη θέση του ολικού μητρώου στιβαρότητας (κόμβος 1, κόμβος 1).
- Το $\begin{bmatrix} k_{jk}^1 \\ (2 \times 2) \end{bmatrix}$ τοποθετείται στη θέση του ολικού μητρώου στιβαρότητας (κόμβος 1, κόμβος 2).
- Το $\begin{bmatrix} k_{kj}^1 \\ (2 \times 2) \end{bmatrix}$ τοποθετείται στη θέση του ολικού μητρώου στιβαρότητας (κόμβος 2, κόμβος 1).
- Το $\begin{bmatrix} k_{kk}^1 \\ (2 \times 2) \end{bmatrix}$ τοποθετείται στη θέση του ολικού μητρώου στιβαρότητας (κόμβος 2, κόμβος 2).

Προκειμένου να μορφώσουμε το ολικό μητρώο στιβαρότητας του φορέα από τα καθολικά μητρώα στιβαρότητας των στοιχείων με τη βοήθεια του Excel, ένας έξυπνος τρόπος είναι να δημιουργήσουμε 12 μητρώα διαστάσεων 14x14 (αντίστοιχα με τα 12 στοιχεία) στα οποία θα μεταφέρουμε μόνο τους δείκτες στιβαρότητας από το καθολικό μητρώο στιβαρότητας του στοιχείου που εξετάζουμε. Το ολικό μητρώο στιβαρότητας θα προκύψει από την άθροιση των 12 αυτών μητρώων.

Στα δύο ακόλουθα σχήματα απεικονίζονται ενδεικτικά τα βοηθητικά αυτά μητρώα για τα στοιχεία 1 και 2, καθώς επίσης και το ολικό μητρώο στιβαρότητας του φορέα, το οποίο προκύπτει από την άθροιση των 12 βοηθητικών μητρώων.

Θέμα Ι.xlsx - Microsoft Excel

IF X ✓ ✗ =Μητρώο στιβαρότητας στοιχείου'ΙAG19

Στοιχείο 1																
	Κόμβος 1	Κόμβος 2	Κόμβος 3	Κόμβος 4	Κόμβος 5	Κόμβος 6	Κόμβος 7									
Κόμβος 1	55263,16	0,00	-55263,16	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 2	-55263,16	0,00	55263,16	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Στοιχείο 2																
	Κόμβος 1	Κόμβος 2	Κόμβος 3	Κόμβος 4	Κόμβος 5	Κόμβος 6	Κόμβος 7									
Κόμβος 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 2	=Μητρώο στιβαρότητας στοιχείου'ΙAG19	0,00	0,00	-48837,21	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 4	0,00	0,00	-48837,21	0,00	0,00	0,00	48837,21	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Μητρώο στιβαρότητας στοιχείου Ολικό μητρώο στιβαρότητας Sheet3

Θέμα Ι.xlsx - Microsoft Excel

IF X ✓ ✗ =SUM(O16;O33;O50;O67;O84;O101;O118;O135;O152;O169;O186;O203)

Ολικό μητρώο στιβαρότητας φορέα (Αρχικό)																
	Κόμβος 1	Κόμβος 2	Κόμβος 3	Κόμβος 4	Κόμβος 5	Κόμβος 6	Κόμβος 7									
Κόμβος 1	97548,58	0,00	-55263,16	0,00	-21142,71	-20029,94	0,00	0,00	0,00	0,00	-21142,71	20029,94	0,00	0,00	20029,94	-18975,73
	0,00	37951,46	0,00	0,00	-20029,94	-18975,73	0,00	0,00	0,00	0,00	20029,94	-18975,73	0,00	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 2	-55263,16	0,00	126115,70	18431,44	0,00	0,00	-48837,21	0,00	-22015,33	-18431,44	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	18431,44	132097,64	0,00	0,00	-58333,33	0,00	0,00	-18431,44	-15430,97	0,00	-58333,33	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 3	-21142,71	-20029,94	0,00	0,00	91995,25	1598,49	-22015,33	18431,44	-48837,21	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-20029,94	-18975,73	0,00	-58333,33	1598,49	92740,03	18431,44	-15430,97	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 4	0,00	0,00	-48837,21	0,00	-22015,33	18431,44	126115,70	-18431,44	0,00	0,00	0,00	0,00	-55263,16	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	18431,44	-15430,97	-18431,44	73764,31	0,00	-58333,33	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 5	0,00	0,00	-22015,33	-18431,44	-48837,21	0,00	0,00	0,00	91995,25	-1598,49	0,00	0,00	-21142,71	20029,94	0,00	0,00
	-21142,71	20029,94	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-58333,33	-1598,49	92740,03	0,00	0,00	20029,94	-18975,73	0,00	0,00
Κόμβος 6	20029,94	-18975,73	0,00	-58333,33	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-20029,94	77309,06	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	76405,87	-20029,94	0,00	0,00
Κόμβος 7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	20029,94	-18975,73	=SUM(O16;O33;O50;O67;O84;O101;O118;O135;O152;O169;O186;O203)			

Μητρώο στιβαρότητας στοιχείου Ολικό μητρώο στιβαρότητας Sheet3

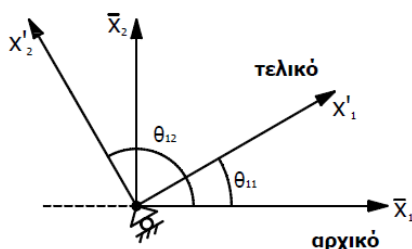
- 3) Τροποποιούμε το ολικό μητρώο στιβαρότητας [K] για το ελατήριο. Αυτό γίνεται με την προσθήκη (πρόσθεση) του δείκτη στιβαρότητας $k=5.000 \text{ kN/m}$ του ελατηρίου στην αντίστοιχη θέση του [K].

	Κόμβος 1	Κόμβος 2	Κόμβος 3	Κόμβος 4	Κόμβος 5	Κόμβος 6	Κόμβος 7
Κόμβος 1	97548,58	0,00	-55263,16	0,00	-21142,71	20029,94	0,00
Κόμβος 2	-55263,16	0,00	126115,70	18431,44	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 3	0,00	126115,70	18431,44	0,00	0,00	0,00	0,00
Κόμβος 4	0,00	18431,44	132097,64	0,00	-58333,33	0,00	-58333,33
Κόμβος 5	-21142,71	20029,94	0,00	0,00	91995,25	1598,49	-22015,33
Κόμβος 6	20029,94	-18975,73	0,00	-58333,33	1598,49	92740,03	0,00
Κόμβος 7	0,00	0,00	0,00	-58333,33	-22015,33	0,00	18431,44

- 4) Τροποποιούμε το ολικό μητρώο στιβαρότητας [K] και για την κεκλιμένη στήριξη. Στην πιο δύσκολη αυτή περίπτωση θα πρέπει αρχικά να δημιουργήσουμε το αντίστοιχο μητρώο μετασχηματισμού.

Για την αντιμετώπιση του ερωτήματος αυτού συμβουλευτείτε τις ακόλουθες 4 σελίδες από τις παραδόσεις του μαθήματος. Προσοχή! Αυτές αναφέρονται στην επίλυση διαφορετικού φορέα από τον ζητούμενο. Θα ακολουθήσετε την ίδια διαδικασία.

Εργαστήριο Στατικής & Αντισεισμικών Ερευνών
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών Ε.Μ.Π.



$$[\Lambda^R] = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^R & \lambda_{12}^R \\ \lambda_{21}^R & \lambda_{22}^R \end{bmatrix}$$

$$\lambda_{11}^R = \cos\theta_{11} = \cos\theta$$

$$\lambda_{12}^R = \cos\theta_{12} = \sin\theta$$

$\lambda_{ij} = \cos\theta_{ij}$, i - καθολικό , j - κύλισης
αρχικό → τελικό

θ_{ij} : η γωνία κατά την οποία πρέπει να στραφεί ο καθολικός (αρχικός) άξονας i ώστε να συμπίπτει με τον άξονα της κύλισης (τελικό) άξονα j

Μ. Παπαδράκης
Στατική ΙΙΙ : Σύγχρονες Μέθοδοι Ανάλυσης Φορέων
38

Εργαστήριο Στατικής & Αντιστοιχικών Ερευνών Σχολή Πολυτεχνικών Μηχανικών Ε.Μ.Π.

Βήμα 6^ο

Τροποποίηση ολικού μητρώου στιβαρότητας του φορέα λόγω λοξής στήριξης
Μόρφωση μητρώου μετασχηματισμού

$$[\Lambda^R] = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^R & \lambda_{12}^R \\ \lambda_{21}^R & \lambda_{22}^R \end{bmatrix}$$

$$\lambda_{11}^R = \cos\theta_{11}$$

$$\lambda_{12}^R = \cos\theta_{12}$$

$\lambda_{ij} = \cos\theta_{ij}$, i - καθολικό , j - κύλισης
αρχικό $\rightarrow$ τελικό

Μ. Παπαδρακάκης Στατική ΙΙΙ : Σύγχρονες Μέθοδοι Αναλύσεως Φορέων

Εργαστήριο Στατικής & Αντιστοιχικών Ερευνών Σχολή Πολυτεχνικών Μηχανικών Ε.Μ.Π.

Βήμα 6^ο

Τροποποίηση ολικού μητρώου στιβαρότητας του φορέα λόγω λοξής στήριξης
Μόρφωση μητρώου μετασχηματισμού

$$[\Lambda^R] = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^R & \lambda_{12}^R \\ \lambda_{21}^R & \lambda_{22}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{11} & \cos\theta_{12} \\ \cos\theta_{21} & \cos\theta_{22} \end{bmatrix}$$

$\theta_{11}=15^\circ, \theta_{12}=105^\circ, \theta_{21}=285^\circ, \theta_{22}=15^\circ$
 $\cos\theta_{11} = 0.966, \cos\theta_{12} = -0.259$
 $\cos\theta_{21} = 0.259, \cos\theta_{22} = 0.966$

$$[\Lambda^R] = \begin{bmatrix} 0.966 & -0.259 \\ 0.259 & 0.966 \end{bmatrix}$$

$$[\Lambda^{R\ tot}] = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda^R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

$$[\bar{K}]' = [\Lambda^{R\ tot}]^T [\bar{K}] [\Lambda^{R\ tot}]$$

Μ. Παπαδρακάκης Στατική ΙΙΙ : Σύγχρονες Μέθοδοι Αναλύσεως Φορέων

Εργαστήριο Στατικής & Αντιστοιχικών Ερευνών Σχολή Πολυτεχνικών Μηχανικών Ε.Μ.Π.

Βήμα 6^ο

Τροποποίηση ολικού μητρώου στιβαρότητας του φορέα λόγω λοξής στήριξης
Μόρφωση μητρώου μετασχηματισμού

Βαθμοί ελευθερίας

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0.966	-0.259	0	0	0	0
4	0	0	-0.259	0.966	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	1	0	0
7	0	0	0	0	0	0	1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	1

$[\Lambda^{R\ tot}] =$

Στη δική μας περίπτωση έχουμε ότι $\theta_{11}=30^\circ$. Επομένως, μπορούμε να υπολογίσουμε βάσει των ανωτέρω το μητρώο μετασχηματισμού $[\Lambda^R]$.

Στη συνέχεια, μορφώνουμε το μητρώο μετασχηματισμού $[\Lambda^{R\ ol}]$ και υπολογίζουμε το τροποποιημένο λόγω κεκλιμένης στήριξης ολικό μητρώο στιβαρότητας του φορέα.

The screenshot displays a complex financial model in Microsoft Excel. The model is organized into several sections, each with a header row. The first section, labeled 'ΕΛΛΑΣ', contains a balance sheet with columns for 'Αξία' (Value), 'Αριθμός' (Number), 'Ποσοστό' (Percentage), and 'Ποσό' (Amount). The second section, labeled 'Λογισμικό', contains an income statement with columns for 'Αξία' (Value), 'Αριθμός' (Number), 'Ποσοστό' (Percentage), and 'Ποσό' (Amount). The third section, labeled 'Ρευστότητα', contains a cash flow statement with columns for 'Αξία' (Value), 'Αριθμός' (Number), 'Ποσοστό' (Percentage), and 'Ποσό' (Amount). The model is built using formulas, with many cells containing numerical values and some cells containing text labels. The Excel interface shows the 'Formulas' tab selected, with the 'Formula Bar' displaying the formula '=MMULT(B262:O275;B279:O292)'. The status bar at the bottom indicates 'Σελίδα: 1 από 1' (Page: 1 of 1).

12

Ολοκληρώνοντας το βήμα 2, έχουμε απαντήσει στα ερωτήματα δ (Μόρφωση του ολικού μητρώου στιβαρότητας του φορέα και τροποποίησή του για την κεκλιμένη στήριξη) και ε (Αναδιάταξη του μητρώου στιβαρότητας του φορέα). Να σημειώσουμε ότι Δ_1 , Δ_2 είναι η μετατόπιση του κόμβου 1 κατά τον καθολικό άξονα X_1 , X_2 αντίστοιχα. Με όμοιο τρόπο ορίζονται και οι υπόλοιπες μετατοπίσεις σύμφωνα με την αρίθμηση των κόμβων που σας έχει δοθεί.

Τέλος, υπολογίζουμε το αντίστροφο του μητρώου $[K_{ff}]$ (το τμήμα του ολικού μητρώου στιβαρότητας με τα άσπρα κελιά, όπως φαίνεται στην αμέσως επόμενη εικόνα, το οποίο αντιστοιχεί στις άγνωστες μετατοπίσεις). Αυτό θα μας χρειαστεί για τον υπολογισμό των μετατοπίσεων στο επόμενο βήμα.

Βήμα 3. Υπολογισμός των μετατοπίσεων των κόμβων και των αντιδράσεων στήριξης

- 1) Μεταβαίνουμε στο φύλλο Sheet3, το οποίο και μετονομάζουμε «Μετατοπίσεις κόμβων».
- 2) Υπολογίζουμε τις δράσεις παγίωσης των στοιχείων του δικτύματος λόγω της θερμοκρασιακής μεταβολής $\Delta T = T - T_0$. Υπολογίζουμε, αρχικά, τη δύναμη P_θ λόγω θερμοκρασιακής μεταβολής σύμφωνα με τη σχέση:

$$P_\theta = E \cdot \alpha \cdot A \cdot \Delta T$$

- 3) Μορφώνουμε το τοπικό διάνυσμα (2x1) δράσεων παγίωσης για καθένα από τα 12 στοιχεία. Οι τοπικές δράσεις παγίωσης οφείλονται τόσο στη θερμοκρασιακή μεταβολή όσο και στην ελαττωματική κατασκευή του μέλους (34). Υπολογίζουμε τις τοπικές δράσεις παγίωσης για κάθε στοιχείο ξεχωριστά και στη συνέχεια τις αθροίζουμε (επαλληλία).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	ΔT (°C)	20															
2	P _θ (kN)	42,00															
3																	
4																	
5																	
6																	
7																	
8																	
9																	
10																	
11																	
12																	
13																	
14																	
15																	
16																	
17																	
18																	
19																	

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	ΔT (°C)	20								
2	P _θ (kN)	42,00								
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										
21										
22										

Εταιρεία Ιχθυό - Microsoft Excel

Home Insert Page Layout Formulas Data Review View

Calibri 11 A

Font

Number

Conditional Formatting Styles

Insert Delete Format

Cells

AutoSum

Find & Select

Editing

IF =MMULT(Μητρώο σταθρότητας στοιχείου\173:174;Μετατοπίσεις κόμβων\167:168)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
52														
53														
54														
55														
56														
57														
58														
59														
60														
61														
62														
63														
64														
65														
66														
67														
68														
69														
70														
71														
72														
73														
74														
75														
76														
77														
78														

Μητρώο σταθρότητας στοιχείου Ολικό μητρώο σταθρότητας Μετατοπίσεις κόμβων

100%

The screenshot displays the Microsoft Excel interface with the following components:

- Title Bar:** Εταιρεία Ιδρυ - Microsoft Excel
- Ribbon Tabs:** Home, Insert, Page Layout, Formulas, Data, Review, View.
- Home Tab Groups:**
 - Clipboard:** Paste, Cut, Copy, Format Painter.
 - Font:** Calibri, size 11, bold, italic, underline, color, background color.
 - Alignment:** Wrap Text, Merge & Center.
 - Number:** General, Number format symbols.
- Other Groups:** Conditional Formatting, Styles, Cell Styles, Insert, Delete, Format Cells, AutoSum, Fill, Clear, Sort & Filter, Editing.
- Name Box:** I70
- Worksheet Grid:** Columns A-N, Rows 52-78. The grid contains data for various items and their costs.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
52														
53														
54			Στοιχείο 9				Στοιχείο 9							
55			Κόμβος 1	42,00			Κόμβος 1	0,00						
56			Κόμβος 3	-42,00			Κόμβος 3	0,00						
57														
58														
59														
60			Στοιχείο 10				Στοιχείο 10							
61			Κόμβος 2	42,00			Κόμβος 2	0,00						
62			Κόμβος 5	-42,00			Κόμβος 5	0,00						
63														
64														
65														
66			Στοιχείο 11				Στοιχείο 11							
67			Κόμβος 4	42,00			Κόμβος 4	-748,93	-0,01					
68			Κόμβος 3	-42,00			Κόμβος 3	748,93	0,01					
69														
70														
71														
72			Στοιχείο 12				Στοιχείο 12							
73			Κόμβος 7	42,00			Κόμβος 7	0,00						
74			Κόμβος 5	-42,00			Κόμβος 5	0,00						
75														
76														
77														
78														

At the bottom of the screen, there are three tabs labeled "Μητρώο σφαιρότητας στοιχείου", "Ολικό μητρώο σφαιρότητας", and "Μετατοπισμός κόμβων". The status bar at the very bottom shows "Ready" and "100%" zoom level.

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled 'Θέμα 1.xlsx - Microsoft Excel'. The spreadsheet is organized into three main sections, each representing a different loading case for calculating local bending moments. Each section contains a table with columns for the element (Στοιχείο), the node (Κόμβος), and the resulting bending moment (M_{topos} in kN).

Section 1: Τοπικό διάνισμα δράσεων παγίωσης στοιχείου [M_{topos}] (kN) (Θερμοκρασιακή μεταβολή)

Στοιχείο 1	Κόμβος 1	Κόμβος 2	M _{topos} (kN)
Στοιχείο 1	Κόμβος 1	Κόμβος 2	42,00
	Κόμβος 2	Κόμβος 1	-42,00

Section 2: Τοπικό διάνισμα δράσεων παγίωσης στοιχείου [M_{topos}] (kN) (ελαστωματική κατάρρευση μέλους (34))

Στοιχείο 1	Κόμβος 1	Κόμβος 2	M _{topos} (kN)
Στοιχείο 1	Κόμβος 1	Κόμβος 2	0,00
	Κόμβος 2	Κόμβος 1	0,00

Section 3: Τοπικό διάνισμα δράσεων παγίωσης στοιχείου [M_{topos}] (kN)

Στοιχείο 1	Κόμβος 1	Κόμβος 2	M _{topos} (kN)
Στοιχείο 1	Κόμβος 1	Κόμβος 2	42,00
	Κόμβος 2	Κόμβος 1	-42,00

The third table includes a formula reference in cell L13: `=D13+H13`.

- 4) Διατυπώνουμε το καθολικό διάνυσμα (4x1) δράσεων παγίωσης για καθένα από τα 12 στοιχεία σύμφωνα με τη σχέση που απεικονίζεται στην ακόλουθη σελίδα από τις σημειώσεις του κυρίου Παπαδρακάκη. Το μητρώο μετασχηματισμού για κάθε στοιχείο έχει υπολογιστεί ήδη στο βήμα 1.

Εργαστήριο Στατικής & Αντισεισμικών Ερευνών Σχολή Πολυτεχνικών Μηχανικών Ε.Μ.Π.

Βήμα 7^ο

Υπολογισμός δράσεων παγίωσης των μελών του δικτύματος
Θερμοκρασιακή μεταβολή

$\Delta T = T - T_0 = 20^\circ$

$P = E\alpha A\Delta T$

Για όλα τα μέλη του δικτύματος ισχύει: $E=2.1 \cdot 10^8 \text{ KN/m}^2$, $\alpha=10^{-5}$, $A=10^{-3} \text{ m}^2$

Συνεπώς, $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = P_6 = 42 \text{ KN}$
Οπότε

$$[\bar{A}_T^1] = [\bar{A}_T^2] = [\bar{A}_T^3] = [\bar{A}_T^4] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 42.00 \\ 0 \\ -42.00 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 42.00 \\ 0 \\ -42.00 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Μ. Παπαδρακάκης Στατική ΙΙΙ : Σύγχρονες Μέθοδοι Ανάλυσης Φορέων 25

Θέμα 1.xlsx - Microsoft Excel

	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
1																		
2																		
3																		
4																		
5																		
6																		
7																		
8																		
9																		
10																		
11																		
12																		
13																		
14																		
15																		
16																		
17																		
18																		
19																		

- 5) Μορφώνουμε το καθολικό διάνυσμα (2x1) των δράσεων παγίωσης των κόμβων του δικτύματος. Για παράδειγμα, για να υπολογίσουμε το αντίστοιχο διάνυσμα του κόμβου 1, εντοπίζουμε σε πρώτη φάση ποια στοιχεία συντρέχουν στον κόμβο αυτό (τα οποία είναι τα στοιχεία 1,8,9) και σε δεύτερη φάση ελέγχουμε αν για τα στοιχεία αυτά ο κόμβος είναι αρχικός (j) ή τελικός (k) βάσει του προσανατολισμού του στοιχείου (για το στοιχείο 8 είναι κόμβος k, για το στοιχείο 1 είναι κόμβος j, για το στοιχείο 9 είναι κόμβος j). Όμοια, εργαζόμαστε και για τους υπόλοιπους 6 κόμβους. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στο γεγονός ότι ο άνω δείκτης του $\{S_{καθολικό}^1\}$ αναφέρεται στον αριθμό του κόμβου (κόμβος 1 στη συγκεκριμένη περίπτωση), ενώ ο άνω δείκτης του $\{A_{T,καθολικό}^{1j}\}$ αναφέρεται στον αριθμό του στοιχείου (στοιχείο 1 στη συγκεκριμένη περίπτωση).

$$\left\{ S_{\text{καθολικό}}^1 \right\}_{(2 \times 1)} = \left\{ A_{\text{r,καθολικό}}^{1j} \right\}_{(2 \times 1)} + \left\{ A_{\text{r,καθολικό}}^{9j} \right\}_{(2 \times 1)} + \left\{ A_{\text{r,καθολικό}}^{8k} \right\}_{(2 \times 1)}$$

δράσεις [A _{r,τοπικά}] (kN) μεταβολή		Τοπικό διάνυσμα δράσεων παγίωσης στοιχείου [A _{r,τοπικά}] (kN) (ελαττωματική κατασκευή μέλους (34))		Τοπικό διάνυσμα δράσεων παγίωσης στοιχείου [A _{r,τοπικά}] (kN)		Καθολικό διάνυσμα δράσεων παγίωσης στοιχείου [A _{r,καθολικά}] (kN)		Παγινωμένος Φορέας Καθολικό διάνυσμα δράσεων παγίωσης κόμβων [S _{καθολικά}] (kN)	
Στοιχείο 1		Στοιχείο 1		Στοιχείο 1		Στοιχείο 1		Κόμβος 1 S ₁ 102,98	
Κόμβος 1 0,00		Κόμβος 1 42,00		Κόμβος 1 (j) 42,00		Κόμβος 1 (j) 0,00		S ₂ 0,00	
Κόμβος 2 0,00		Κόμβος 2 -42,00		Κόμβος 2 (k) -42,00		Κόμβος 2 (k) 0,00		=P9+P13+P33+P37+P61 S ₃ -530,53	
Στοιχείο 2		Στοιχείο 2		Στοιχείο 2		Στοιχείο 2		Κόμβος 3 S ₄ 382,92	
Κόμβος 2 0,00		Κόμβος 2 42,00		Κόμβος 2 (j) 42,00		Κόμβος 2 (j) 0,00		S ₅ -542,04	
Κόμβος 4 0,00		Κόμβος 4 -42,00		Κόμβος 4 (k) -42,00		Κόμβος 4 (k) 0,00		S ₆ -411,80	
Στοιχείο 3		Στοιχείο 3		Στοιχείο 3		Στοιχείο 3		Κόμβος 5 S ₇ -43,71	
Κόμβος 4 0,00		Κόμβος 4 42,00		Κόμβος 4 (j) 42,00		Κόμβος 4 (j) 0,00		S ₈ -97,85	
								S ₉ -30,49	
								Κόμβος 6 S ₁₀ 70,89	
								S ₁₁ -72,49	
								S ₁₂ 28,89	

Κατόπιν, τροποποιούμε το καθολικό διάνυσμα δράσεων παγίωσης κόμβων για την κεκλιμένη στήριξη σύμφωνα με τη σχέση:

$$\left\{ S_{\text{καθολικό}}^7 \right\}_{(2 \times 1)} = \left[\Lambda^R \right]_{(2 \times 2)}^T \cdot \left\{ S_{\text{καθολικό}}^7 \right\}_{(2 \times 1)}$$

δράσεις [A _{r,τοπικά}] (kN) (ελαττωματική κατασκευή μέλους (34))		Τοπικό διάνυσμα δράσεων παγίωσης στοιχείου [A _{r,τοπικά}] (kN)		Καθολικό διάνυσμα δράσεων παγίωσης στοιχείου [A _{r,καθολικά}] (kN)		Παγινωμένος Φορέας Καθολικό διάνυσμα δράσεων παγίωσης κόμβων [S _{καθολικά}] (kN)		Παγινωμένος Φορέας Καθολικό διάνυσμα δράσεων παγίωσης κόμβων [S _{καθολικά}] (kN) (τροποποίηση για κεκλιμένη στήριξη)	
Στοιχείο 1		Στοιχείο 1		Στοιχείο 1		Κόμβος 1 S ₁ 102,98		Κόμβος 1 S ₁ 102,98	
Κόμβος 1 0,00		Κόμβος 1 42,00		Κόμβος 1 (j) 42,00		Κόμβος 1 (j) 0,00		S ₂ 0,00	
Κόμβος 2 0,00		Κόμβος 2 -42,00		Κόμβος 2 (k) -42,00		Κόμβος 2 (k) 0,00		S ₃ 32,20	
Στοιχείο 2		Στοιχείο 2		Στοιχείο 2		Κόμβος 3 S ₄ 26,96		Κόμβος 3 S ₄ 26,96	
Κόμβος 2 0,00		Κόμβος 2 42,00		Κόμβος 2 (j) 42,00		Κόμβος 2 (j) 0,00		S ₅ -530,53	
Κόμβος 4 0,00		Κόμβος 4 -42,00		Κόμβος 4 (k) -42,00		Κόμβος 4 (k) 0,00		S ₆ 382,92	
Στοιχείο 3		Στοιχείο 3		Στοιχείο 3		Κόμβος 5 S ₇ 542,04		Κόμβος 5 S ₇ 542,04	
Κόμβος 4 0,00		Κόμβος 4 42,00		Κόμβος 4 (j) 42,00		Κόμβος 4 (j) 0,00		S ₈ -411,80	
Κόμβος 7 0,00		Κόμβος 7 -42,00		Κόμβος 7 (k) -42,00		Κόμβος 7 (k) 0,00		S ₉ -43,71	
								S ₁₀ -97,85	
								S ₁₁ -30,49	
								Κόμβος 6 S ₁₂ 70,89	
								S ₁₃ -72,49	
								S ₁₄ 28,89	

Τέλος, αναδιατάσσουμε το διάνυσμα αυτό.

Με το στάδιο αυτό ολοκληρώνεται η μελέτη του παγiωμένου φορέα.

- 6) Μορφώνουμε το δiάνυσμα των εξωτερικών δυνάμεων και το αναδιατάσσουμε (Αρχικός φορέας).

7) Μορφώνουμε το διάνυσμα των ισοδύναμων δυνάμεων (Ισοδύναμος φορέας).

8) Υπολογίζουμε το διάνυσμα των άγνωστων μετατοπίσεων $\{\Delta_f\}$ σύμφωνα με τη σχέση:

$$\begin{matrix} \{\Delta_f\} \\ (12 \times 1) \end{matrix} = \begin{matrix} [K_{ff}] \\ (12 \times 12) \end{matrix}^{-1} \cdot \begin{matrix} \{P_{\text{ισοδύναμο},f}\} \\ (12 \times 1) \end{matrix}$$

Excel spreadsheet showing the calculation of the influence line for the bending moment at support B of a continuous beam. The formula bar displays the calculation: $\text{=MMULT('Ολικό μητρώο σταθρότητας'!B348:M359; 'Μετατοπίσεις κόμβων'!A6:A17)}$.

AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	AY
1																			
2																			
3																			
4																			
5																			
6																			
7																			
8																			
9																			
10																			
11																			
12																			
13																			
14																			
15																			
16																			
17																			
18																			
19																			
20																			
21																			
22																			

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled "Θέμα 1.xlsx - Microsoft Excel". The spreadsheet is organized into columns labeled AF through AY. The data is presented in a table format with the following structure:

- Columns:** AF, AG, AH, AI, AJ, AK, AL, AM, AN, AO, AP, AQ, AR, AS, AT, AU, AV, AW, AX, AY.
- Rows:** 1 to 22.
- Formulas:** The formula bar shows the formula for cell AU6: $=MMULT('Ολικό μητρώο στιβαρότητας'!B348:M359;'Μετατοπίσεις κόμβων'!A06:A017))$.
- Table Content:**
 - Column AF:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AG:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AH:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AI:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AJ:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AK:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AL:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AM:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AN:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AO:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AP:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AQ:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AR:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AS:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AT:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AU:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AV:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AW:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AX:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).
 - Column AY:** Contains the text "Εξωτερικοί δυνάμεις" (External forces).

Στο σημείο αυτό έχουμε ολοκληρώσει και την επίλυση του ερωτήματος στ.

- 9) Έπειτα, θα απαντήσουμε στο ερώτημα η και συγκεκριμένα θα διατυπώσουμε αρχικά το διάνυσμα των ισοδύναμων δράσεων $\{P_{\text{ισοδύναμο},s}\}$ σύμφωνα με τη σχέση:

$$\left\{ \underset{(12 \times 1)}{P_{\text{ισοδύναμο},s}} \right\} = \underset{(12 \times 12)}{[K_{sf}]} \cdot \underset{(12 \times 1)}{\{\Delta_f\}}$$

IF Δ $\times$ $\checkmark$ f_x $=\text{MMULT}('Ολικό μητρώο σφαιρότητας'!B343:M344;'Μετατοπίσεις κόμβων'!A6:A17)$

Εξωτερικοί φορτίς	Ισοδύναμοι φορτίς	Μετατοπίσεις κόμβων (m)	Μετατοπίσεις κόμβων (cm)	Ισοδύναμοι φορτίς
Συνολικά εξωτερικά φορτία (P) (kN)	Διάνυσμα ισοδύναμων δυνάμεων κόμβων (P _{ισοδύναμο}) (kN)	Μετατοπίσεις κόμβων (m)	Μετατοπίσεις κόμβων (cm)	Διάνυσμα ισοδύναμων δυνάμεων κόμβων (P _{ισοδύναμο}) (kN)
P ₂ 0,00	P ₂ -S ₂ 0,00	Δ ₂ -0,029	Δ ₂ -2,9	P ₂ -S ₂ 0,00
P ₃ 0,00	P ₃ -S ₃ -32,20	Δ ₃ 0,006	Δ ₃ 0,6	P ₃ -S ₃ -32,20
P ₄ 0,00	P ₄ -S ₄ -26,96	Δ ₄ -0,057	Δ ₄ -5,7	P ₄ -S ₄ -26,96
P ₅ 0,00	P ₅ -S ₅ 530,53	Δ ₅ 0,004	Δ ₅ 0,4	P ₅ -S ₅ 530,53
P ₆ -200,00	P ₆ -S ₆ -582,92	Δ ₆ -0,054	Δ ₆ -5,4	P ₆ -S ₆ -582,92
P ₇ 0,00	P ₇ -S ₇ -542,04	Δ ₇ 0,008	Δ ₇ 0,8	P ₇ -S ₇ -542,04
P ₈ -100,00	P ₈ -S ₈ 311,80	Δ ₈ -0,025	Δ ₈ -2,5	P ₈ -S ₈ 311,80
P ₉ 0,00	P ₉ -S ₉ 43,71	Δ ₉ -0,007	Δ ₉ -0,7	P ₉ -S ₉ 43,71
P ₁₀ 0,00	P ₁₀ -S ₁₀ 97,85	Δ ₁₀ -0,024	Δ ₁₀ -2,4	P ₁₀ -S ₁₀ 97,85
P ₁₁ -300,00	P ₁₁ -S ₁₁ -269,51	Δ ₁₁ -0,046	Δ ₁₁ -4,6	P ₁₁ -S ₁₁ -269,51
P ₁₂ -100,00	P ₁₂ -S ₁₂ -170,89	Δ ₁₂ -0,065	Δ ₁₂ -6,5	P ₁₂ -S ₁₂ -170,89
P ₁₃ 0,00	P ₁₃ -S ₁₃ 48,34	Δ ₁₃ 0,012	Δ ₁₃ 1,2	P ₁₃ -S ₁₃ 48,34
P ₁₄ 0,00	P ₁₄ -S ₁₄ 102,98	Δ ₁₄ 0,000	Δ ₁₄ 0,0	P ₁₄ -S ₁₄ 102,98
P ₁₅ 0,00	P ₁₅ -S ₁₅ 61,26	Δ ₁₅ 0,000	Δ ₁₅ 0,0	P ₁₅ -S ₁₅ 61,26

Οι αντιδράσεις στήριξης προκύπτουν από τη σχέση:

$$\{R\} = \{P_{\text{ισοδύναμο},s}\} + \{S_{\text{καθολικό}}\}$$

(2x1) (2x1) (2x1)

IF Δ $\times$ $\checkmark$ f_x $=\text{B819}+\text{AQ19}$

Ισοδύναμοι φορτίς	Μετατοπίσεις κόμβων (m)	Μετατοπίσεις κόμβων (cm)	Ισοδύναμοι φορτίς	Αρχικοί φορτίς
Διάνυσμα ισοδύναμων δυνάμεων κόμβων (P _{ισοδύναμο}) (kN)	Μετατοπίσεις κόμβων (m)	Μετατοπίσεις κόμβων (cm)	Διάνυσμα ισοδύναμων δυνάμεων κόμβων (P _{ισοδύναμο}) (kN)	Αντιδράσεις στήριξης (R) (kN)
P ₂ -S ₂ 0,00	Δ ₂ -0,029	Δ ₂ -2,9	P ₂ -S ₂ 0,00	R ₂ 145,38
P ₃ -S ₃ -32,20	Δ ₃ 0,006	Δ ₃ 0,6	P ₃ -S ₃ -32,20	
P ₄ -S ₄ -26,96	Δ ₄ -0,057	Δ ₄ -5,7	P ₄ -S ₄ -26,96	
P ₅ -S ₅ 530,53	Δ ₅ 0,004	Δ ₅ 0,4	P ₅ -S ₅ 530,53	
P ₆ -S ₆ -582,92	Δ ₆ -0,054	Δ ₆ -5,4	P ₆ -S ₆ -582,92	
P ₇ -S ₇ -542,04	Δ ₇ 0,008	Δ ₇ 0,8	P ₇ -S ₇ -542,04	
P ₈ -S ₈ 311,80	Δ ₈ -0,025	Δ ₈ -2,5	P ₈ -S ₈ 311,80	
P ₉ -S ₉ 43,71	Δ ₉ -0,007	Δ ₉ -0,7	P ₉ -S ₉ 43,71	
P ₁₀ -S ₁₀ 97,85	Δ ₁₀ -0,024	Δ ₁₀ -2,4	P ₁₀ -S ₁₀ 97,85	
P ₁₁ -S ₁₁ -269,51	Δ ₁₁ -0,046	Δ ₁₁ -4,6	P ₁₁ -S ₁₁ -269,51	
P ₁₂ -S ₁₂ -170,89	Δ ₁₂ -0,065	Δ ₁₂ -6,5	P ₁₂ -S ₁₂ -170,89	
P ₁₃ -S ₁₃ 48,34	Δ ₁₃ 0,012	Δ ₁₃ 1,2	P ₁₃ -S ₁₃ 48,34	
P ₁₄ -S ₁₄ 102,98	Δ ₁₄ 0,000	Δ ₁₄ 0,0	P ₁₄ -S ₁₄ 102,98	
P ₁₅ -S ₁₅ 61,26	Δ ₁₅ 0,000	Δ ₁₅ 0,0	P ₁₅ -S ₁₅ 61,26	

Η αντίδραση λόγω ελατηρίου ισούται με:

$$R_2 = -k_{\text{ελατηρίου}} \cdot \Delta_2$$

Θέμα Ι.xlsx - Microsoft Excel

IF X ✓ ✗ = "Μητρώο σιβαρότητας στοιχείου" / C7* "Μετατοπίσεις κόμβων" / A106

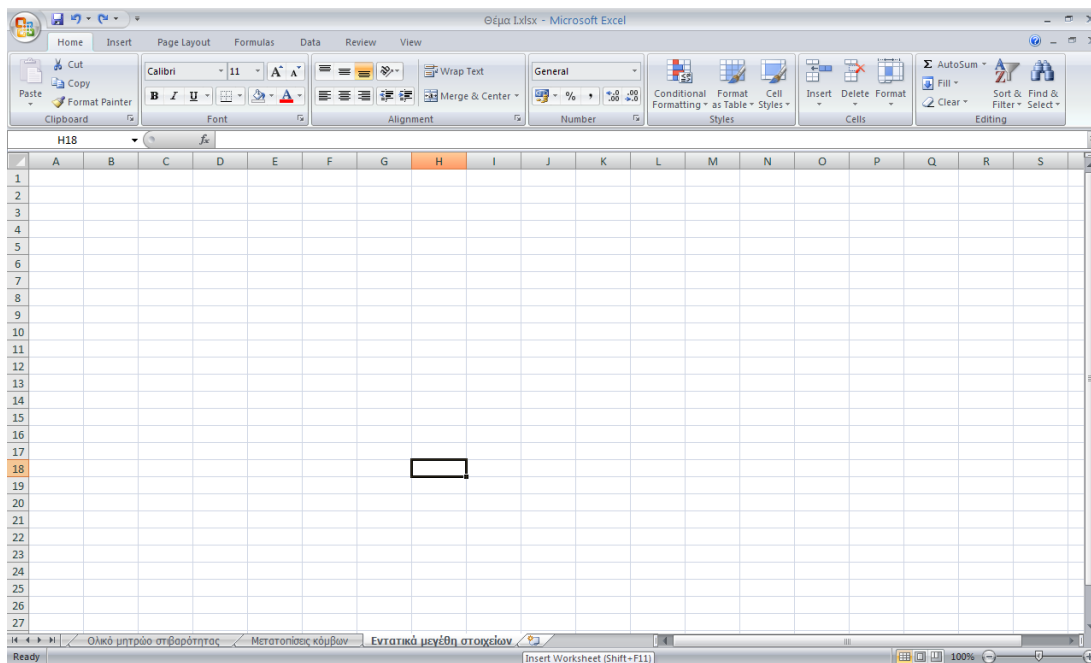
	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT	AU	AV	AW	AX	AY	AZ	BA	BB	BC	BD	BE	BF	BG
1																				
2																				
3																				
4																				
5																				
6																				
7																				
8																				
9																				
10																				
11																				
12																				
13																				
14																				
15																				
16																				
17																				
18																				
19																				
20																				
21																				
22																				

Μητρώο σιβαρότητας στοιχείου / Ολικό μητρώο σιβαρότητας / Μετατοπίσεις κόμβων / Ενεργά μεγέθη d

Στο σημείο αυτό απαντήσαμε και στο ερώτημα η. Απομένει το προτελευταίο ερώτημα.

Βήμα 4. Υπολογισμός των εντατικών μεγεθών των μελών του φορέα

- 1) Δημιουργούμε ένα νέο φύλλο εργασίας, το οποίο ονομάζουμε «Εντατικά μεγέθη στοιχείων».



- 2) Γράφουμε ξεχωριστά για κάθε στοιχείο τις μετατοπίσεις των άκρων του, όπως τις έχουμε υπολογίσει στο αμέσως προηγούμενο βήμα. Να σημειώσουμε ότι οι μετατοπίσεις αυτές αναφέρονται στο καθολικό σύστημα αξόνων με εξαίρεση τις μετατοπίσεις του κόμβου 7, οι οποίες αναφέρονται στους άξονες της κεκλιμένη κύλισης. Ακολούθως, θα περάσουμε από τους άξονες της κεκλιμένη κύλισης στους καθολικούς (για τον κόμβο 7) και εν συνεχεία στο τοπικό σύστημα αξόνων κάθε ράβδου.

Στοιχείο 1

Κόμβος	καθολικός X_1	$\Delta 1$	0,000
Κόμβος 1	καθολικός X_2	$\Delta 2$	-0,029
Κόμβος 2	καθολικός X_3	$\Delta 3$	0,006
Κόμβος 2	καθολικός X_4	$\Delta 4$	-0,057

Στοιχείο 2

Κόμβος	καθολικός X_1	$\Delta 3$	0,008
Κόμβος 2	καθολικός X_2	$\Delta 4$	-0,057
Κόμβος 4	καθολικός X_1	$\Delta 7$	0,008
Κόμβος 4	καθολικός X_2	$\Delta 8$	-0,025

Στοιχείο 3

Κόμβος	καθολικός X_1	$\Delta 7$	0,008
Κόμβος 4	καθολικός X_2	$\Delta 8$	-0,025
Κόμβος 7	αζόννας κεκλιμένης στήριξης X_1	$\Delta 13'$	0,012
Κόμβος 7	αζόννας κεκλιμένης στήριξης X_2	$\Delta 14'$	0,000

Στοιχείο 4

Κόμβος	καθολικός X_1	$\Delta 7$	0,008
Κόμβος 4	καθολικός X_2	$\Delta 8$	-0,025
Κόμβος 7	αζόννας κεκλιμένης στήριξης X_1	$\Delta 13'$	0,012
Κόμβος 7	αζόννας κεκλιμένης στήριξης X_2	$\Delta 14'$	0,000

Στοιχείο 1

Κόμβος	καθολικός X_1	Δ_2	-0,029
Κόμβος 2	καθολικός X_2	Δ_3	0,006
Κόμβος 2	καθολικός X_3	Δ_4	-0,057
Κόμβος 2	καθολικός X_4	Δ_5	0,004
Κόμβος 2	καθολικός X_5	Δ_6	-0,054
Κόμβος 2	καθολικός X_6	Δ_7	0,008
Κόμβος 2	καθολικός X_7	Δ_8	-0,025
Κόμβος 2	καθολικός X_8	Δ_9	-0,007
Κόμβος 2	καθολικός X_9	Δ_{10}	-0,024
Κόμβος 2	καθολικός X_{10}	Δ_{11}	-0,046
Κόμβος 2	καθολικός X_{11}	Δ_{12}	-0,065
Κόμβος 2	καθολικός X_{12}	Δ_{13}	0,012
Κόμβος 2	καθολικός X_{14}	Δ_{14}	0,000

Στοιχείο 2

Κόμβος	καθολικός X_1	Δ_5	0,004
Κόμβος 2	καθολικός X_2	Δ_6	-0,054
Κόμβος 2	καθολικός X_3	Δ_7	0,008
Κόμβος 2	καθολικός X_4	Δ_8	-0,025
Κόμβος 2	καθολικός X_5	Δ_9	-0,007
Κόμβος 2	καθολικός X_6	Δ_{10}	-0,024
Κόμβος 2	καθολικός X_7	Δ_{11}	-0,046
Κόμβος 2	καθολικός X_8	Δ_{12}	-0,065
Κόμβος 2	καθολικός X_9	Δ_{13}	0,012
Κόμβος 2	καθολικός X_{10}	Δ_{14}	0,000

Στοιχείο 3

Κόμβος	καθολικός X_1	Δ_{11}	-0,046
Κόμβος 4	καθολικός X_2	Δ_{12}	-0,065
Κόμβος 7	καθολικός X_3	Δ_{13}	0,012
Κόμβος 7	καθολικός X_4	Δ_{14}	0,000

Στοιχείο 4

Κόμβος	καθολικός X_1	Δ_{11}	-0,046
Κόμβος 4	καθολικός X_2	Δ_{12}	-0,065
Κόμβος 7	καθολικός X_3	Δ_{13}	0,012
Κόμβος 7	καθολικός X_4	Δ_{14}	0,000

- 3) Μεταφερόμαστε για τον κόμβο 7 από το σύστημα των αξόνων της κεκλιμένης στήριξης στο καθολικό σύστημα αξόνων μέσω του μετασχηματισμού:

$$\{\Delta\} = \begin{bmatrix} \Lambda^{R,tot} \end{bmatrix} \cdot \{\Delta'\}$$

(8x1) (8x8) (8x1)

Να σημειώσουμε ότι έως τώρα δεν βάζαμε τον τόνο στις μετατοπίσεις Δ_1 - Δ_{12} , διότι αυτές δεν επηρεάζονται από την κεκλιμένη στήριξη.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following structure:

- Formulas Bar:** `=MMULT('Όλοκληρωμένο μητρώο σφραγισμένης'!B245:O258;'Εντατικά μεγέθη στοιχείων'!C5:C18)`
- Columns:** A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P.
- Rows:** 1 to 20.
- Tables:**
 - Μετατοπίσεις κόμβων (m):** Columns B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P. Rows 1 to 20.
 - Μετατοπίσεις στο καθολικό σύστημα αξόνων (Δ) (m) (κεκλιμένη στήριξη):** Columns A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P. Rows 1 to 20.
 - Μετατοπίσεις στο καθολικό σύστημα αξόνων (Δ) (m):** Columns A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P. Rows 1 to 20.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following structure:

- Formulas Bar:** `=M5`
- Columns:** E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T.
- Rows:** 1 to 20.
- Tables:**
 - Μετατοπίσεις στο καθολικό σύστημα αξόνων (Δ) (m) (κεκλιμένη στήριξη):** Columns E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T. Rows 1 to 20.
 - Μετατοπίσεις κόμβων (m):** Columns E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T. Rows 1 to 20.
 - Μετατοπίσεις στο καθολικό σύστημα αξόνων (Δ) (m):** Columns E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T. Rows 1 to 20.

- 4) Στη συνέχεια, περνούμε στο τοπικό σύστημα αξόνων (όσον αφορά στις μετατοπίσεις) μέσω του μητρώου μετασχηματισμού κάθε στοιχείου, το οποίο έχουμε υπολογίσει σε προηγούμενο βήμα:

$$\{\delta^i\} = [\Lambda^i] \cdot \{\Delta^i\}$$

(2x1) (2x4) (4x1)

- 5) Τέλος, υπολογίζουμε τα ζητούμενα εντατικά μεγέθη (και συγκεκριμένα την αξονική δύναμη) στα άκρα κάθε στοιχείου σύμφωνα με τη σχέση:

$$\{N^i\} = \begin{Bmatrix} N_j^i \\ N_k^i \end{Bmatrix} = [k_{\text{τοπικό}}^i] \cdot \{\delta^i\} + \{A_{r,\text{τοπικό}}^i\}$$

(2x1) (2x2) (2x1) (2x1)

Καλή επιτυχία!

Για οποιαδήποτε απορία μπορείτε να απευθύνεστε στο pkarak@hotmail.com και θα λάβετε σύντομα απάντηση.

Σχετικά με τις εντολές:

- TRANSPOSE (βρίσκουμε τον ανάστροφο ενός πίνακα)
 - MMULT (πολλαπλασιάζουμε δύο πίνακες)
 - MINVERSE (βρίσκουμε τον αντίστροφο ενός πίνακα)
-
- ◆ δίνουμε την εντολή στο πρώτο cell και στη συνέχεια επιλέγουμε όλη την περιοχή των cells (στην οποία θα εμφανιστεί το αποτέλεσμα, δηλαδή ο ανάστροφος, το γινόμενο, ο αντίστροφος)
 - ◆ στη συνέχεια πατούμε F2 και
 - ◆ έπειτα πατούμε Ctrl (το αφήνουμε «πατημένο»), μετά Shift (το αφήνουμε και αυτό «πατημένο») και τέλος το Enter.