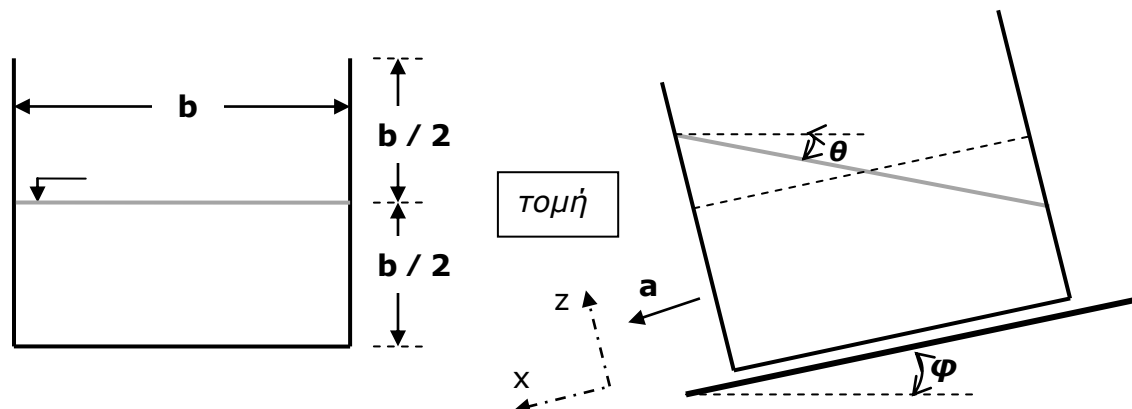


3.1 Αβαρές ανοικτό κυβικό δοχείο με μήκος ακμής **b** είναι πλήρες κατά το ήμισυ με ομογενές και ασυμπίεστο ρευστό πυκνότητας **ρ**. Το δοχείο τοποθετείται σε κεκλιμένο επίπεδο, το οποίο έχει κλίση γωνίας **φ** ως προς τον ορίζοντα, όπου ολισθαίνει επιταχυνόμενο (βλ. σχήμα). Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του δοχείου στο επίπεδο είναι **μ**.

Ζητείται να υπολογιστεί η κλίση **θ** της ελεύθερης επιφάνειας στο κινούμενο δοχείο εκφρασμένη σαν συνάρτηση των **μ** και **φ** και η μέγιστη πίεση που αναπτύσσεται στο δοχείο.

Αριθμητική εφαρμογή: **μ = 0,5, ρ = 1.050 kg/m³, φ = 45°.**



$$a = (\sin\varphi - \mu \cdot \cos\varphi) \cdot g$$

$$a_{\text{οριζοντ}} = \cos\varphi \cdot (\sin\varphi - \mu \cdot \cos\varphi) \cdot g \rightarrow \tan\theta = \frac{a_{\text{οριζοντ}}}{g - a_{\text{κατακρηφ}}} = \frac{\cos\varphi \cdot (\sin\varphi - \mu \cdot \cos\varphi)}{1 - \sin\varphi \cdot (\sin\varphi - \mu \cdot \cos\varphi)}$$

$$a_{\text{κατακρηφ}} = \sin\varphi \cdot (\sin\varphi - \mu \cdot \cos\varphi) \cdot g$$

$$\text{ή (με άλλο τρόπο): } \tan(\varphi - \theta) = \mu$$

Αριθμητική εφαρμογή: **θ = 18,435°**

3.2 Δίνεται το δισδιάστατο πεδίο ταχυτήτων $u = -\omega \cdot y$ $v = \omega x$ και $w = 0$. Ζητούνται:

- Είναι το πεδίο είναι στροβιλό ή αστρόβιλο ;
- Οι συνιστώσες της επιτάχυνσης
- Οι εξισώσεις των γραμμών ροής που περνούν από το σημείο (x_0, y_0) και
- Οι τροχιές των σωματιδίων, σε παραμετρική μορφή, που στην αρχή των χρόνων $t=0$ διέρχονται από το σημείο (x_0, y_0)

$$\frac{\partial v}{\partial x} \neq \frac{\partial u}{\partial y} \text{ όταν } \omega \neq 0 \rightarrow \text{πεδίο στροβιλό και } \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} \text{ όταν } \omega = 0 \rightarrow \text{πεδίο αστρόβιλο}$$

$$\alpha_x = -\omega^2 \cdot x \quad \alpha_y = -\omega^2 \cdot y \quad \alpha_z = 0$$

$$x^2 + y^2 = C$$

Ροή μόνιμη: Οι τροχιές των σωματιδίων συμπίπτουν με τις γραμμές ροής.

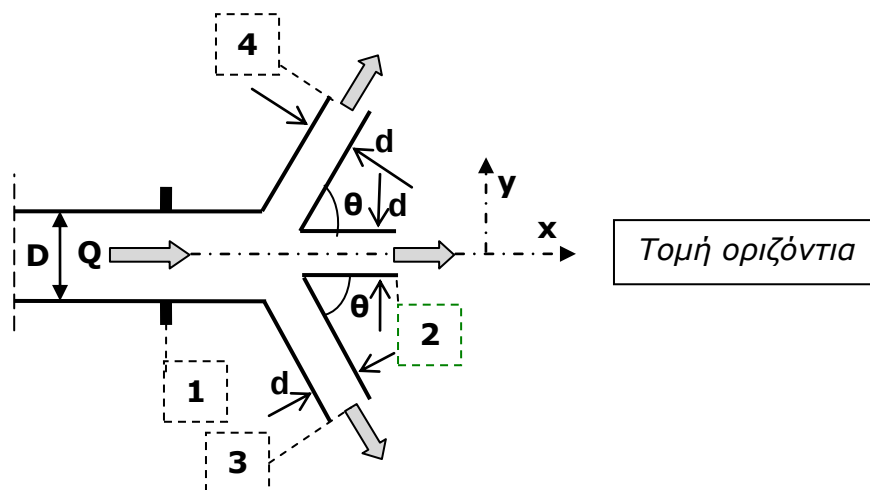
3.3 Στο πέρας οριζώντιου αγωγού κυκλικής διατομής διαμέτρου **D** συνδέεται οριζόντιο συμμετρικό ειδικό τεμάχιο. Η διερχόμενη παροχή νερού στον αγωγό είναι **Q** και εκρέει στην ατμόσφαιρα από τους τρεις αγωγούς κυκλικής διατομής διαμέτρου **d** του ειδικού τεμαχίου (βλ. σχήμα).

Οι απώλειες ενέργειας αμελούνται και όλοι οι συντελεστές συνόρθωσης σε όλες τις διατομές θεωρούνται ίσοι με τη μονάδα.

Ζητείται να υπολογιστούν:

1. Η τιμή της πίεσης p_1 στη διατομή (1).
2. Η γωνία θ ώστε η συνολική δύναμη, η οποία ασκείται στο ειδικό τεμάχιο να είναι μηδενική.
3. Ο περιορισμός για το λόγο D/d , ώστε να υπάρχει λύση.

Αριθμητική εφαρμογή: **Q = 2,0 m³/s, D = 1,0 m, d = 0,5 m.**

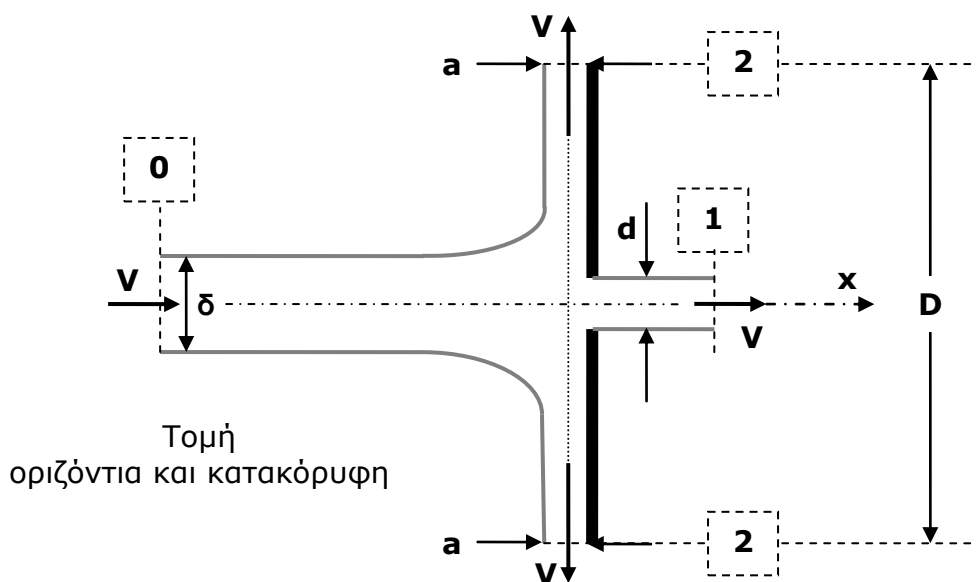


- $$p_1 = \frac{\gamma \cdot (V_2^2 - V_1^2)}{2 \cdot g} = \frac{8 \cdot \gamma \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot g} \cdot \left[\frac{1}{9 \cdot d^4} - \frac{1}{D^4} \right]$$
- $$\cos \theta = \frac{D^4 + 9 \cdot d^4}{4 \cdot D^2 \cdot d^2} - \frac{1}{2} \text{ ανεξάρτητη της } Q! \text{ (και } N_y = 0 \text{)}$$
- Πρέπει: $\cos \theta \leq |1| \rightarrow -1 \leq \frac{X^2 + 9}{2 \cdot X} \leq 3$, όπου: $X = \left(\frac{D}{d} \right)^2$

Αριθμητική εφαρμογή: **Δεν πληρούται ο περιορισμός!**

3.4 Κυκλική πλάκα διαμέτρου D έχει στο κέντρο της οπή διαμέτρου d . Στον άξονα της πλάκας και κάθετα προς αυτή προσκρούει εκτοξευόμενη φλέβα νερού με διάμετρο δ και ταχύτητα V . Μετά την πλάκα ο πυρήνας της φλέβας συνεχίζει να κινείται κατά τη διεύθυνση της ροής με την ταχύτητα της φλέβας V , ενώ το υπόλοιπο τμήμα κινείται ακτινικά πάνω στην πλάκα με σταθερή ταχύτητα V και στα όρια της πλάκας έχει πάχος a . (βλ. σχήμα). Οι δυνάμεις βαρύτητας και οι δυνάμεις τριβής θεωρούνται αμελητέες και ο συντελεστής c συστολής της φλέβας (μετά την οπή) ίσος με τη μονάδα. Η πλάκα στηρίζεται σε όλη την περίμετρό της και η συνολική αντίδραση της στήριξης N έχει τη διεύθυνση της προσπίπτουσας φλέβας. Ζητείται να υπολογιστούν:

1. Το πάχος της φλέβας a στα όρια της πλάκας.
2. Η συνολική αντίδραση της στήριξης N .
3. Η τιμή της διαμέτρου της οπής d^* , για την οποία η συνολική αντίδραση γίνεται μέγιστη και η αντίστοιχη μέγιστη τιμή της $N_{\max}$.
4. Η ελάχιστη τιμή της διαμέτρου της οπής $d_{\min}$, ώστε η τιμή της συνολικής αντίδρασης της στήριξης να μηδενίζεται.



- Διατομή εισόδου (0): **Κύκλος διαμέτρου δ .**
- Διατομή εξόδου (1): **Κύκλος διαμέτρου d .**
- Διατομή εξόδου (2): **Κυκλικός δακτύλιος διαμέτρου D και ύψους a .**

$$1. Q_0 - Q_1 - Q_2 = 0 \rightarrow \frac{\pi \cdot \delta^2}{4} \cdot V - \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot V - \pi \cdot D \cdot a \cdot V = 0 \rightarrow a = \frac{\delta^2 - d^2}{4 \cdot D}$$

$$2. \text{ Κατά } x: -\rho \cdot (V \cdot Q_0 - V \cdot Q_1) = N_x \rightarrow N = N_x = \frac{\pi \cdot \gamma \cdot V^2}{4 \cdot g} \cdot (\delta^2 - d^2)$$

Σε οιοδήποτε άλλο άξονα, λόγω τρισδιάστατης συμμετρίας ή δύναμη μηδενίζεται.

$$3. N_{\max} = \frac{\pi \cdot \gamma \cdot V^2}{4 \cdot g} \cdot \delta^2, \text{ οπή κλειστή: } d^* = 0$$

$$4. N = 0, \text{ οπή χωρίς πρόσκρουση: } d_{\min} = \delta$$