

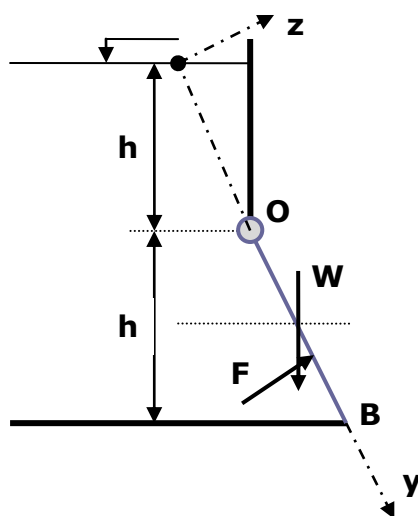
2.1 Στο τοίχωμα δεξαμενής η οποία περιέχει νερό με συνολικό βάθος **2.h**, υπάρχει κυκλική μεταλλική θυρίδα με διάμετρο **D** και βάρος **w** (ανά μονάδα επιφάνειας της).

Η θυρίδα είναι στρεπτή περί οριζόντιο άξονα **ΟΟ'**, απλώς ακουμπά στον πυθμένα στο σημείο **B** και σχηματίζει γωνία **θ** με το κατακόρυφο επίπεδο (βλ. σχήμα).

Ζητείται να υπολογιστεί το βάρος **w**, ώστε η ισορροπία της θυρίδας να είναι οριακή.

Αριθμητική εφαρμογή : **h = 1,5 m**, **ρ = 1.000 kg/m³**, **θ = 30°**.

Η επίλυση βασίζεται στην αναλυτική μέθοδο 2.2.2.



- Εκλέγουμε τον άξονα **γ** να *ταυτίζεται* με τον άξονα συμμετρίας της διατομής, στη θυρίδα δρουν δύο δυνάμεις: Το βάρος της **W** και η δύναμη από πιέσεις **F**.

$$\circ \quad W = w \cdot E = w \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{h}{\sin \theta} \right)^2 \quad \text{και} \quad F = \gamma \cdot t_o \cdot E = \rho \cdot g \cdot \frac{1,5 \cdot \pi \cdot h}{4} \cdot \left(\frac{h}{\sin \theta} \right)^2$$

$$\circ \quad e_{OW} = \frac{h}{2 \cdot \tan \theta} \quad \text{και} \quad e_{OF} = \frac{h}{2 \cdot \sin \theta} \cdot \left(1 + \frac{1}{12} \right)$$

$$\circ \quad W \cdot e_{OW} - F \cdot e_{OF} = 0 \rightarrow w = \frac{39}{24 \cdot \cos \theta} \cdot h$$

- Αριθμητική εφαρμογή: **w = 2,816 t/m² = 25,613 kN/m²**.

2.2 Διώρυγα ορθογωνικής διατομής, η οποία περιέχει νερό με βάθος y φράζεται με αβαρές, άκαμπτο θυρόφραγμα ABOΓ σε όλο το πλάτος της b . Το θυρόφραγμα στηρίζεται με *γραμμική* άρθρωση στον οριζόντιο άξονα O, απλώς *ακουμπάει* στον οριζόντιο άξονα A και είναι δυνατό να περιστραφεί μόνο δεξιόστροφα. Η γωνία του θυροφράγματος στο B είναι 90° (βλ. σχήμα).

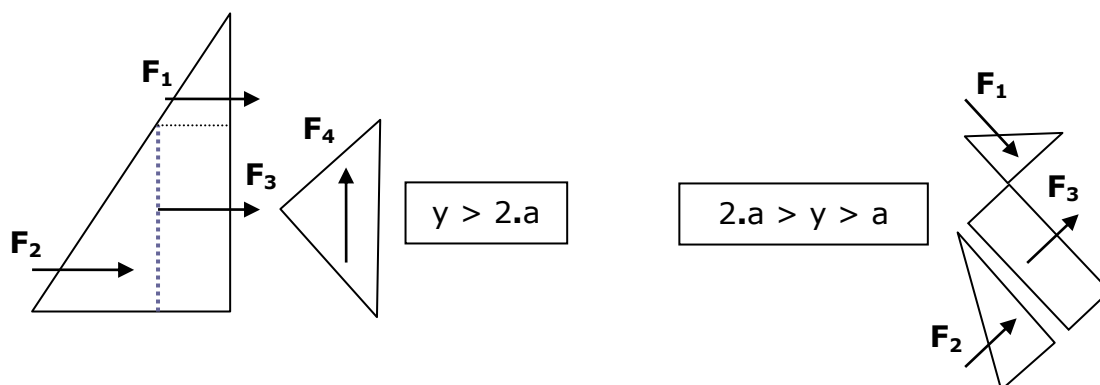
Ζητείται να υπολογιστεί η τιμή του βάθους y , ώστε η ισορροπία του θυροφράγματος να είναι οριακή σε δύο περιπτώσεις:

1. Όταν είναι $y > 2 \cdot a$.
2. Όταν είναι $2 \cdot a > y > a$.

Αριθμητική εφαρμογή : $a = 1 \text{ m}$, $b = 10 \text{ m}$, $\gamma = 1,00 \text{ t/m}$.

Η επίλυση βασίζεται στη *γενική* μέθοδο 2.2.4, (*βέλτιστη*) στην περίπτωση 1 και στη *γραφική* μέθοδο 2.2.3, (*βέλτιστη*) στην περίπτωση 2.

Είναι δυνατό να εφαρμοσθεί οιαδήποτε από τις μεθόδους και στις δύο περιπτώσεις!

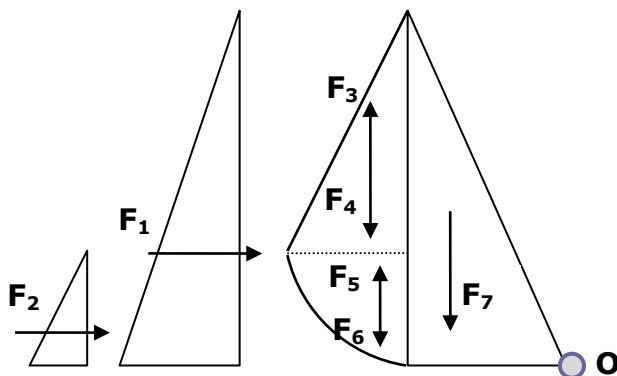


- Δυνάμεις και ροπές ως προς O, περίπτωση **1**: $y > 2 \cdot a$, θέτω $Y = y - 2 \cdot a$:
 - $F_1 = \frac{\gamma \cdot b}{2} \cdot Y^2$ και $M_1 = \frac{\gamma \cdot b}{6} \cdot Y^3$
 - $F_2 = 2 \cdot \gamma \cdot b \cdot a^2$ και $M_2 = \frac{8 \cdot \gamma \cdot b \cdot a^3}{3}$
 - $F_3 = 2 \cdot \gamma \cdot b \cdot a \cdot Y$ και $M_3 = 2 \cdot \gamma \cdot b \cdot a^2 \cdot Y$
 - $F_4 = \gamma \cdot b \cdot a^2$ και $M_4 = \frac{\gamma \cdot b \cdot a^3}{3}$
- Ισορροπία ροπών ως προς O:
 - $\sum_1^4 M_O = 0 \rightarrow M_1 - M_2 - M_3 + M_4 = 0$
 - $Y^3 - 12 \cdot a^2 \cdot Y - 14 \cdot a^3 = 0$
- Αριθμητική εφαρμογή: $y = 5,943 \text{ m}$ (οι άλλες ρίζες απορρίπτονται ως αρνητικές).
- Δυνάμεις και ροπές ως προς O, περίπτωση **2**: $2 \cdot a > y > a$, θέτω $Y = y - 2 \cdot a$:
 - **Δεν προκύπτει αποδεκτή λύση!**

2.3 Ταμιευτήρας μεγάλου πλάτους φράζεται με φράγμα βαρύτητας ΑΒΓΟΑ σε όλο το πλάτος του. Το φράγμα εδράζεται στεγανά στον πυθμένα, έχει διατομή σύνθετης μορφής, όπως στο σχήμα (ΑΒΔ τεταρτοκύκλιο), ειδικό βάρος γ_3 και μπορεί να ανατραπεί (περιστραφεί) περί το σημείο Ο. Στον ταμιευτήρα υπάρχει υγρό με δύο διακριτές στρώσεις πάχους $2 \cdot h$ και h και αντίστοιχα ειδικά βάρη γ_1 και γ_2 (βλ. σχήμα). Ζητείται να υπολογιστεί η τιμή του μήκους L της βάσης ΑΟ, ώστε η ισορροπία του φράγματος να είναι οριακή.

Αριθμητική εφαρμογή: $h = 5 \text{ m}$, $\gamma_1 = 1,00 \text{ t/m}^3$, $\gamma_2 = 1,10 \text{ t/m}^3$, $\gamma_3 = 1,50 \text{ t/m}^3$.

Η επίλυση βασίζεται στη γενική μέθοδο 2.2.4.



- Δυνάμεις και ροπές ως προς Ο ανά m πλάτους του φράγματος:

- $F_1 = \frac{9 \cdot \gamma_1}{2} \cdot h^2$ και $M_1 = \frac{9 \cdot \gamma_1}{2} \cdot h^3$
 - $F_2 = \frac{(\gamma_1 - \gamma_2)}{2} \cdot h^2$ και $M_2 = \frac{(\gamma_2 - \gamma_1)}{6} \cdot h^3$
 - $F_3 = \gamma_1 \cdot h^2$ και $M_3 = \gamma_1 \cdot \left(L + \frac{h}{3}\right) \cdot h^2$
 - $F_4 = \gamma_2 \cdot h^2$ και $M_4 = \gamma_2 \cdot \left(L + \frac{h}{3}\right) \cdot h^2$
 - $F_5 = \frac{\pi \cdot \gamma_2}{4} \cdot h^2$ και $M_5 = \gamma_2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(L + \frac{4 \cdot h}{3 \cdot \pi}\right) \cdot h^2$
 - $F_6 = \frac{\pi \cdot \gamma_3}{4} \cdot h^2$ και $M_6 = \gamma_3 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(L + \frac{4 \cdot h}{3 \cdot \pi}\right) \cdot h^2$
 - $F_7 = \frac{3 \cdot \gamma_3}{2} \cdot h \cdot L$ και $M_7 = \gamma_3 \cdot h \cdot L^2$

- Ισορροπία ροπών ως προς Ο:

- $\sum_1^7 M_O = 0 \rightarrow M_1 + M_2 + M_3 - M_4 + M_5 - M_6 - M_7 = 0$
 - $\gamma_3 \cdot h \cdot L^2 + \left[(\gamma_3 - \gamma_1) + \frac{\pi \cdot (\gamma_3 - \gamma_2)}{4} \right] \cdot h^2 \cdot L - \frac{(28 \cdot \gamma_1 + 3 \cdot \gamma_2 - 4 \cdot \gamma_3) \cdot h^3}{6} = 0$

- Αριθμητική εφαρμογή: $L = 7,135 \text{ m}$

2.4 Ένα αεροστεγές δοχείο ύψους **4.b** περιέχει αέρα με πίεση **p** και υγρό με πυκνότητα **ρ_1** . Μέσα στο δοχείο ισορροπεί κύβος ακμής **b** με πυκνότητα **ρ_2** (βλ. σχήμα). Στη συνέχεια το δοχείο κινείται, προς τα κάτω, με σταθερή κατακόρυφη επιτάχυνση **a**.

Ζητείται να υπολογιστούν η αρχική και η νέα θέση του κύβου.

Αριθμητική εφαρμογή: **$\rho_1 = 1.000 \text{ kgr/m}^3$** , **$\rho_2 = 500 \text{ kgr/m}^3$** , **b = 1 m**,
p = 1.500 Pa, **a = 5 m/s²**.

Η επίλυση βασίζεται στη γενική μέθοδο 2.2.4.

- Αναλύοντας τις πιέσεις στη βρεχόμενη επιφάνεια (κάτω και πλευρικές επιφάνειες του κύβου), απομένουν **μόνον ανώσεις**
Οι οριζόντιες συνιστώσες αλληλοαναιρούνται!
- Η **πίεση** επιδρά εξ' ίσου στην πάνω και την κάτω επιφάνεια του κύβου, άρα τελικώς **αλληλοαναιρείται!** (ισορροπία βάρους και άνωσης).
- Η **επιτάχυνση** της βαρύτητας **g**, σε στάση, ή **$g \pm a$** σε οιαδήποτε φορά κίνησης, τελικώς **απαλείφεται!**

$$\rightarrow h = \frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2} \cdot b$$

- Αριθμητική εφαρμογή: **h = 0,5 m**.