

1.1 Το Εργαστήριο Υδραυλικής προετοιμάζει μία σειρά πειραμάτων, έχοντας στη διάθεσή του τρία διαφορετικά υγρά : A, B και Γ. Τα πειράματα απαιτούν τη χρήση Νευτώνειου ρευστού, του οποίου οι ιδιότητες να προσεγγίζουν περισσότερο τις ιδιότητες ιδεατού ρευστού.

Μετρήσεις τυχαίου δείγματος από κάθε υγρό σε συνθήκες σταθερής θερμοκρασίας 20 °C έδωσαν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Υγρό	Ασκούμενη διατμητική τάση τ [Pa]	0,40	0,53	0,66	0,80	1,07
A	Ταχύτητα μεταβολής γωνιακής παραμόρφωσης du/dy [s^{-1}]	75	100	125	150	200

Υγρό	Ασκούμενη διατμητική τάση τ [Pa]	0,40	0,53	0,66	0,80	1,07
B	Ταχύτητα μεταβολής γωνιακής παραμόρφωσης du/dy [s^{-1}]	750	1000	1250	1500	2000

Υγρό	Ασκούμενη διατμητική τάση τ [Pa]	0,40	0,60	0,80	1,00	1,35
Γ	Ταχύτητα μεταβολής γωνιακής παραμόρφωσης du/dy [s^{-1}]	750	1000	1250	1500	2000

Ζητείται να τεκμηριώσετε ποιο από τα υγρά πρέπει να χρησιμοποιηθεί.

Η επίλυση βασίζεται στο 1.1.1

- Νευτώνιο ρευστό: Δυναμική συνεκτικότητα σταθερή:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} = \text{const} \rightarrow \mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} = \text{const}$$

- Ιδεατό ρευστό: Δυναμική συνεκτικότητα μηδενική $\rightarrow \mu \rightarrow 0$
- Δυναμική συνεκτικότητα και χαρακτηρισμός των τριών υγρών:

Υγρό	Δυναμική συνεκτικότητα μ [poise]					χαρακτηρισμός
A	0,00533	0,00533	0,00530	0,00528	0,00535	Νευτώνειο
B	0,00533	0,00053	0,00053	0,00053	0,00054	Νευτώνειο
Γ	0,00053	0,00060	0,00064	0,00067	0,00068	Μη Νευτώνειο

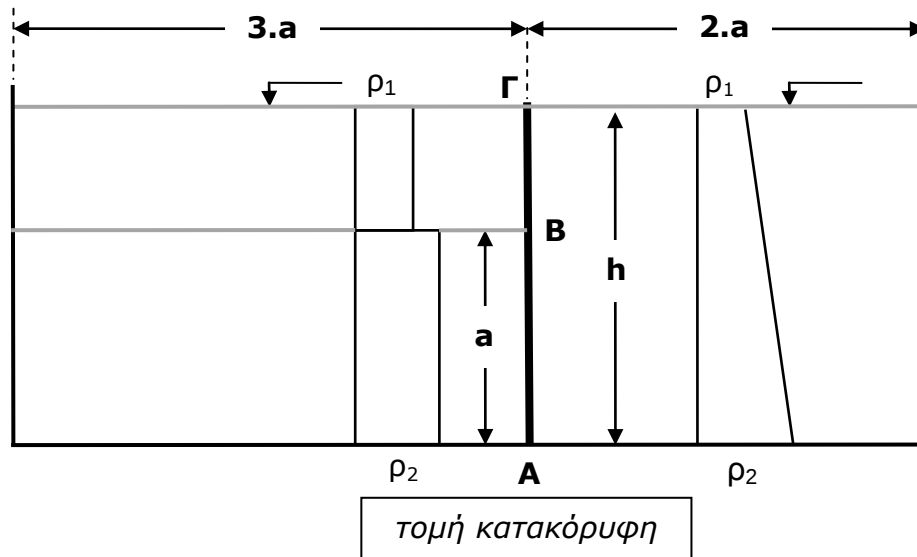
- Συμπέρασμα: Προτείνεται το υγρό **B**: Νευτώνειο με πολύ μικρή μ .

1.2 Θεωρήστε τη διθάλαμη δεξαμενή του σχήματος, με πλάτος **b** και διαχωριστικό τοίχωμα ABΓ, το οποίο είναι κατακόρυφος πρόβολος με ύψος **h** και πάκτωση στο A. Στον ένα θάλαμο (αριστερά) υπάρχει υγρό με δύο διακριτές στρώσεις πάχους **a** και **(h-a)** και αντίστοιχες πυκνότητες **ρ₂** και **ρ₁**. Στον άλλο θάλαμο υπάρχει υγρό με γραμμική μεταβολή πυκνότητας **ρ₁** έως **ρ₂**.

Ζητείται να υπολογιστούν:

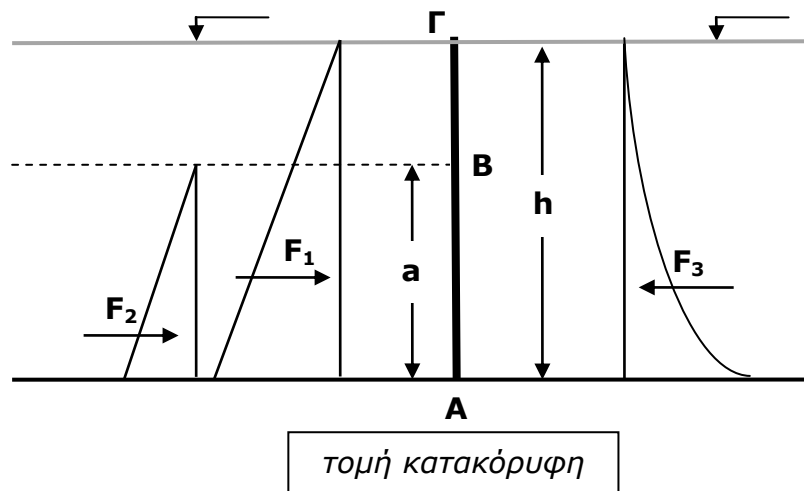
1. Η διάσταση **a**, ώστε η ροπή πάκτωσης **M** στο A να είναι μηδενική.
2. Η οριζόντια αντίδραση **F** στο A για την παραπάνω τιμή της διάστασης **a**.

Αριθμητική εφαρμογή: **h = 8 m**, **ρ₁ = 1.000 kg/m³**, **ρ₂ = 1.100 kg/m³**, **b = 40 m**.



Η επίλυση βασίζεται στη γραφική μέθοδο 2.2.3.

Σημείωση: οι **διαστάσεις** των **θαλάμων ΔΕΝ** επηρεάζουν τη **λύση** ☼



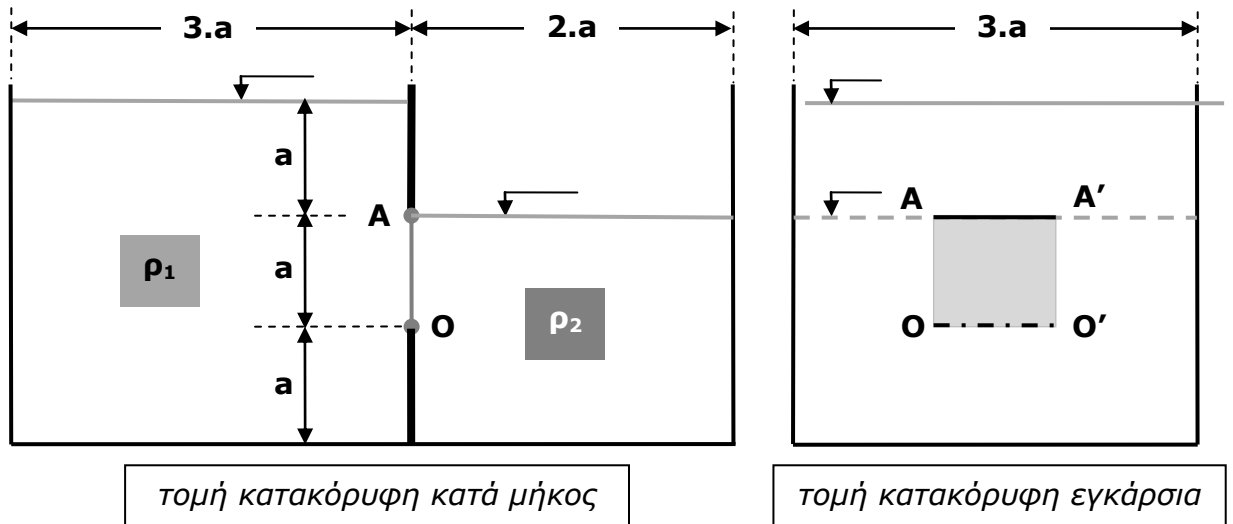
- $F_1 = \frac{g \cdot \rho_1 \cdot h^2 \cdot b}{2}$, $F_2 = \frac{g \cdot (\rho_2 - \rho_1) \cdot a^2 \cdot b}{2}$, $F_3 = \frac{g \cdot (2 \cdot \rho_1 + \rho_2) \cdot h^2 \cdot b}{6}$
- $M_1 = \frac{g \cdot \rho_1 \cdot h^3 \cdot b}{6}$, $M_2 = \frac{g \cdot (\rho_2 - \rho_1) \cdot a^3 \cdot b}{6}$, $M_3 = \frac{g \cdot (3 \cdot \rho_1 + \rho_2) \cdot h^3 \cdot b}{24}$
- $a = \frac{h}{4^{1/3}}$ **ανεξάρτητο** των **ρ₁**, **ρ₂**! και $F = \frac{g \cdot (\rho_2 - \rho_1)}{6} \cdot (3 \cdot a^2 - h^2) \cdot b$
- Αριθμητική εφαρμογή: **a = 5,04 m**, **F = 8,13 t = 79,76 kN**

1.3 Θεωρήστε τη διθάλαμη δεξαμενή του σχήματος. Το κατακόρυφο διαχωριστικό τοίχωμα ΑΒΓ περιλαμβάνει τετραγωνική θυρίδα πλευράς **a**, η οποία στηρίζεται με γραμμική άρθρωση στον άξονα Ο-Ο' και απλή γραμμική στήριξη στον άξονα Α-Α'. Στον ένα θάλαμο υπάρχει υγρό με πυκνότητα **ρ_1** και βάθος **3.a**. Στον άλλο θάλαμο υπάρχει υγρό με πυκνότητα **ρ_2** και βάθος **2.a**.

Ζητείται να υπολογιστούν οι αντιδράσεις των στηρίξεων.

Αριθμητική εφαρμογή: **$a = 3 \text{ m}$, $\rho_1 = 1.100 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 1.400 \text{ kg/m}^3$.**

Υπόδειξη: Η Άσκηση είναι δυνατό να επιλυθεί με δύο μεθόδους.



Η επίλυση βασίζεται στην αναλυτική μέθοδο 2.2.2, ή τη γραφική 2.2.3.

Σημείωση: οι **διαστάσεις** των **θαλάμων ΔΕΝ επηρεάζουν** τη **λύση** ☼

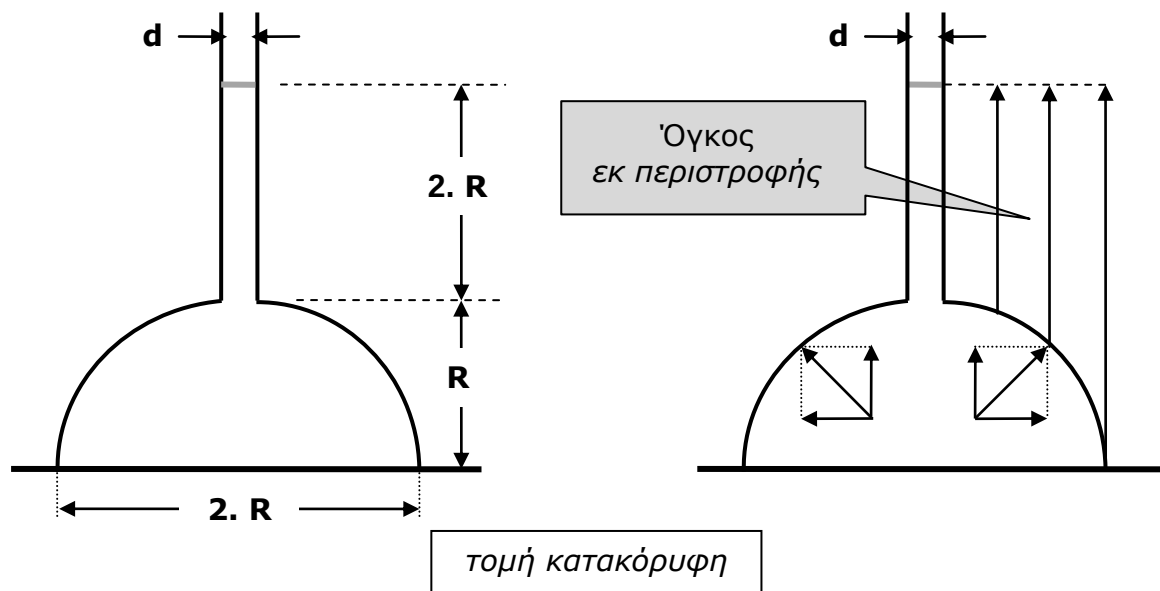
Αναλυτική μέθοδος:

- Εκλέγουμε τον άξονα γ να *ταυτίζεται* με τον άξονα συμμετρίας της διατομής
 $\rightarrow \mathbf{J}_{xy}^0 = 0 \rightarrow \mathbf{x}_n = \mathbf{x}_0$
 - (9) $\rightarrow F_1 = 1,5 \cdot g \cdot \rho_1 \cdot a^3$ και $F_2 = 0,5 \cdot g \cdot \rho_2 \cdot a^3$
 - (10) $\rightarrow y_{\pi 1} = 1,5 \cdot a + \frac{a}{18}$ και $y_{\pi 2} = 0,5 \cdot a + \frac{a}{6}$
 - $\rightarrow \mathbf{e}_{01} = a \cdot \left(0,5 - \frac{1}{18}\right)$ και $\mathbf{e}_{02} = a \cdot \left(0,5 - \frac{1}{6}\right)$
- Ισορροπία δυνάμεων και ροπών (ως προς ΟΟ'):
 - $F_1 \cdot \mathbf{e}_{01} - F_2 \cdot \mathbf{e}_{02} - A_z \cdot a = 0 \rightarrow A_z = \frac{g}{6} \cdot (4 \cdot \rho_1 - \rho_2) \cdot a^3$
 - $\sum_1^2 F_z - A_z - O_z = 0 \rightarrow O_z = \frac{g}{6} \cdot (5 \cdot \rho_1 - 2 \cdot \rho_2) \cdot a^3$
 - $O_y = 0$
- Αριθμητική εφαρμογή:
 - ΑΑ': **$A_z = 13,50 \text{ t} = 132,43 \text{ kN}$** (Οριζόντια αντίδραση προς τα αριστερά).
 - ΟΟ': **$O_z = 12,15 \text{ t} = 119,19 \text{ kN}$** (Οριζόντια αντίδραση προς τα αριστερά).
 - ΟΟ': **$O_y = 0$** (Κατακόρυφη αντίδραση).

1.4 Ένα δοχείο έχει σχήμα ημισφαιρικής επιφάνειας με ακτίνα **R**, περιέχει υγρό με ειδικό βάρος **γ** και συνδέεται στεγανά στο δάπεδο με συγκόλληση. Στον άξονα του δοχείου υπάρχει κατακόρυφος σωλήνας διαμέτρου **d** (βλ. σχήμα), όπου το υγρό φθάνει σε ύψος **3R** από το δάπεδο.

Ζητείται να υπολογιστεί η δύναμη που αναλαμβάνει η συγκόλληση, ανά μέτρο μήκους της.

Αριθμητική εφαρμογή: **R = 2,8 m**, **d = 0,4 m**, **γ = 1,00 t/m³**.



Η επίλυση βασίζεται στη γραφική μέθοδο 2.2.3.

Σημείωση: Αναλύοντας τις πιέσεις στη βρεχόμενη επιφάνεια (βλ. σχήμα), απομένουν **μόνο ανώσεις**. Οι οριζόντιες συνιστώσες αλληλοαναιρούνται!

- Ο, εκ περιστροφής, όγκος **U_z** αναλύεται γεωμετρικά ως:
{κύλινδρος} - {κύλινδρος} - {ημισφαίριο}

$$\rightarrow U_z = \pi \cdot R^2 \cdot 3 \cdot R - \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot 2 \cdot R - \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{\pi \cdot R^3}{12} \cdot \left[28 - 3 \cdot \left(\frac{d}{R} \right)^2 \right]$$

- Η δύναμη ανά μονάδα μήκους της συγκόλλησης είναι:

$$\rightarrow F_z = \frac{\gamma \cdot U_z}{2 \cdot \pi \cdot R} = \frac{\gamma \cdot R^2}{24} \cdot \left[28 - 3 \cdot \left(\frac{d}{R} \right)^2 \right]$$

- Αριθμητική εφαρμογή: **F_z = 9,13 t/m = 89,53 kN/m**