

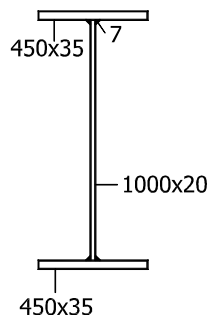
Μάρτιος 2012

Άσκηση 1

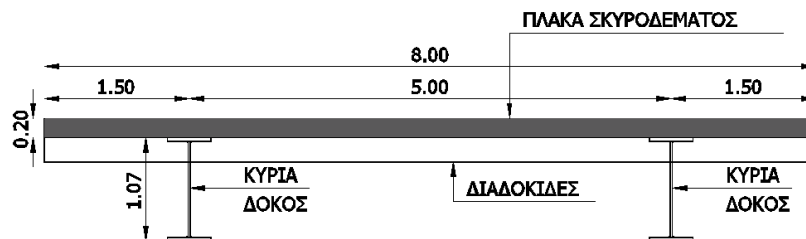
Αμφιέριστη πεζογέφυρα ανοίγματος 24,00m και πλάτους 8,00m έχει φέροντα οργανισμό αποτελούμενο από δύο κύριες δοκούς από χάλυβα ποιότητας S235 με τη συγκολλητή διατομή του Σχήματος 1, από διαδοκίδες και από πλάκα σκυροδέματος πάχους 20cm (Σχήμα 2). Στα άκρα των δοκών που εδράζονται επί των βάθρων διαμορφώνονται απλές στρεπτικές στηρίξεις (διχαλωτές στηρίξεις).

Ζητείται:

- 1) Να ελεγχθεί η επάρκεια της δοκού λαμβάνοντας υπόψη κινητό φορτίο πεζογέφυρας 5kN/m^2 και θεωρώντας ότι το κατάστρωμα παρέχει στη δοκό συνεχή πλευρική εξασφάλιση.
- 2) Να εξεταστεί εάν η μεμονωμένη χαλύβδινη δοκός είναι επαρκής έναντι πλευρικού λυγισμού υπό το ίδιο βάρος της.
- 3) Να εξεταστεί εάν η δοκός είναι επαρκής έναντι πλευρικού λυγισμού υπό το ίδιο βάρος της και το βάρος του νωπού σκυροδέματος.
- 4) Σε περίπτωση που η απάντηση στο ερώτημα (3) είναι αρνητική να εξεταστεί εάν η επάρκεια εξασφαλίζεται με την τοποθέτηση χιαστί συνδέσμων στα τρίτα του μήκους της δοκού.



Σχήμα 1: Συγκολλητή διατομή κύριας δοκού πεζογέφυρας



Σχήμα 2: Εγκάρσια τομή πεζογέφυρας

ΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΗΣ 1**1. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΚΥΡΙΑΣ ΔΟΚΟΥ**

Εμβαδόν διατομής: $A = 45\text{cm} \times 3,5\text{cm} \times 2 + 100\text{cm} \times 2\text{cm} = 515\text{cm}^2$

Ροπή αδράνειας περί τον γ: $I_y = \frac{2,0\text{cm} \times (100\text{cm})^3}{12} + 2 \times 45\text{cm} \times 3,5\text{cm} \times (51,75\text{cm})^2 = 1010255,60\text{cm}^4$

Ροπή αδράνειας περί τον z: $I_z = 2 \times \frac{3,5\text{cm} \times (45\text{cm})^3}{12} = 53156\text{cm}^4$

Σταθερά στρέψης: $I_T = \frac{1}{3} \sum_i b_i t_i^3 = \frac{1}{3} [2 \times 45\text{cm} \times (3,5\text{cm})^3 + 100\text{cm} \times (2\text{cm})^3] = 1553\text{cm}^4$

Σταθερά στρέβλωσης: $I_w = \frac{1}{4} I_z h^2 = \frac{1}{4} \times 53156\text{cm}^4 \times (103,5\text{cm})^2 = 142355090\text{cm}^6$

1.1. Κατάταξη διατομής**1.1.1. Κατηγορία κορμού**

Με βάση τους πίνακες για την κατηγορία διατομών ελέγχουμε τον κορμό σε καθαρή κάμψη:

$$\frac{c}{t_w} = \frac{1000\text{mm} - 2 \times 7\text{mm} \times \sqrt{2}}{20\text{mm}} = 49 < 72\varepsilon = 72 \times 1,00 = 72$$

$$\text{όπου } \varepsilon = \sqrt{235 / f_y} = \sqrt{235 / 235} = 1,00$$

και f_y το όριο διαρροής του χάλυβα σε ΜΡα.
Επομένως ο κορμός ανήκει στην κατηγορία 1.

1.1.2. Κατηγορία πέλματος

Με βάση τους πίνακες για την κατηγορία διατομών ελέγχουμε το πέλμα σε καθαρή θλίψη:

$$\frac{c}{t_f} = \frac{(450 - 20)\text{mm} / 2 - 7\text{mm} \sqrt{2}}{35\text{mm}} = 5,9 < 9\varepsilon = 9$$

Επομένως το πέλμα ανήκει στην κατηγορία 1.

1.1.3. Κατηγορία διατομής

Εφόσον και το πέλμα και ο κορμός ανήκουν στην κατηγορία 1 όλη η διατομή ανήκει στην κατηγορία 1.

2. ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΥΡΙΑΣ ΔΟΚΟΥ ΣΤΗ ΦΑΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ**2.1. Φορτία**

Ειδικό βάρος χάλυβα: $78,5\text{kN/m}^3$

Ίδιο βάρος: $g = 0,0515\text{m}^2 \times 78,5\text{kN/m}^3 = 4,04\text{kN/m}$

Ειδικό βάρος σκυροδέματος $25,0\text{ kN/m}^3$

Το πλάτος της ζώνης επιρροής της κάθε κύριας δοκού είναι $4,00\text{m}$.

Βάρος νωπού σκυροδέματος ανά μέτρο μήκους της δοκού:

$$g^* = 4,0\text{m} \times 0,20\text{m} \times 25,0\text{kN/m}^3 = 20,00\text{kN/m}$$

Το ομοιόμορφα κινητό φορτίο που αντιστοιχεί στην κάθε δοκό είναι:

$$5,00\text{kN/m}^2 \times 4,00\text{m} = 20,00\text{kN/m}$$

2.2. Συνδυασμοί φορτίσεων και μέγιστα εντατικά μεγέθη**Οριακή κατάσταση αστοχίας:**

$$1,35(g^* + g) + 1,50q = 1,35 \times (20,00\text{ kN/m} + 4,04\text{kN/m}) + 1,50 \times 5,00\text{kN/m}^2 \times 4,00\text{m} = 62,45\text{kN/m}$$

Τέμνουσα σχεδιασμού: $V_{Ed} = 62,45 \text{ kN/m} \times \frac{24,00 \text{ m}}{2} = 749,40 \text{ kN}$

Ροπή σχεδιασμού: $M_{Ed} = 62,45 \text{ kN/m} \times \frac{(24,00 \text{ m})^2}{8} = 4496,40 \text{ kNm} = 449640 \text{ kNcm}$

2.3. Έλεγχος σε διάτμηση

$$A_v = t_w \times h_w = 2,00 \text{ cm} \times 100,00 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2$$

Έλεγχος:

$$V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = A_v \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 200 \text{ cm}^2 \times \frac{23,5 \text{ kN/cm}^2}{\sqrt{3} \cdot 1,00} = 2713,55 \text{ kN} > V_{Ed} = 749,40 \text{ kN}$$

Επομένως ο πλαστικός έλεγχος της δοκού σε τέμνουσα ικανοποιείται.

2.4. Έλεγχος κύριας δοκού σε μονοαξονική κάμψη

Στη φάση λειτουργίας η πλάκα σκυροδέματος παρέχει πλευρική εξασφάλιση στη δοκό καθ' όλο το μήκος της.

Επομένως $\chi_{LT} = 1,00$ και $M_{b,Rd} = M_{pl,Rd}$.

Σύμφωνα με τον πλαστικό έλεγχο σε μονοαξονική κάμψη θα πρέπει να ισχύει:

$$M_{Ed} \leq M_{pl,Rd}$$

όπου

$$W_{pl,y} = 2S = 2 \times (45 \text{ cm} \times 3,5 \text{ cm} \times 51,75 \text{ cm} + 50 \text{ cm} \times 2,0 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}) = 21301 \text{ cm}^3$$

$$M_{pl,Rd} = W_{pl,y} f_y / \gamma_{M0} = 21301 \text{ cm}^3 \times 23,5 \text{ kN/cm}^2 / 1,00 = 500573,50 \text{ kNcm} > M_{Ed} = 449640,00 \text{ kNcm}$$

Επομένως η διατομή επαρκεί σε φάση λειτουργίας.

2.5. Κριτήριο συμπεριφοράς σε πεζογέφυρες (Έλεγχος σε ΟΚΛ)

Σε πεζογέφυρες όπου υπερβολικές ταλαντώσεις μπορεί να προκαλέσουν αίσθημα ανασφάλειας στους χρήστες, πρέπει να λαμβάνονται μέτρα για τον περιορισμό τέτοιων ταλαντώσεων σχεδιάζοντας τη γέφυρα έτσι ώστε οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων ή και των κατακόρυφων επιταχύνσεων να βρίσκονται εντός επιτρεπόμενων ορίων.

3. ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΕ ΠΛΕΥΡΙΚΟ ΛΥΓΙΣΜΟ ΥΠΟ ΤΟ ΙΔΙΟ ΒΑΡΟΣ

3.1. Συνδυασμοί φορτίσεων σε οριακή κατάσταση αστοχίας

Φορτίο σχεδιασμού: $1,35g = 1,35 \times 4,04 \text{ kN/m} = 5,45 \text{ kN/m}$

Ροπή σχεδιασμού: $M_{Ed} = 5,45 \text{ kN/m} \times \frac{(24,00 \text{ m})^2}{8} = 392,40 \text{ kNm} = 39240 \text{ kNcm}$

3.2. Κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού

Η ελαστική κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού δίνεται από τη σχέση:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL_T)^2} \left\{ \left[\left[\frac{k}{k_w} \right]^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL_T)^2 GI_T}{\pi^2 EI_z} + (C_2 Z_g - C_3 Z_j)^2 \right]^{0,5} - (C_2 Z_g - C_3 Z_j) \right\} \Rightarrow$$

$$M_{cr} = 1,132 \frac{\pi^2 \times 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 53156 \text{ cm}^4}{(1,0 \times 2400 \text{ cm})^2} \left\{ \left[\left[\frac{1,0}{1,0} \right]^2 \frac{142355090 \text{ cm}^6}{53156 \text{ cm}^4} + \frac{(1,0 \times 2400 \text{ cm})^2 \times 8077 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 1553 \text{ cm}^4}{\pi^2 \times 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 53156 \text{ cm}^4} \right]^{0,5} \right\} =$$

$$= 208084,22 \text{ kNcm}$$

όπου

$$G = \frac{E}{2(\nu + 1)} = \frac{21000 \text{ kN/cm}^2}{2(0,3 + 1)} = 8077 \text{ kN/cm}^2 \text{ (το μέτρο διάτμησης)}$$

$$I_T = 1553 \text{ cm}^4 \quad \text{η σταθερά στρέψης}$$

$$I_z = 53156 \text{ cm}^4 \quad \text{η ροπή αδράνειας ως προς τον ασθενή άξονα}$$

$$I_w = 142355090 \text{ cm}^6 \quad \text{η σταθερά στρέβλωσης}$$

$$L_T = 2400 \text{ cm} \quad \text{το μήκος της δοκού}$$

$$z_a = 0 \quad \text{η τεταγμένη του σημείου εφαρμογής του φορτίου ως προς τον άξονα y-y (το ίδιο βάρος ασκείται στο Κ.Β.)}$$

$$z_s = 0 \quad \text{η τεταγμένη του κέντρου διάτμησης ως προς τον κεντροβαρικό άξονα y-y (Κ.Δ=Κ.Β.)}$$

$$z_g = z_a - z_s = 0 \quad \text{η απόσταση του κέντρου διάτμησης από το σημείο εφαρμογής του φορτίου}$$

$$z_j = 0 \quad \text{(για διατομή διπλής συμμετρίας)}$$

Οι τεταγμένες z_a και z_s μετρώνται με αφετηρία το κέντρο βάρους της διατομής και είναι προσημασμένες με θετική φορά προς το θλιβόμενο πέλμα της διατομής.

Συντελεστές εξαρτώμενοι από το είδος των στηρίξεων ως προς την ελευθερία στροφής και στρέβλωσης των άκρων του εξεταζόμενου πλευρικού μη προστατευόμενου τμήματος:

$$k = 1,00 \quad \text{(και τα δύο άκρα της δοκού διαμορφώνονται ως απλές στρεπτικές στηρίξεις)}$$

$$k_w = 1,00 \quad \text{(τα δύο άκρα της δοκού είναι ελεύθερα σε στρέβλωση)}$$

Συντελεστές εξαρτώμενοι από τις συνθήκες φόρτισης και στρεπτικής στήριξης:

$$C_1 = 1,132 \quad \text{(για παραβολικό διάγραμμα ροπών με } k = 1,00\text{)}$$

$$C_2 = 0,459$$

$$C_3 = 0,525$$

Σημειώνεται ότι με τις απλές στρεπτικές στηρίξεις δεσμεύεται η πλευρική μετάθεση και η στροφή περί το διαμήκη άξονα της δοκού, ενώ επιτρέπεται η στρέβλωση της ακραίας διατομής και παράλληλα επιτρέπεται στον άξονα της δοκού να στρέφεται τόσο στο κατακόρυφο όσο και στο οριζόντιο επίπεδο.

3.3. Λυγηρότητα πλευρικού λυγισμού

Η ανηγμένη λυγηρότητα πλευρικού λυγισμού θα είναι:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{21301 \text{ cm}^3 \times 23,5 \text{ kN/cm}^2}{208084,22 \text{ kNcm}}} = 1,55$$

3.4. Επίδραση πλευρικού λυγισμού

Για λυγηρότητα $\bar{\lambda}_{LT} \leq 0,2$ ή για $\frac{M_{Ed}}{M_{cr}} \leq 0,04$ οι επιδράσεις πλευρικού λυγισμού μπορούν να αγνοούνται και να γίνονται μόνο έλεγχοι διατομής.

Ισχύει $\frac{M_{Ed}}{M_{cr}} = \frac{39240 \text{ kNcm}}{208084,22 \text{ kNcm}} = 0,19 > 0,04$ και $\bar{\lambda}_{LT} = 1,55 > 0,20$ επομένως πρέπει να ληφθεί υπόψη ο πλευρικός λυγισμός.

3.5. Καμπύλες πλευρικού λυγισμού

Για τη συγκολλητή διατομή τύπου διπλού ταυ ισχύει:

$$\frac{h}{b} = \frac{1070 \text{ mm}}{450 \text{ mm}} = 2,38 > 2$$

Σύμφωνα με τη γενική περίπτωση η καμπύλη πλευρικού λυγισμού είναι η d και ο συντελεστής ατελειών θα είναι $\alpha_{LT} = 0,76$.

3.6. Μειωτικός συντελεστής χ_{LT}

Για λυγηρότητα $\bar{\lambda}_{LT} = 1,55$ και για καμπύλη πλευρικού λυγισμού d ο μειωτικός συντελεστής χ_{LT} είναι ίσος με 0,26.

3.7. Έλεγχος σε πλευρικό λυγισμό

Η ροπή αντοχής σε λυγισμό μιας πλευρικά μη προστατευμένης δοκού δίνεται ως εξής:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,26 \times 21301 \text{ cm}^3 \times \frac{23,5 \text{ kN/cm}^2}{1,0} = 130149,11 \text{ kNcm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{39240 \text{ kNcm}}{130149,11 \text{ kNcm}} = 0,30 < 1$$

Επομένως η δοκός δεν κινδυνεύει να αστοχήσει από πλευρικό λυγισμό από το ίδιο βάρος της.

3.8. Έλεγχος σε διάτμηση

Ο έλεγχος αυτός καλύπτεται από τον προηγούμενο έλεγχο που έγινε στη φάση λειτουργίας της πεζογέφυρας.

4. ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΕ ΠΛΕΥΡΙΚΟ ΛΥΓΙΣΜΟ ΥΠΟ ΤΟ ΒΑΡΟΣ ΤΟΥ ΝΩΠΟΥ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ**4.1. Συνδυασμοί φορτίσεων σε οριακή κατάσταση αστοχίας**

Φορτίο σχεδιασμού (ίδιο βάρος πλάκας και δοκού):

$$1,35(g^* + g) = 1,35 \times (20,00 \text{ kN/m} + 4,04 \text{ kN/m}) = 32,45 \text{ kN/m}$$

$$\text{Ροπή σχεδιασμού: } M_{Ed} = 32,45 \text{ kN/m} \times \frac{(24,00 \text{ m})^2}{8} = 2336,40 \text{ kNm} = 233640 \text{ kNcm}$$

4.2. Κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού

Το βάρος του νωπού σκυροδέματος ασκείται στη στάθμη του άνω πέλματος της δοκού.

Υποθέτουμε επί το δυσμενέστερο ότι το συνολικό φορτίο (συμπεριλαμβανομένου και του ιδίου βάρους) ασκείται στη στάθμη του άνω πέλματος.

$$z_a = 53,50 \text{ cm}$$

$$z_g = z_a - z_s = 53,50 \text{ cm} - 0 = 53,50 \text{ cm}$$

Επομένως η ελαστική κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού θα είναι:

$$M_{cr} = 1,132 \frac{\pi^2 \times 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 53156 \text{ cm}^4}{(1,0 \times 2400 \text{ cm})^2} \times$$

$$\times \left\{ \left[\frac{1,0}{1,0} \right]^2 \frac{142355090 \text{ cm}^6}{53156 \text{ cm}^4} + \frac{(1,0 \times 2400 \text{ cm})^2 \times 8077 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 1553 \text{ cm}^4}{\pi^2 \times 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 53156 \text{ cm}^4} + (0,459 \times 53,5 \text{ cm})^2 \right\}^{0,5} - 0,459 \times 53,5 \text{ cm} =$$

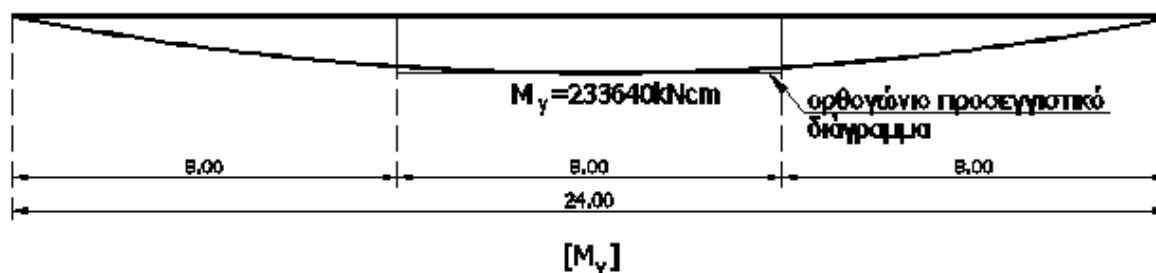
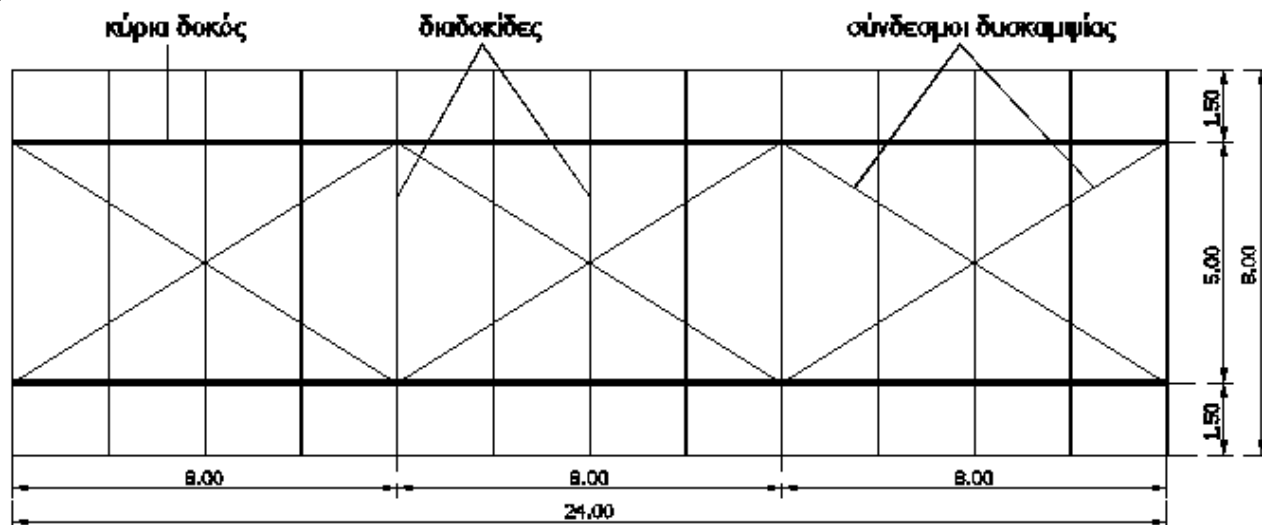
$$= 161600,32 \text{ kNcm}$$

Ισχύει $M_{Ed} = 233640 \text{ kNcm} > M_{cr} = 161600,32 \text{ kNcm}$, επομένως δεν έχει νόημα ο υπολογισμός της ροπής αντοχής $M_{b,Rd}$, η οποία είναι σίγουρα μικρότερη από την M_{cr} . Η κύρια δοκός δεν επαρκεί έναντι πλευρικού λυγισμού, υπό το ίδιο βάρος της και το βάρος της πλάκας σκυροδέματος.

5. ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΕ ΠΛΕΥΡΙΚΟ ΛΥΓΙΣΜΟ ΥΠΟ ΤΟ ΒΑΡΟΣ ΤΟΥ ΝΩΠΟΥ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΠΛΕΥΡΙΚΕΣ ΕΞΑΣΦΑΛΙΣΕΙΣ ΣΤΑ ΤΡΙΤΑ ΤΟΥ ΑΝΟΙΓΜΑΤΟΣ**5.1. Παραδοχές**

Τοποθετούνται σύνδεσμοι δυσκαμψίας που συνδέονται στο κάτω πέλμα των διαδοκίδων ανά 8,00m όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι σύνδεσμοι αυτοί απαιτούνται μόνο για τη φάση σκυροδέτησης της πλάκας. Μετά την σκυροδέτηση μπορούν να παραμείνουν, ωστόσο δεν είναι απαραίτητο, εφόσον στη φάση λειτουργίας πλευρική εξασφάλιση για τις κύριες δοκούς παρέχεται από την πλάκα.

Εξετάζεται το κεντρικό άνοιγμα των 8,00m στο οποίο οι ροπές είναι μεγαλύτερες. Υποθέτουμε επί το δυσμενέστερο ότι το άνοιγμα αυτό καταπονείται από σταθερή ροπή κατά το μήκος του ίση με την μέγιστη ροπή της δοκού.



Σχήμα 1: Κάτοψη γέφυρας με πλευρικές εξασφαλίσεις στα τρίτα του ανοίγματος μέσω συνδέσμων δυσκαμψίας

5.2. Κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού

Για τον υπολογισμό της κρίσιμης ροπής πλευρικού λυγισμού λαμβάνονται υπόψη:

$C_1 = 1,000$ (για ορθογωνικό διάγραμμα ροπών με $k=1,00$)

$C_2 = 0,000$

$C_3 = 1,000$

$z_a = 53,50\text{cm}$ (το συνολικό φορτίο ασκείται στη στάθμη του άνω πέλματος)

$z_g = z_a - z_s = 53,50\text{cm} - 0 = 53,50\text{cm}$

$L_T = 800\text{cm}$

Επομένως η ελαστική κρίσιμη ροπή πλευρικού λυγισμού θα είναι:

$$M_{cr} = 1,000 \frac{\pi^2 \times 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 53156 \text{cm}^4}{(1,0 \times 800 \text{cm})^2} \times$$

$$\times \left\{ \left[\frac{1,0}{1,0} \right]^2 \frac{142355090 \text{cm}^6}{53156 \text{cm}^4} + \frac{(1,0 \times 800 \text{cm})^2 8077 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} 1553 \text{cm}^4}{\pi^2 \times 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 53156 \text{cm}^4} + (0 \times 53,5 \text{cm})^2 \right\}^{0,5} - 0 \times 53,5 \text{cm} =$$

$$= 1004755,30 \text{kNcm}$$

5.3. Λυγηρότητα πλευρικού λυγισμού

Η ανηγμένη λυγηρότητα πλευρικού λυγισμού θα είναι:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{21301 \text{cm}^3 \times 23,5 \text{kN/cm}^2}{1004755,30 \text{kNcm}}} = 0,70$$

5.4. Επίδραση πλευρικού λυγισμού

Ισχύει $\frac{M_{Ed}}{M_{cr}} = \frac{233640 \text{kNcm}}{1004755,30 \text{kNcm}} = 0,23 > 0,04$ και $\bar{\lambda}_{LT} = 0,70 > 0,20$ επομένως πρέπει να ληφθεί υπόψη ο πλευρικός λυγισμός.

5.5. Μειωτικός συντελεστής χ_{LT}

Για λυγηρότητα $\bar{\lambda}_{LT} = 0,70$ και για καμπύλη πλευρικού λυγισμού d ο μειωτικός συντελεστής χ_{LT} είναι ίσος με 0,64.

5.6. Έλεγχος σε πλευρικό λυγισμό

Ισχύει:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,64 \times 21301 \text{cm}^3 \times \frac{23,5 \text{kN/cm}^2}{1,0} = 320367 \text{kNcm}$$

και:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{233640 \text{kNcm}}{320367 \text{kNcm}} = 0,73 < 1$$

Επομένως η δοκός επαρκεί έναντι πλευρικού λυγισμού σε φάση σκυροδέτησης, εφόσον εξασφαλιστεί πλευρικά στα τρίτα του ανοίγματος.

5.7. Έλεγχος σε διάτμηση

Ο έλεγχος αυτός καλύπτεται από τον έλεγχο που έγινε στη φάση λειτουργίας της πεζογέφυρας.