

Μάιος 2012

Άσκηση 13

Η κάλυψη βιομηχανικού χώρου γίνεται από μεταλλική κατασκευή με κύριους φορείς δίστυλα δίρριχτα πλαίσια, τοποθετημένα σε αποστάσεις μεταξύ τους 6,00m. Τα υποστυλώματα μορφώνονται από διατομές HEA360, ενώ τα ζυγώματα από διατομές IPE400. Οι διατομές των υποστυλωμάτων και των ζυγωμάτων είναι κατάλληλα προσανατολισμένες ώστε οι ισχυροί τους άξονες να ενεργοποιούνται για φορτία εντός του επιπέδου του πλαισίου. Η κατασκευή υπόκειται σε κατακόρυφα φορτία που προέρχονται από μόνιμα φορτία $g=0,8\text{kN/m}^2$ και από χιόνι $s=1,25\text{kN/m}^2$.

Ζητείται η διαστασιολόγηση και ο έλεγχος επάρκειας έναντι σεισμού, σύμφωνα με τον ΕΑΚ2000, του οριζόντιου συνδέσμου δυσκαμψίας (από δύο γωνιακά).

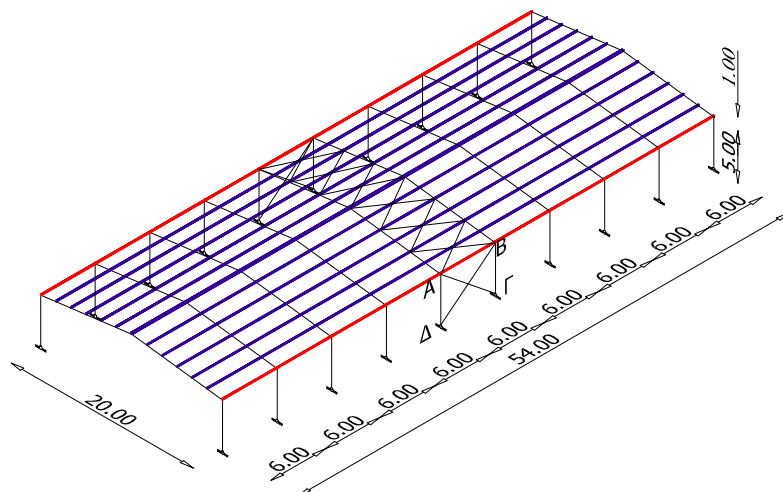
Δίνεται

Χάλυβας

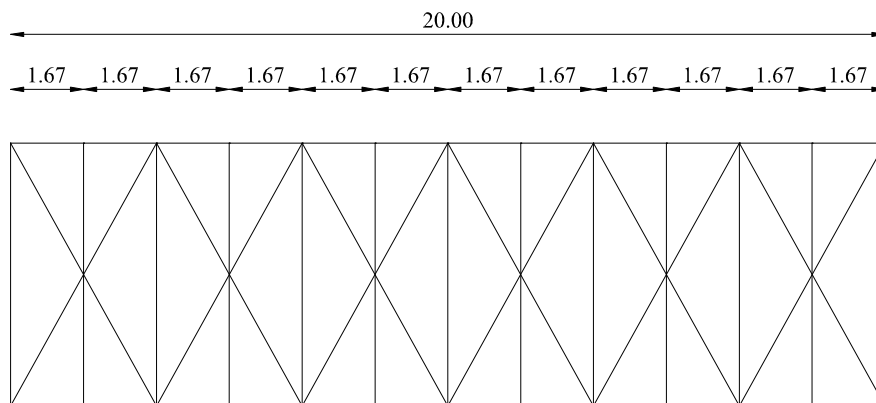
S 235

Ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας ΙΙΙ:

$A=0,36\cdot g$



Σχήμα 1: Προοπτικό στεγάστρου



Σχήμα 2: Κάτοψη οριζόντιου συνδέσμου δυσκαμψίας

ΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΗΣ 13

1. ΦΟΡΤΙΑ

- Μόνιμο φορτίο στέγης: $G = 0,80 \text{ kN/m}^2$
- Χιόνι επί της στέγης: $S = 1,25 \text{ kN/m}^2$
- Σεισμός
 - Ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας ΙΙΙ: $A=0,36 \cdot g$
 - Συντελεστής φασματικής ενίσχυσης: $\beta_o=2,50$
 - Συντελεστής θεμελίωσης: $\theta=1,00$
 - Κατηγορία σπουδαιότητας Σ_2 : $\gamma_I=1,00$
 - Ποσοστό απόσβεσης: $\zeta=3\%$
 - (κοχλιωτή και συγκολλητή μεταλλική κατασκευή)

Διορθωτικός συντελεστής απόσβεσης

$$n = \sqrt{\frac{7}{2+\zeta}} = \sqrt{\frac{7}{2+3}} = 1,183$$

Συντελεστής συμπεριφοράς για δικτυωτούς διαγώνιους
συνδέσμους χωρίς εκκεντρότητα

$$q=3,00.$$

Οριζόντια φασματική επιτάχυνση σχεδιασμού:

$$\Phi_d(T) = \gamma_I \cdot A \cdot \frac{n \cdot \theta \cdot \beta_o}{q} = 1,00 \times 0,36g \times \frac{1,183 \times 1,00 \times 2,50}{3,0} = 0,355g$$

2. ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ

Κατακόρυφα φορτία στέγης που συνδυάζονται με το σεισμό:

$$G + \psi_2 \cdot S = 0,80 \text{ kN/m}^2 + 0,30 \times 1,25 \text{ kN/m}^2 = 1,175 \text{ kN/m}^2$$

όπου $\psi_2=0,3$ για χιόνιΚατακόρυφο ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο ανά ζύγωμα: $1,175 \text{ kN/m}^2 \times 6,00 \text{ m} = 7,05 \text{ kN/m}$ Συνολικό κατακόρυφο φορτίο: $1,175 \text{ kN/m}^2 \times 9 \times 6,00 \text{ m} \times 20,00 \text{ m} = 1269 \text{ kN}$ Σεισμός

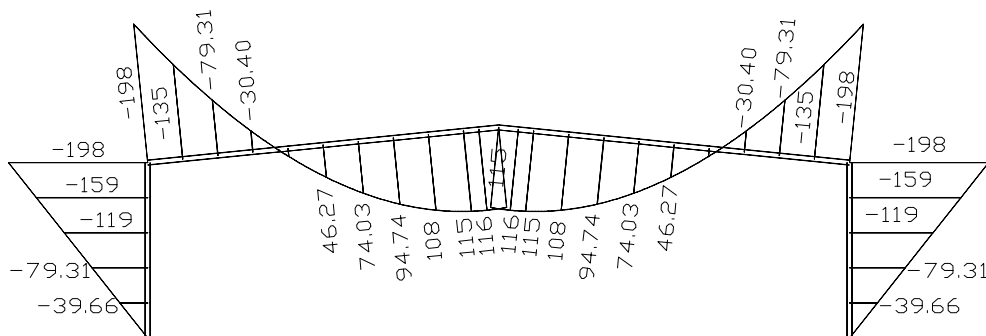
Θεωρούμε ότι τα παραπάνω κατακόρυφα φορτία της στέγης αποτελούν και την ταλαντούμενη μάζα της κατασκευής, επομένως η συνολική οριζόντια σεισμική δύναμη θα είναι:

$$Q_E = M \times \Phi_d(T) = 1269 \text{ kN/g} \times 0,355g = 450,50 \text{ kN}$$

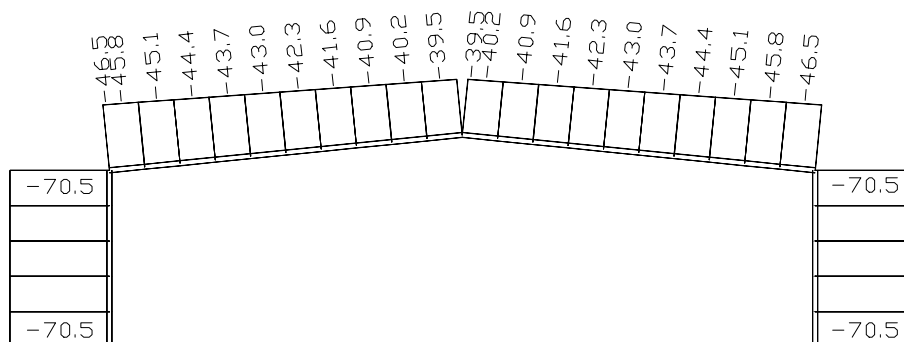
3. ΔΙΑΣΤΑΣΙΟΛΟΓΗΣΗ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΥ ΣΥΝΔΕΣΜΟΥ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑΣ

Θεωρούμε ότι ο οριζόντιος σύνδεσμος δυσκαμψίας παραλαμβάνει όλη τη σεισμική δύναμη.

Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 3, όπου το σύστημα δυσκαμψίας απαιτείται για να σταθεροποιεί το θλιβόμενο πέλμα μιας δοκού σταθερού ύψους, η δύναμη N_{Ed} μπορεί να λαμβάνεται από $N_{Ed} = M_{Ed}/h$, όπου M_{Ed} είναι η μέγιστη ροπή στη δοκό και h είναι το ύψος της δοκού.Τα διαγράμματα των καμπτικών ρομών και αξονικών δυνάμεων που αναπτύσσονται στο ζύγωμα για τα κατακόρυφα φορτία σύμφωνα με τον συνδυασμό $G+0,3S$ δίνονται στα παρακάτω σχήματα:



Σχήμα 1: Διάγραμμα καμπτικών ροπών για φορτία G+0,3S



Σχήμα 2: Διάγραμμα αξονικών δυνάμεων για φορτία G+0,3S

$$M_{Ed,σπηρ}=198\text{kNm}$$

$$N_{Ed,σπηρ}=46,5\text{kN}$$

$$M_{Ed,άνοιγ}=115\text{kNm}$$

$$N_{Ed,άνοιγ}=39,5\text{kNm}$$

Η ροπή αυτή (λαμβάνεται η δυσμενέστερη υπέρ της ασφαλείας) προκαλεί μία θλιπτική δύναμη στο άνω πέλμα του ζυγώματος ίση με:

$$N_{f,V,M} = \frac{M_{Ed}}{h - t_f} = \frac{19800\text{kNcm}}{40\text{cm} - 1,35\text{cm}} = 512,30\text{kN}$$

Στο άνω πέλμα του ζυγώματος δρα και το ποσοστό της αξονικής δύναμης που αντιστοιχεί στο ποσοστό της επιφάνειάς του επί του συνόλου της διατομής:

$$N_{f,V,N} = \frac{b \cdot t_f}{A} N_{Ed} = \frac{18\text{cm} \cdot 1,35\text{cm}}{84,5\text{cm}^2} \cdot 46,5\text{kN} = 13,37\text{kN}$$

Επομένως η συνολική αξονική δύναμη στο άνω πέλμα του ζυγώματος θα είναι από κατακόρυφα φορτία:

$$\Sigma N_{f,V} = 512,30 + 13,37 = 525,7\text{kN}$$

Η δύναμη από κατακόρυφα φορτία έχει παραβολική κατανομή, όπως και η ροπή κατά μήκος του άνω πέλματος. Επί το δυσμενέστερο όμως θεωρείται ότι είναι σταθερή και δρα στα άκρα του πέλματος. Ο οριζόντιος σύνδεσμος εξασφαλίζει πλευρική στήριξη στα ζυγώματα όλων των πλαισίων, τα οποία θεωρούνται ότι είναι $8+2 \times 1/2 = 9$ πλάισια, εφόσον η ζώνη επιρροής των ακραίων έχει πλάτος ίσο με το μισό του πλάτους των ενδιάμεσων πλαισίων. Επομένως, ο οριζόντιος αυτός σύνδεσμος θεωρείται ότι ευσταθοποιεί:

$$n_r = 9/1 = 9 \text{ ζυγώματα.}$$

Η συνολική δύναμη ευσταθοποίησης είναι:

$$\Sigma N = 9 \times 525,7 = 4731,30\text{kN}$$

Για την οριζόντια σεισμική δύναμη που καλείται να παραλάβει ο οριζόντιος σύνδεσμος δυσκαμψίας, επιλύεται το δικτύωμα που περιλαμβάνει τον οριζόντιο σύνδεσμο και δύο ζυγώματα πλαισίων.

Σε κάθε κόμβο ασκείται δύναμη:

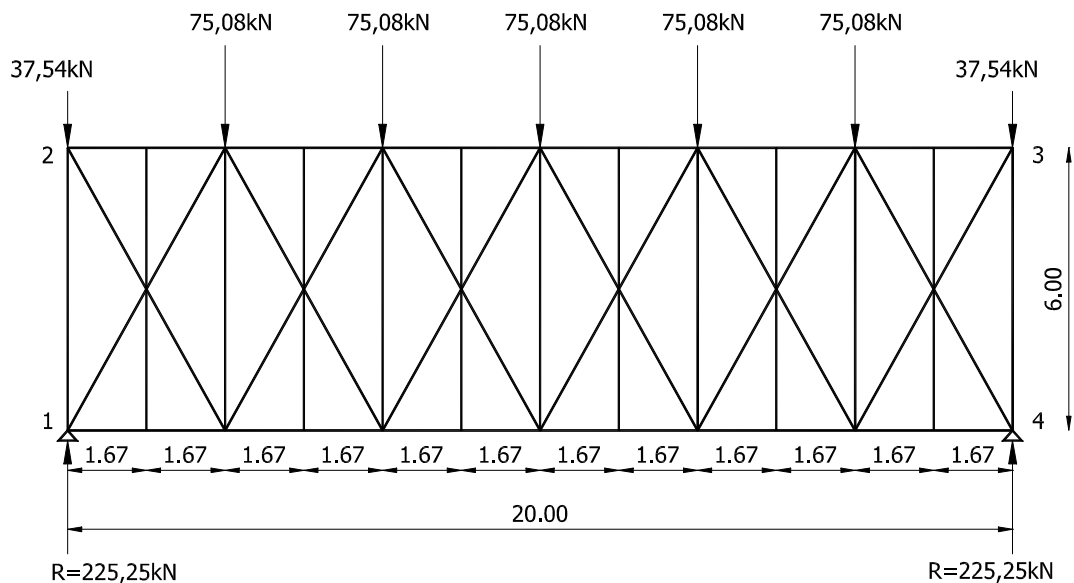
$$P_E = \frac{450,50\text{kN}}{6} = 75,08\text{kN}$$

εκτός από τους δύο ακραίους που ασκείται δύναμη:

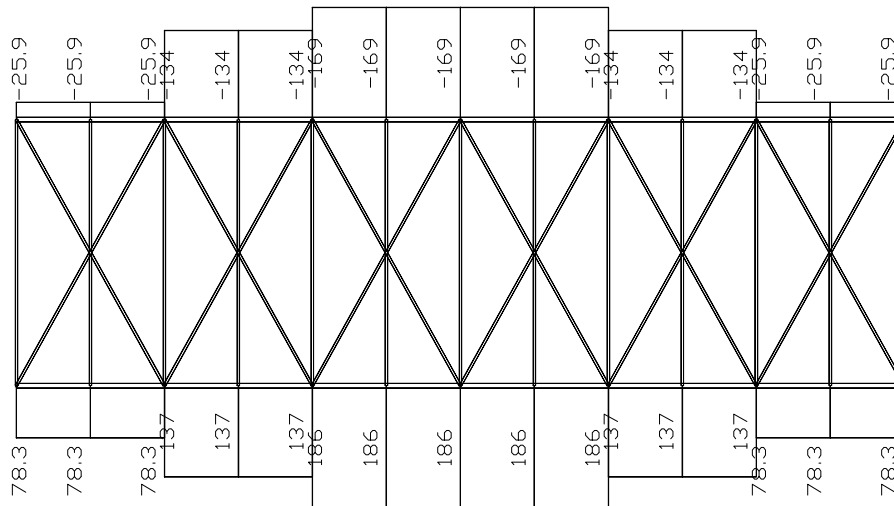
$$P_{E/2} = \frac{75,08\text{kN}}{2} = 37,54\text{kN}$$

Αντιδράσεις στους ορθοστάτες:

$$R = \frac{450,50\text{kN}}{2} = 225,25\text{kN}$$



Σχήμα 3: Κατανομή του σεισμικού φορτίου στους οριζόντιους συνδέσμους δυσκαμψίας



Σχήμα 4: Αξονικά φορτία στα ζυγώματα από επίλυση οριζόντιου συνδέσμου δυσκαμψίας σε σεισμικά φορτία

Στην ανάλυση συστημάτων δυσκαμψίας, τα οποία απαιτούνται για να παρέχουν ευστάθεια έναντι πλευρικής εκτροπής κατά μήκος των δοκών ή των θλιβομένων μελών, οι δυνάμεις εξασφάλισης λαμβάνονται υπόψη μέσω μιας ισοδύναμης γεωμετρικής ατέλειας των εξασφαλιζόμενων μελών, με τη μορφή μιας αρχικής τοπικής ατέλειας:

$$e_0 = a_m L / 500$$

όπου

$$a_m = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{9}\right)} = 0,745$$

στο οποίο m είναι ο αριθμός των μελών που αντιστηρίζονται από πλευρική εκτροπή.

Επομένως η αρχική τοπική ατέλεια δίνεται ως εξής:

$$e_0 = \frac{a_m L}{500} = \frac{0,745 \cdot 2000 \text{ cm}}{500} \approx 3,0 \text{ cm}$$

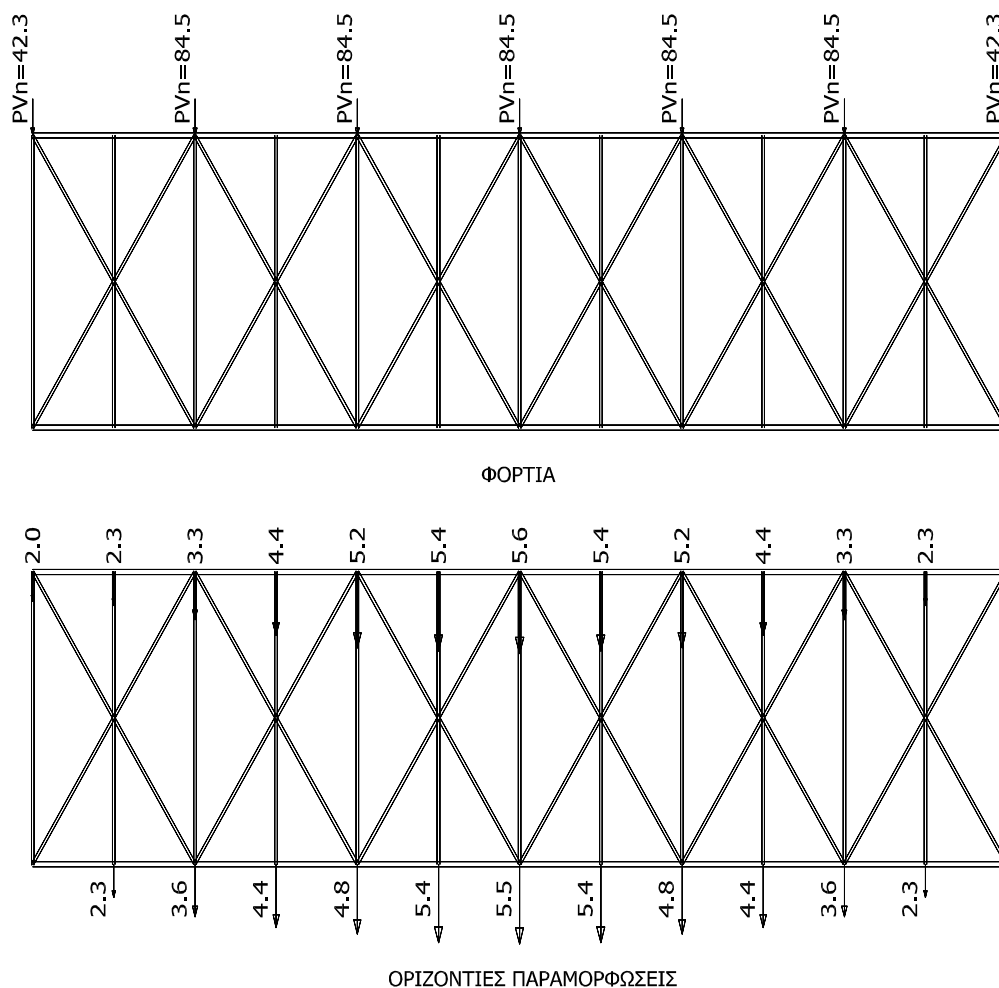
Για ευκολία, οι επιδράσεις των αρχικών ατελειών των μελών που θα αντιστηριχθούν από ένα σύστημα δυσκαμψίας, μπορούν να αντικατασταθούν από την ισοδύναμη σταθεροποιητική δύναμη:

$$q = \sum N_{Ed} \cdot 8 \frac{e_0 + \delta_q}{L^2}$$

όπου δ_q είναι η εντός επιπέδου παραμόρφωση του συστήματος δυσκαμψίας οφειλόμενη στο q και σε όλα τα εξωτερικά φορτία που υπολογίστηκαν από την ανάλυση πρώτης τάξης. Σημειώνεται ότι το δ_q μπορεί να λαμβάνεται 0 εάν χρησιμοποιείται θεωρία δεύτερης τάξης. Αρχικά θεωρείται ότι $\delta_q=0$ και υπολογίζεται η ισοδύναμη δύναμη:

$$q_{\text{ισοδ}} = \sum N_{Ed} \cdot 8 \frac{e_0 + \delta_q}{L^2} = 4731,30 \cdot 8 \cdot \frac{0,03 + 0}{20,00^2} = 2,84 \text{ kN/m}$$

Για οριζόντιο ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο 2,84kN/m ($2,84 \text{ kN/m} \times 2 \times 1,67 = 9,50 \text{ kN/κόμβο}$) και το σεισμικό φορτίο στο δικτύωμα του οριζόντιου συνδέσμου (75,08kN/κόμβο) προκύπτει παραμόρφωση $\delta_q=5,6 \text{ mm}$.



Σχήμα 5: Παραμόρφωση οριζόντιου συνδέσμου δυσκαμψίας από οριζόντια φορτία (1^η επανάληψη)

Επομένως η νέα ισοδύναμη δύναμη που ασκείται στο σύστημα δυσκαμψίας προκειμένου αυτό να εξασφαλίσει πλευρική στήριξη στα ζυγώματα των πλαισίων είναι:

$$q_{\text{ισοδ}} = \sum N_{\text{Ed}} 8 \frac{e_0 + \delta_q}{L^2} = 4731,30 \cdot 8 \cdot \frac{0,03 + 0,0056}{20,00^2} = 3,36 \text{ kN/m}$$

Για οριζόντιο φορτίο 3,36 kN/m και το σεισμικό φορτίο στο δικτύωμα του οριζόντιου συνδέσμου προκύπτει παραμόρφωση $\delta_q = 5,7 \text{ mm}$ που είναι περίπου ίση με την προηγούμενη.

Επομένως επιβεβαιώνεται ότι η τελική ισοδύναμη δύναμη είναι ίση με $q_{\text{ισοδ}} = 3,36 \text{ kN/m}$.

Ο οριζόντιος σύνδεσμος δυσκαμψίας δεν θεωρείται πλαστικό στοιχείο και σύμφωνα με τον ΕΑΚ2000 §Γ.7, το συνολικό οριζόντιο κατανεμημένο φορτίο για το οποίο θα πρέπει να διαστασιολογηθεί ο οριζόντιος σύνδεσμος δυσκαμψίας είναι:

$$q = q_E + q_{\text{ισοδ}} = 1,50 \times 450,50 \text{ kN/20m} + 3,36 \text{ kN/m} = 37,15 \text{ kN/m}$$

Ο συντελεστής 1,50 προβλέπεται από τον ΕΑΚ2000 ως υπεραντοχή του οριζόντιου συνδέσμου δυσκαμψίας σε περίπτωση ανελαστικού σχεδιασμού, ώστε να υπάρχει η βεβαιότητα πλαστικοποίησης του κατακόρυφου συνδέσμου (διαγωνίου) προ της αστοχίας του οριζοντίου, αλλά και ισοκατανομή της σεισμικής ώθησης στους διαφορετικούς κατακόρυφους συνδέσμους, όταν διατάσσονται περισσότεροι του ενός σε μία πλευρά του υπόστεγου.

Σε κάθε κόμβο ασκείται δύναμη:

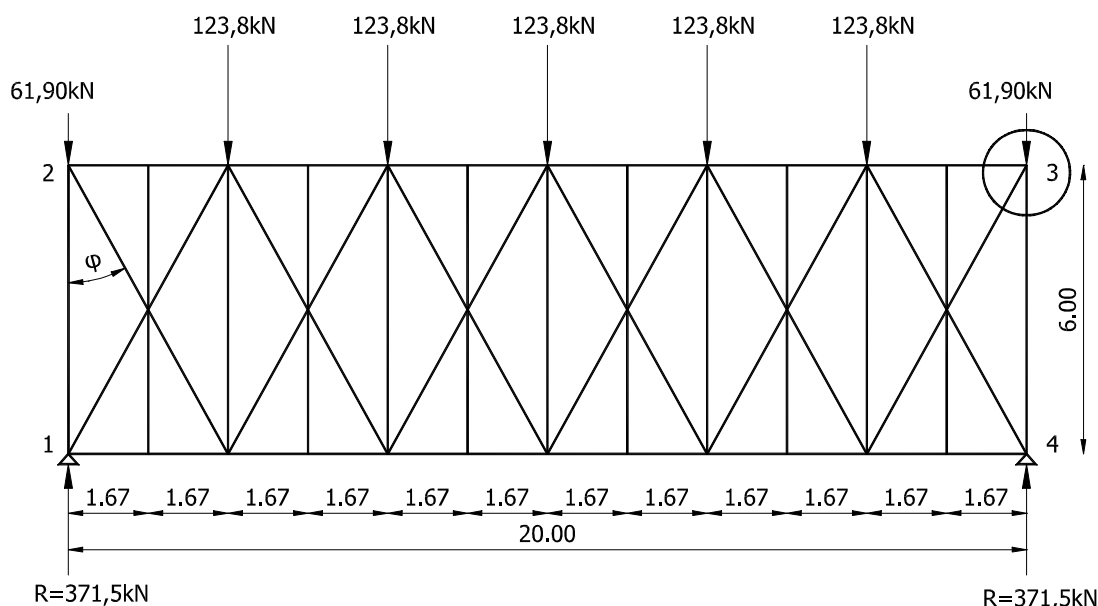
$$P_E = \frac{37,15 \text{ kN/m} \times 20,00 \text{ m}}{6} = 123,8 \text{ kN}$$

εκτός από τους δύο ακραίους που ασκείται δύναμη:

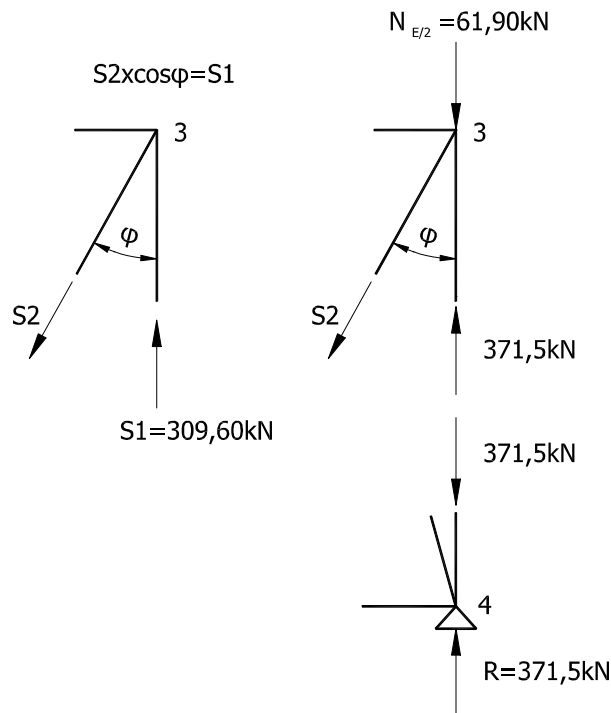
$$P_{E/2} = \frac{123,8 \text{ kN}}{2} = 61,90 \text{ kN}$$

Οι αντιδράσεις στους ορθοστάτες είναι:

$$R = \frac{Q_E \times L}{2} = \frac{37,15 \text{ kN/m} \times 20 \text{ m}}{2} = 371,5 \text{ kN}$$



Σχήμα 6: Κατανομή του σεισμικού φορτίου στους οριζόντιους συνδέσμους δυσκαμψίας



Σχήμα 7: Ανάλυση δυνάμεων στους κόμβους

Η αξονική δύναμη στην ακραία οριζόντια διαγώνιο, υποθέτοντας ότι εκ των δύο διαγωνίων κάθε φατνώματος λειτουργεί μόνο η εφελκυσμένη διαγώνιος, είναι:

$$S_2 = N_{Ed} = \frac{S_1}{\cos \varphi} = \frac{R - N_{E/2}}{\cos \varphi} = \frac{371,5\text{kN} - 61,90\text{kN}}{\cos 29,05} = 354,15\text{kN}$$

όπου

$$\tan \varphi = \frac{20,00\text{m}/6}{6} \Rightarrow \varphi = 29,05^\circ$$

3.1. Επιλογή διατομής

Επιλέγουμε δύο γωνιακά εμβαδού A το καθένα. Η επιλογή γίνεται με το κριτήριο αντοχής της απομειωμένης διατομής σε θραύσης στη θέση κοχλίωσης λόγω έκκεντρης στήριξης.

Έστω ότι στην άκρη τα γωνιακά θα συνδεθούν με τουλάχιστον 3 κοχλίες. Για να βρούμε την αντοχή της απομειωμένης διατομής σε θραύση θα πρέπει να υπολογίσουμε τι κοχλίες θα χρειαστούμε.

Η αντοχή της απομειωμένης διατομής σε θραύση θα είναι:

$$N_{u,Rd} = \frac{\beta_3 A_{net} f_u}{\gamma_{M2}}$$

όπου το β_3 εξαρτάται από τη διάταξη των οπών. Έστω ότι παίρνουμε τη μικρότερη τιμή $\beta_3=0,5$

$$N_{Ed} \leq N_{u,Rd} = \frac{\beta_3 2A_{net} f_u}{\gamma_{M2}} \Rightarrow 2A_{net} \geq \frac{N_{Ed} \gamma_{M2}}{\beta_3 f_u} \Rightarrow$$

$$2A_{net} \geq \frac{354,15\text{kN} \times 1,25}{0,5 \times 36\text{kN/cm}^2} = 24,6\text{cm}^2 \Rightarrow A_{net} \geq 12,3\text{cm}^2$$

Από τους πίνακες για τα γωνιακά αναζητούμε διατομή με εμβαδόν $A > 12,30\text{cm}^2$.

Επιλέγουμε L90.90.8 ($A=13,89\text{cm}^2$)

3.2. Αντοχή κοχλίων σε διάτμηση

Σύμφωνα με τον πίνακα των προτύπων διατομών L, για τη συγκεκριμένη διατομή μπορούμε να έχουμε οπή μέχρι $d_1=25\text{mm}$. Για την σύνδεση στην άκρη επιλέγουμε κοχλίες M16 ποιότητας 4.6:

A: η διατομή του κάθε κοχλία ($A=\pi d^2/4=\pi(1,6\text{cm})^2/4=2,01\text{cm}^2$)

$$F_{v,Rd} = n \frac{a_v A f_{ub}}{\gamma_{M2}} m \Rightarrow F_{v,Rd} = 2 \times \frac{0,60 \times 2,01\text{cm}^2 \times 40\text{kN/cm}^2}{1,25} \times m = (77,18 \times m)\text{kN} > 354,15\text{kN} = N_{Ed}$$

$$\Rightarrow m > \frac{354,15\text{kN}}{77,18\text{kN}} = 4,6 \rightarrow m = 5$$

Επιλέγονται λοιπόν 5 κοχλίες M16 ποιότητας 4.6 με συνολική αντοχή:

$$F_{v,Rd} = 2 \times \frac{0,60 \times 2,01\text{cm}^2 \times 40\text{kN/cm}^2}{1,25} \times 5 = 385,90\text{kN} > 354,15\text{kN} = N_{Ed}$$

3.3. Έλεγχος αποστάσεων των κοχλίων με υπόθεση διαβρωτικού περιβάλλοντος

Ελάχιστες αποστάσεις

$$\min e_1 = 1,2d_o = 1,2 \times 18\text{mm} = 21,6\text{mm}$$

$$\min p_1 = 2,2d_o = 2,2 \times 18\text{mm} = 39,6\text{mm}$$

$$\min e_2 = 1,2d_o = 1,2 \times 18\text{mm} = 21,6\text{mm}$$

$$\min e_2 = 40\text{mm} \text{ (από πίνακες διατομών)}$$

$$\max e_1 = 40\text{mm} + 4t = 40 + 4 \times 8\text{mm} = 72\text{mm}$$

$$\max p_1 = \min(14t; 200\text{mm}) = \min(14 \times 8\text{mm}; 200\text{mm}) = \min(112\text{mm}; 200\text{mm}) = 112\text{mm}$$

$$\max e_2 = 40\text{mm} + 4t = 40 + 4 \times 8\text{mm} = 72\text{mm}$$

$$\max e_2 = 40\text{mm} \text{ (από πίνακες διατομών)}$$

Επιλέγουμε:

$$21,6\text{mm} < e_1 = 40\text{mm} < 72\text{mm}$$

$$39,6\text{mm} < p_1 = 60\text{mm} < 112\text{mm}$$

$$21,6\text{mm} < e_2 = 40\text{mm} < 72\text{mm}$$

$$40\text{mm} = e_2 = 40\text{mm} = 40\text{mm} \text{ (όπως προτείνεται και από τους πίνακες των διατομών)}$$

3.4. Αντοχή διατομής σε εφελκυσμό

Εύρεση απομειωμένης διατομής A_{net}

$$A_{net} = A - d_o t = 13,89\text{cm}^2 - 1,8\text{cm} \times 0,80\text{cm} = 12,45\text{cm}^2$$

$$p_1/d_o = 60/18 = 3,33 \Rightarrow \beta_3 = 0,57$$

$$N_{t,Rd} = \min(N_{pl,Rd}; N_{u,Rd}) = \min\left(\frac{2Af_y}{\gamma_{M0}}; \frac{\beta_3 \times 2A_{net}f_u}{\gamma_{M2}}\right) \Rightarrow$$

$$N_{t,Rd} = \min\left(\frac{2 \times 13,89\text{cm}^2 \times 23,5\text{kN/cm}^2}{1,0}; \frac{0,57 \times 2 \times 12,45\text{cm}^2 \times 36\text{kN/cm}^2}{1,25}\right)$$
$$= \min(652,83\text{kN}; 408,76\text{kN}) = 408,76\text{kN} > 354,15\text{kN} = N_{Ed}$$

Παρατηρούμε ότι δεν ισχύει το κριτήριο ολκιμότητας. Ο οριζόντιος σύνδεσμος δεν θεωρείται πλαστικό μέλος επομένως δεν είναι απαραίτητο να ισχύει το κριτήριο αυτό.

3.5. Έλεγχος σε σύνθλιψη άντυνας των οπών

Για τον έλεγχο σε σύνθλιψη άντυνας των οπών ισχύει:

$$\alpha = \min \left\{ \frac{e_1}{3d_o}; \frac{p_1}{3d_o} - \frac{1}{4}; \frac{f_{ub}}{f_u}; 1 \right\} = \min \left\{ \frac{40\text{mm}}{3 \times 18\text{mm}}; \frac{60\text{mm}}{3 \times 18\text{mm}} - \frac{1}{4}; \frac{40\text{kN/cm}^2}{36\text{kN/cm}^2}; 1 \right\} = \min\{0,741; 0,861; 1,11; 1\} \\ = 0,741$$

$$k_1 = \min \left\{ 2,8 \frac{e_2}{d_o} - 1,7; 2,5 \right\} = \min \left\{ 2,8 \frac{40\text{mm}}{18\text{mm}} - 1,7; 2,5 \right\} = \min\{4,52; 2,5\} = 2,50$$

Συνολική αντοχή σε σύνθλιψη άντυνας:

$$F_{b,Rd} = 5 \times F_{b,Rd} = 5 \times \frac{2,50 \times 0,741 \times 36\text{kN/cm}^2 \times 1,6\text{cm} \times 2 \times 0,8\text{cm}}{1,25} = 682,91\text{kN} > 354,15\text{kN} = N_{Ed}$$

Δεν ισχύει:

$$F_{b,Rd} < F_{v,Rd} = > 682,91\text{kN} < 385,90\text{kN}$$

Παρ' όλο που σε μη πλάστιμα μέλη, όπως είναι ο οριζόντιος σύνδεσμος, δεν είναι απαραίτητο να έχουμε αντοχή σε άντυνα μικρότερη από την αντοχή σε διάτμηση κοχλιών, ωστόσο είναι επιθυμητό, αφού είναι όλκιμος τρόπος αστοχίας.