



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Τομέας Δομοστατικής
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

Μάθημα : Σιδηρές Κατασκευές II

Διδάσκοντες : Ι. Βάγιας – Γ. Ιωαννίδης – Χ. Γαντές
Φ. Καρυδάκης – Α. Αβραάμ – Ι. Μαλλής – Ξ. Λιγνός – Ι. Βασιλοπούλου – Α. Σπηλιόπουλος

Διάρκεια 2,5 ώρες

24 Σεπτεμβρίου 2009

Επαναληπτική εξέταση

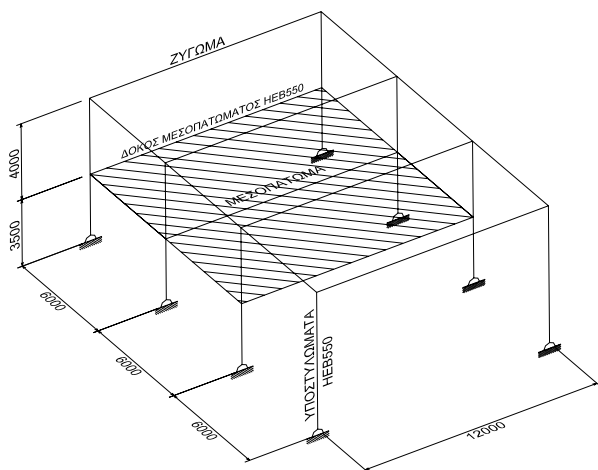
Στο εσωτερικό υπάρχοντος κτιρίου διαμορφώνεται μεσοπάτωμα γραφείων, το οποίο κατασκευάζεται από αμφιέριστες δοκούς, ανοίγματος 12,00m, διατομής HEB550, τοποθετούμενες ανά 6,0m, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1. Το πάτωμα σχεδιάζεται για μόνιμο φορτίο $2,0\text{kN/m}^2$ και κινητό φορτίο $3,0\text{kN/m}^2$. Στα άκρα της δοκού διαμορφώνονται συνδέσεις τέμνουσας, χρησιμοποιώντας 2 γωνιακά L200.100.14, μήκους 400mm, τα οποία κοχλιώνονται στα υποστυλώματα των κυρίων πλαισίων που διαμορφώνουν το υπάρχον κτίριο, διατομής HEB650 με κοχλίες M22 ποιότητας 8.8 και συγκολλούνται εκατέρωθεν του κορμού των δοκών με δύο οριζόντιες συγκολλήσεις μήκους 180mm και μία κατακόρυφη συγκόλληση μήκους 400mm (Σχήμα 2). Ο χάλυβας που χρησιμοποιείται είναι ποιότητας S355.

Ζητείται:

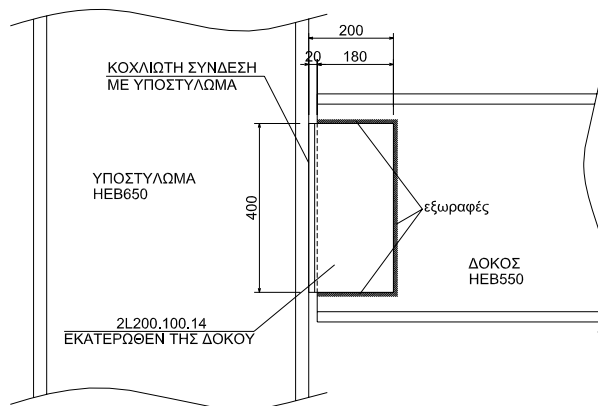
- 1) Να γίνει ο έλεγχος επάρκειας της δοκού στην ΟΚΑ, λαμβάνοντας υπόψη ότι το πάτωμα δεν παρέχει καμία πλευρική εξασφάλιση στις δοκούς.
- 2) Να προσδιοριστεί ο απαιτούμενος αριθμός κοχλιών για τη σύνδεση γωνιακών-υποστυλώματος και να σχεδιαστεί σκαρίφημα της προτεινόμενης διάταξης των κοχλιών.
- 3) Να προσδιοριστεί το πάχος των συγκολλήσεων των γωνιακών επί του κορμού των δοκών.

Λόγω του σχετικά μικρού ελεύθερου ύψους που απομένει μετά την προσθήκη του μεσοπατώματος με τις αμφιέριστες δοκούς, προτείνεται ως εναλλακτική λύση η ανάρτηση των κυρίων δοκών από τα ζυγώματα των πλαισίων από το μέσον του ανοίγματός τους, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3, με στόχο τη μείωση της διατομής των δοκών σε HEB240. Ο κάθε αναρτήρας αποτελείται από δύο διατομές UPN σε κατάλληλη απόσταση μεταξύ τους. Η σύνδεση του αναρτήρα με τη δοκό πραγματοποιείται μέσω ενός απλού ταυ από τμήμα HEB240, το οποίο συγκολλάται στον αναρτήρα και κοχλιώνεται στο άνω πέλμα της δοκού με τέσσερις κοχλίες M20 ποιότητας 8.8. Ζητείται:

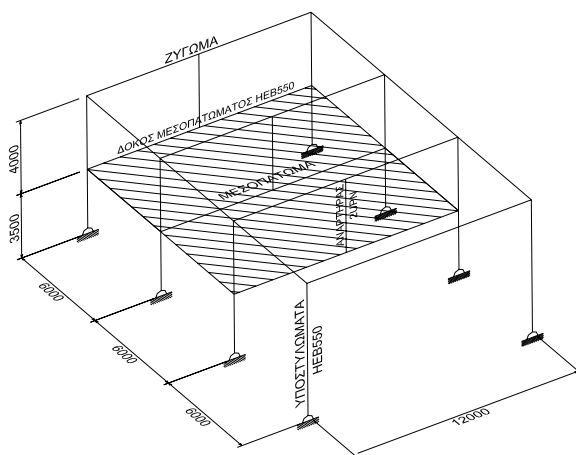
- 4) Να εξεταστεί η επάρκεια της δοκού έναντι πλευρικού λυγισμού. Για τον έλεγχο να γίνουν όπου απαιτείται, απλοποιητικές παραδοχές. Δίνεται η μέγιστη ροπή στήριξης δοκού δύο ίσων ανοιγμάτων μήκους L , $\max M = qL^2/8$ και η αντίδραση στη μεσαία στήριξη $R = 10/8 qL$.
- 5) Να εξεταστεί η επάρκεια της σύνδεσης απλού ταυ-δοκού (επάρκεια κοχλιών επάρκεια απλού ταυ). Για τον έλεγχο, ολόκληρο το μήκος του απλού ταυ (170mm) θα θεωρηθεί ενεργό.
- 6) Η προτεινόμενη λύση της ανάρτησης προϋποθέτει επάρκεια του ζυγώματος του υπάρχοντος κτιρίου. Εάν αυτή η προϋπόθεση δεν πληρούται, να προτείνετε άλλες εναλλακτικές λύσεις για τη μείωση του ύψους των δοκών του μεσοπατώματος.



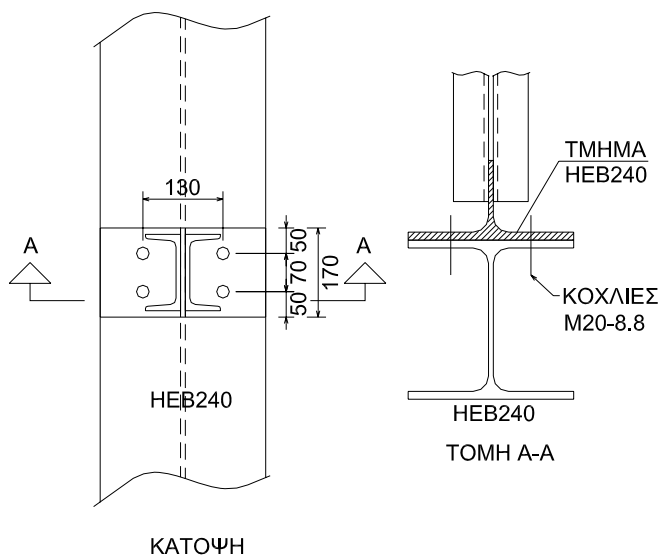
Σχήμα 1: Προσθήκη μεσοπατώματος



Σχήμα 2: Σύνδεση δοκού με υποστύλωμα



Σχήμα 3: Ανάρτηση δοκού από το ζύγωμα



Σχήμα 4: Σύνδεση αναρτήρα με δοκό

ΛΥΣΗ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ

ΓΕΝΙΚΑ

Πλάτος επιρροής κύριας δοκού: 6,0m

Μόνιμο φορτίο στη δοκό: $6,0\text{m} \times 2,0\text{kN/m}^2 = 12\text{kN/m}$ Κινητό φορτίο στη δοκό: $6,0\text{m} \times 3,0\text{kN/m}^2 = 18\text{kN/m}$ Συνδυασμός σε ΟΚΑ: $1,35 \times 12\text{kN/m} + 1,50 \times 18\text{kN/m} = 43,20\text{kN/m}$ $\max M = qL^2/8 = 43,20\text{kN/m} \times (12,0\text{m})^2/8 = 777,6\text{kNm} = 77760\text{kNcm}$ $\max V = qL/2 = 43,20\text{kN/m} \times 12,0\text{m}/2 = 259,20\text{kN}$

1. ΚΥΡΙΑ ΔΟΚΟΣ

Έλεγχος σε διάτμηση

$$V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = A_{vz} \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 88,72\text{cm}^2 \frac{35,5\text{kN/cm}^2}{\sqrt{3} \cdot 1,00} = 1818,40\text{kN} > V_{Ed} = 259,20\text{kN} \text{ (επαρκεί)}$$

Έλεγχος σε πλευρικό λυγισμό

Για τη διατομή HEB550, θα έχουμε:

$$W_{pl,y} = 5591\text{cm}^3 \quad I_T = 600,3\text{cm}^4 \quad I_z = 13080\text{cm}^4 \quad I_w = 8856000\text{cm}^6 \quad L_T = 1200\text{cm}$$

Επίσης:

$$G = 8077\text{kN/cm}^2$$

$$k = k_w = 1,00$$

$$C_1 = 1,132, C_2 = 0,459, C_3 = 0,525$$

(διάγραμμα αμφιέρειστης δοκού υπό ομοιόμορφα διανεμημένο φορτίο)

$$z_a = 550\text{mm}/2 = 275\text{mm} = 27,5\text{cm}$$

(το φορτίο εφαρμόζεται στο άνω πέλμα)

$$z_s = 0$$

(Κ.Δ.=Κ.Β.)

$$z_j = 0$$

(για διατομή διπλής συμμετρίας)

$$z_g = z_a - z_s = 27,5\text{cm}$$

Επομένως η κρίσιμη ροπή θα είναι:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL_T)^2} \left\{ \left[\frac{k}{k_w} \right]^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL_T)^2 GI_T}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right\}^{0,5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \Bigg\} =$$

$$= 1,132 \frac{\pi^2 \times 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 13080\text{cm}^4}{(1,0 \times 1200\text{cm})^2} \times$$

$$\times \left\{ \left[\frac{1,0}{1,0} \right]^2 \frac{8856000\text{cm}^6}{13080\text{cm}^4} + \frac{(1,0 \times 1200\text{cm})^2 \times 8077 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 600,3\text{cm}^4}{\pi^2 \times 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 13080\text{cm}^4} + (0,459 \times 27,5)^2 \right\}^{0,5} - (0,459 \times 27,5) \Bigg\} =$$

$$= 97581,50\text{kNcm}$$

Η ανηγμένη λυγηρότητα πλευρικού λυγισμού θα είναι:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{5591\text{cm}^3 \times 35,5\text{kN/cm}^2}{97581,50\text{kNcm}}} = 1,43 > 0,20, \text{ απαιτείται να ληφθεί υπόψη ο πλευρικός λυγισμός}$$

Για $h/b = 550/300 = 1,83 < 2$, η καμπύλη λυγισμού για ελατές διατομές είναι η a, επομένως $\chi_{LT} = 0,405$.

Η ροπή αντοχής σε στρεπτοκαμπτικό (πλευρικό) λυγισμό δίνεται ως εξής:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,405 \times 5591\text{cm}^3 \times \frac{35,5\text{kN/cm}^2}{1,0} = 80384,60\text{kNcm} > M_{Ed} = 77760\text{kNcm} \text{ (επαρκεί)}$$

2. ΚΟΧΛΙΕΣ ΣΤΟ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑ**Αντοχή σε διάτμηση:**

$$F_{v,Rd} = n \frac{a_v A f_{ub}}{\gamma_{M2}} m \Rightarrow F_{v,Rd} = 1 \times \frac{0,60 \times 3,80 \text{ cm}^2 \times 80 \text{ kN/cm}^2}{1,25} \times m = 145,9 \times m > 259,20 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow m = \frac{259,20 \text{ kN}}{145,9} = 1,78$$

Απαιτούνται 2M22 (ποιότητας 8.8).

Ελάχιστες αποστάσεις

$$\text{mine}_1 = 1,2d_o = 1,2 \times 24 \text{ mm} = 28,8 \text{ mm}$$

$$\text{minp}_1 = 2,2d_o = 2,2 \times 24 \text{ mm} = 52,8 \text{ mm}$$

$$\text{mine}_2 = 1,2d_o = 1,2 \times 24 \text{ mm} = 28,8 \text{ mm}$$

Μέγιστες αποστάσεις

$$\text{maxe}_1 = 40 \text{ mm} + 4t = 40 + 4 \times 14 \text{ mm} = 96 \text{ mm}$$

$$\text{maxp}_1 = \min(14t; 200 \text{ mm}) = \min(14 \times 14,0 \text{ mm}; 200 \text{ mm}) = \min(196 \text{ mm}; 200 \text{ mm}) = 196 \text{ mm}$$

$$\text{maxe}_2 = 40 \text{ mm} + 4t = 40 + 4 \times 14 \text{ mm} = 96 \text{ mm}$$

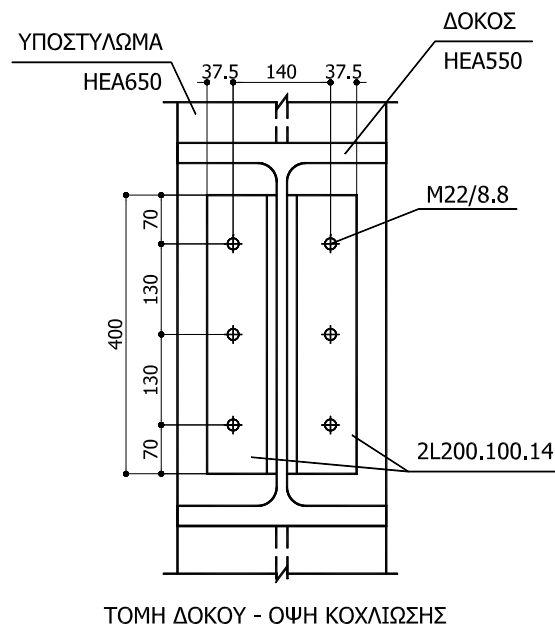
Επιλέγονται:

$$28,8 \text{ mm} < e_1 = 70 \text{ mm} < 96 \text{ mm}$$

$$52,8 \text{ mm} < p_1 = 130 \text{ mm} < 196 \text{ mm}$$

$$28,8 \text{ mm} < e_2 = 37,5 \text{ mm} < 96 \text{ mm}$$

Προτείνεται να τοποθετηθούν 6 κοχλίες με τη διάταξη του παρακάτω σχήματος.



Αντοχή σε σύνθλιψη άντυγας:

$$\alpha = \min \left\{ \frac{e_1}{3d_o}; \frac{p_1}{3d_o} - \frac{1}{4}; \frac{f_{ub}}{f_u}; 1 \right\} = \min \left\{ \frac{70 \text{ mm}}{3 \times 24 \text{ mm}}; \frac{130 \text{ mm}}{3 \times 24 \text{ mm}} - \frac{1}{4}; \frac{80 \text{ kN/cm}^2}{51 \text{ kN/cm}^2}; 1 \right\} = \{0,97; 1,55; 1,57; 1\} = 0,97$$

$$k_1 = \min \left\{ 2,8 \frac{e_2}{d_o} - 1,7; 2,5 \right\} = \min \left\{ 2,8 \frac{37,5 \text{ mm}}{24 \text{ mm}} - 1,7; 2,5 \right\} = \min \{2,68; 2,5\} = 2,50$$

$$F_{b,Rd} = n \frac{k_1 \alpha f_u d t_{\min}}{\gamma_{M2}} = 6 \times \frac{2,50 \times 0,97 \times 51 \text{ kN/cm}^2 \times 2,2 \text{ cm} \times 1,4 \text{ cm}}{1,25} = 1828,42 \text{ kN} > 259,20 \text{ kN} \text{ (επαρκεί)}$$

3. ΣΥΓΚΟΛΛΗΣΗ ΣΤΟΝ ΚΟΡΜΟ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ

Το κέντρο βάρους της συγκόλλησης: $e_x = \frac{2 \times 18\text{cm} \times 9\text{cm}}{40\text{cm} + 2 \times 18\text{cm}} = 4,26\text{cm}$

$$I_y = \frac{t \times (40\text{cm})^3}{12} + 2 \times 18\text{cm} \times t \times (20\text{cm})^2 = 19733t(\text{cm}^4)$$

$$I_z = \frac{2 \times t \times (18\text{cm})^3}{12} + 40\text{cm} \times t \times (4,26\text{cm})^2 + 2 \times 18\text{cm} \times t \times (9\text{cm} - 4,26\text{cm})^2 = 2506,7t(\text{cm}^4)$$

$$I_p = I_y + I_z = 19733t + 2506,7t = 22239,7t(\text{cm}^4)$$

Το εμβαδόν της κάθε μίας συγκόλλησης είναι: $A = (40 + 2 \times 18)t = 76t(\text{cm}^2)$

Η ροπή που καταπονεί την κάθε μία συγκόλληση είναι: $M_{Ed,b} = 1/2 V_{Ed} \times s = 1/2 \times 259,20 \times (20 - 4,26) = 2039,9\text{kNcm}$ όπου s η απόσταση του κέντρου βάρους της συγκόλλησης από την κοχλίωση.

Οι μέγιστες διατμητικές τάσεις που αναπτύσσονται σε κάθε μία συγκόλληση είναι:

$$\tau_{Ed,y} = \frac{M_{w,Ed}}{I_p} z_{\max} = \frac{2039,9\text{kNcm}}{22239,7t(\text{cm}^4)} 20\text{cm} = \frac{1,83}{t} \text{kN/cm}^2$$

$$\tau_{Ed,z} = \frac{M_{w,Ed}}{I_p} y_{\max} + \frac{V_{Ed}}{A} = \frac{2039,9\text{kNcm}}{22239,7t(\text{cm}^4)} \times (18 - 4,26)\text{cm} + \frac{259,20\text{kN}}{76t(\text{cm}^2)} = \frac{4,67}{t} \text{kN/cm}^2$$

Θα πρέπει να ισχύει:

$$\tau_{Ed} = \sqrt{(\tau_{Ed,x})^2 + (\tau_{Ed,y})^2} \leq f_{vw,d} = \frac{f_u}{\sqrt{3} \times \gamma_{M2} \times \beta_w} \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{1,83^2 + 4,67^2}}{t} \text{kN/cm}^2 = \frac{5,01}{t} \text{kN/cm}^2 \leq \frac{51,0\text{kN/cm}^2}{\sqrt{3} \times 1,25 \times 0,90} = 26,17\text{kN/cm}^2 \Rightarrow t \geq 0,19\text{cm} = 1,9\text{mm}$$

Επιλέγεται $t = 3\text{mm} < 0,7 \times t_{\min} = 0,7 \times 14\text{mm} = 9,8\text{mm}$

4. ΚΥΡΙΑ ΔΟΚΟΣ ΜΕ ΑΝΑΡΤΗΡΑ**Εντατικά μεγέθη**

$$\max M = qL^2/8 = 43,20\text{kN/m} \times (6,0\text{m})^2/8 = 194,40\text{Nm} = 19440\text{kNcm}$$

$$\max R = 10qL/8 = 324\text{kN}$$

Έλεγχος σε πλευρικό λυγισμό

Ελέγχεται η διατομή HEB240 με:

$$W_{pl,y} = 1053\text{cm}^3 \quad I_T = 102,7\text{cm}^4 \quad I_z = 3923\text{cm}^4 \quad I_w = 486900\text{cm}^6 \quad L_T = 600\text{cm}$$

Επί το δυσμενέστερο θεωρείται ότι η μέγιστη ροπή ασκείται σε ολόκληρο το μήκος του ανοίγματος, επομένως οι τιμές των σταθερών C_1 , C_2 , C_3 δίνονται ως εξής:

$$C_1 = 1,0, \quad C_2 = 0, \quad C_3 = 1,0$$

$$z_a = -240\text{mm}/2 = -120\text{mm} = -12\text{cm}$$

$$z_g = z_a - z_s = -12\text{cm}$$

Το φορτίο εφαρμόζεται στο άνω πέλμα το οποίο στη θέση της στήριξης είναι το εφελκυσμένο πέλμα.

Επομένως η κρίσιμη ροπή θα είναι:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL_T)^2} \left\{ \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL_T)^2 GI_T}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0,5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\} =$$

$$= 1,0 \frac{\pi^2 \times 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 3923\text{cm}^4}{(1,0 \times 600\text{cm})^2} \times \left[\left(\frac{1,0}{1,0} \right)^2 \frac{486900\text{cm}^6}{3923\text{cm}^4} + \frac{(1,0 \times 600\text{cm})^2 \times 8077 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 102,7\text{cm}^4}{\pi^2 \times 21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 3923\text{cm}^4} \right]^{0,5} =$$

$$= 50066,30\text{kNcm}$$

Η ανηγμένη λυγηρότητα πλευρικού λυγισμού θα είναι:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{1053 \text{ cm}^3 \times 35,5 \text{ kN/cm}^2}{50066,30 \text{ kNcm}}} = 0,86 > 0,20, \text{ απαιτείται να ληφθεί υπόψη ο πλευρικός}$$

λυγισμός

Για $h/b=240/240=1,00 < 2$, η καμπύλη λυγισμού για ελατές διατομές είναι η a , επομένως $\chi_{LT}=0,76$.

Η ροπή αντοχής σε στρεπτοκαμπτικό (πλευρικό) λυγισμό δίνεται ως εξής:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,76 \times 1053 \text{ cm}^3 \times \frac{35,5 \text{ kN/cm}^2}{1,0} = 28409,94 \text{ kNcm} > M_{Ed} = 19440 \text{ kNcm}$$

Και άλλες παραδοχές θα ήταν αποδεκτές όπως:

- Θεώρηση σε όλο το μήκος της μέγιστης ροπής στο άνοιγμα.
- Τιμές C_1 , C_2 και C_3 μεταξύ αμφιέριστης και αμφίπακτης δοκού.
- Θεώρηση αμφιέριστης μεταξύ ακραίας στήριξης και σημείου μηδενισμού του διαγράμματος ροπών.

5. ΣΥΝΔΕΣΗ ΑΝΑΡΤΗΡΑ ΜΕ ΚΥΡΙΑ ΔΟΚΟ

$$m = (130 - 10) / 2 - 0,8 \times r = 50 - 0,8 \times 21 = 43,20 \text{ mm}$$

$$n = \min\{e_{\min}; 1,25 \times m\} = \min\{55 \text{ mm}; 1,25 \times 43,20 \text{ mm}\} = 54 \text{ mm}$$

$$M_{pl,2,Rd} = M_{pl,1,Rd} = 0,25 \Sigma \ell_{eff,1} t_f^2 f_y / \gamma_{M0} = 0,25 \times 17,0 \text{ cm} \times (1,7 \text{ cm})^2 \frac{35,5 \text{ kN/cm}^2}{1,00} = 436,0 \text{ kNcm}$$

Αντοχή κοχλιών σε εφελκυσμό

$$\Sigma F_{t,Rd} = m \frac{k_2 A_s f_{ub}}{\gamma_{M2}} = 4 \times \frac{0,90 \times 2,45 \times 80 \text{ kN/cm}^2}{1,25} = 564,50 \text{ kN} \geq N_{Ed} = 324 \text{ kN}$$

Διαρροή πέλματος

$$F_{T,1,Rd} = \frac{4 M_{pl,1,Rd}}{m} = \frac{4 \times 436 \text{ kNcm}}{4,32 \text{ cm}} = 403,7 \text{ kN} > N_{Ed} = 324 \text{ kN}$$

Αστοχία κοχλία με διαρροή πέλματος

$$F_{T,2,Rd} = \frac{2 M_{pl,2,Rd} + n \Sigma F_{t,Rd}}{m + n} = \frac{2 \times 436 \text{ kNcm} + 5,4 \text{ cm} \times 564,50 \text{ kN}}{4,32 \text{ cm} + 5,4 \text{ cm}} = 403,3 \text{ kN} > N_{Ed} = 324 \text{ kN}$$

Αστοχία κοχλιών

$$F_{T,3,Rd} = \Sigma F_{t,Rd} = 564,50 \text{ kN} \geq N_{Ed} = 324 \text{ kN}$$

6. ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Για τη μείωση του ύψους των δοκών του μεσοπατώματος, προτείνεται η προσθήκη οριζοντίων συνδέσμων δυσκαμψίας για να μειωθεί το μήκος λυγισμού.