

ΒΟΗΘΗΜΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΣΤΕΡΕΟΓΡΑΦΙΚΗ ΠΡΟΒΟΛΗ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ SCHMIDT

Συνεργασία: Δρ. Χ. Σαρόγλου, Επ. Συνεργάτης ΕΜΠ

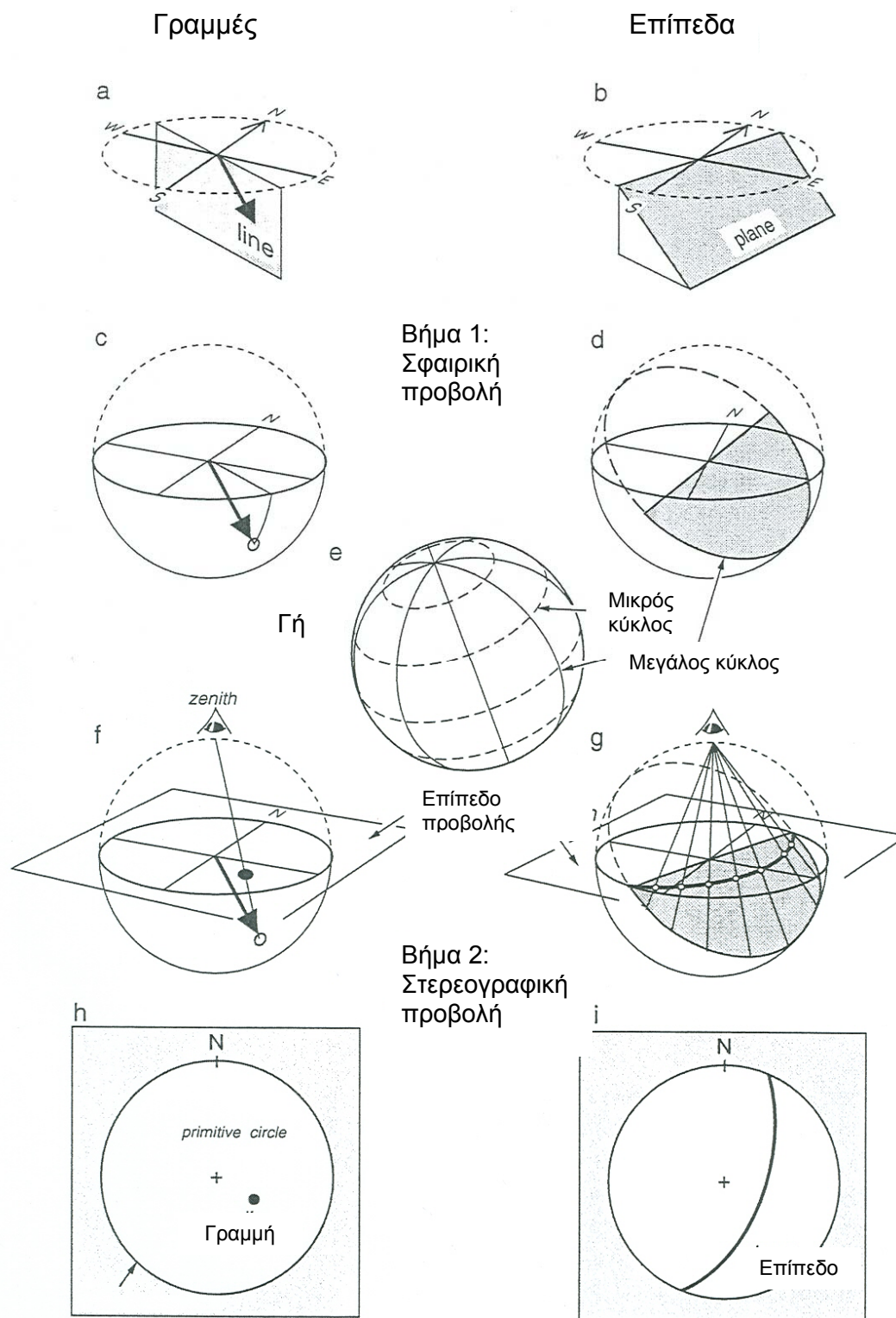
ΓΕΝΙΚΑ

Το πρόβλημα της παρουσίασης και επεξεργασίας τρισδιάστατων στοιχείων του χώρου αντιμετωπίζεται ήδη από τον προηγούμενο αιώνα με τη χρήση ειδικών μεθόδων δισδιάστατης προβολής. Η αρχή όλων των μεθόδων προβολής βασίζεται στο γεγονός ότι ο προσανατολισμός μιας ευθείας στον τρισδιάστατο χώρο αντιπροσωπεύεται μοναδικά με την θέση ενός σημείου στο δισδιάστατο χώρο, ο οποίος καλείται «περιοχή προβολής».

Η διαδικασία μετατροπής από τον τρισδιάστατο στον δισδιάστατο χώρο καλείται «προβολή» γιατί είναι παρόμοια με την μέθοδο σχηματισμού σε μια επίπεδη επιφάνεια μιας δισδιάστατης σκιάς ενός τρισδιάστατου αντικειμένου χρησιμοποιώντας ένα προβολέα φωτός. Στην ημισφαιρική προβολή, η επιφάνεια της προβολής είναι ένας κύκλος με ακτίνα R που ισούται με την ακτίνα της σφαίρας και σχεδιάζεται πάνω σε ένα φύλλο χαρτιού (Εικ. 1).

Αν υποθέσουμε ότι η περίμετρος του κύκλου αντιπροσωπεύει τις ώρες του ρολογιού, τότε η θέση της 12^{ης} ώρας αντιπροσωπεύει την κατεύθυνση του Βορρά (αζιμούθιο 0^0), η θέση της 3^{ης} ώρας την κατεύθυνση της Ανατολής (αζιμούθιο 90^0), η θέση της 6^{ης} ώρας την κατεύθυνση του Νότου (αζιμούθιο 180^0) και η θέση της 9^{ης} ώρας την κατεύθυνση της Δύσης (αζιμούθιο 270^0).

Μια κατακόρυφη γραμμή του χώρου που έχει κλίση 90^0 προβάλλεται ως σημείο στο κέντρο του κύκλου, ενώ μια οριζόντια γραμμή με κλίση 0^0 προβάλλεται ως σημείο στην περίμετρο του κύκλου σε αζιμούθιο που αντιστοιχεί στη φορά μεγίστης κλίσης της γραμμής. Η ακτινική απόσταση, r , του σημείου, μετρώμενη από το κέντρο του κύκλου, είναι συνεπώς συνάρτηση της κλίσης (β), της γραμμής που αντιπροσωπεύει.



Εικόνα 1. Γενικές αρχές της ημισφαιρικής στερεογραφικής προβολής.

Η βάση για όλες τις μεθόδους προβολής είναι μια φανταστική σφαίρα με ακτίνα R , που τοποθετείται με το κέντρο της στο κέντρο της περιοχής της επιφάνειας προβολής. Το επίπεδο προβολής ορίζεται ως το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας και είναι κύκλος με ακτίνα R .

Μια φανταστική γραμμή του χώρου, για να προβληθεί μεταφέρεται παράλληλα ώστε να διέλθει από το κέντρο της σφαίρας.

Η γραμμή στην προέκταση της τέμνει τη σφαίρα αναφοράς σε δύο σημεία. Η θέση οποιουδήποτε σημείου πάνω στη σφαίρα αναφοράς έχει μονοσήμαντη σχέση με τον προσανατολισμό της γραμμής που το παρήγαγε. Αυτή η θέση μπορεί να μεταφερθεί ή να προβληθεί σε οποιοδήποτε επίπεδο. Σε αυτή την περίπτωση το επίπεδο προβολής είναι ένα οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας αναφοράς.

Το οριζόντιο επίπεδο προβολής διαχωρίζει τη σφαίρα σε ένα άνω και ένα κάτω ημισφαίριο. Το άνω ημισφαίριο, σχετίζεται με γραμμές που έχουν αρνητική κλίση, και δεν χρειάζεται δεδομένου ότι όλοι οι προσανατολισμοί θεωρείται ότι έχουν θετικές τιμές κλίσης (Εικ. 1).

Το σημείο τομής της γραμμής με την επιφάνεια του κάτω ημισφαιρίου μπορεί να προβληθεί πάνω στο οριζόντιο επίπεδο (κύκλο του ημισφαιρίου) με μια σειρά διαφορετικών μεθόδων.

Η μέθοδος που χρησιμοποιούμε στο μάθημα «Τεχνικής Γεωλογίας» είναι η μέθοδος **ισοεπιφανειακής ισημερινής προβολής** (equal area equatorial projection) – δίκτυο Schmidt.

Στην Εικόνα 2 δίνεται η αρχή της ισοεπιφανειακής προβολής. Μια γραμμή του χώρου μεταφέρεται παράλληλα ώστε να διέλθει από το κέντρο του ημισφαιρίου. Η γραμμή αυτή έχει φορά (διεύθυνση) κλίσης α και κλίση β (γωνία που σχηματίζει η γραμμή με το οριζόντιο επίπεδο). Η γραμμή τέμνει το κάτω ημισφαίριο αναφοράς στο σημείο P' . Αυτό το σημείο προβάλλεται σε οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο B (σημείο που βρίσκεται σε κατακόρυφη απόσταση R κάτω από το κέντρο του ημισφαιρίου) με στροφή σε ένα κατακόρυφο επίπεδο μέσω ενός κυκλικού τόξου με κέντρο το B . Η προβολή του P' είναι το σημείο P'' .

Η αξονική απόσταση r' του σημείου P'' από το B δίνεται από την εξίσωση:

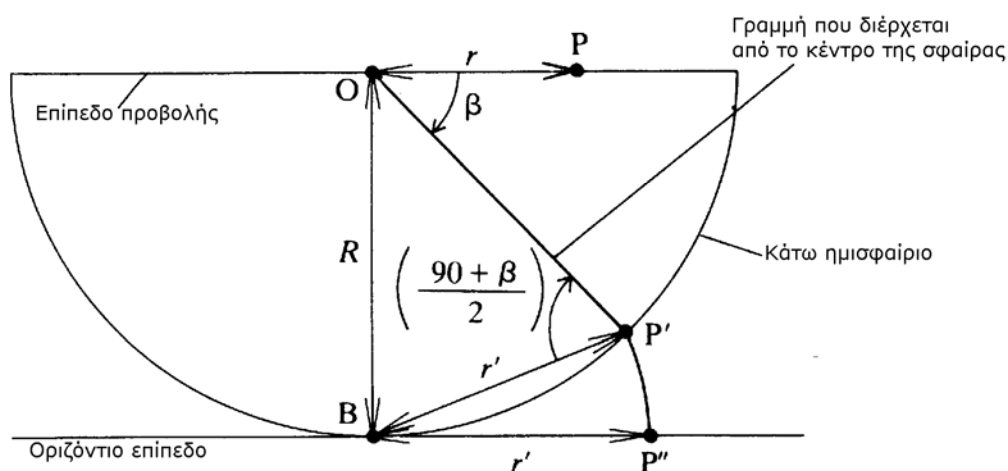
$$r' = 2R \cos (90^\circ + \beta)/2)$$

Στην περίπτωση οριζόντιας ευθείας ($\beta=0^\circ$), $r'=2 R \cos 45^\circ = R\sqrt{2}$.

Αυτό σημαίνει ότι η ακτίνα του κύκλου της προβολής είναι μεγαλύτερη κατά το συντελεστή $\sqrt{2}$ από την ακτίνα του ημισφαιρίου. Το σημείο P'' επομένως μεταφέρεται στο σημείο P στο επίπεδο προβολής, σε απόσταση r από το κέντρο του επιπέδου προβολής, θεωρώντας $r = r' / \sqrt{2}$.

Επομένως, με βάση τα προηγούμενα, ισχύει ότι η ευθεία προβάλλεται στο επίπεδο (κύκλο) προβολής ως σημείο που απέχει από το κέντρο απόσταση r (Εικ. 2):

$$r = r' / \sqrt{2} = 2R \cos (90^\circ + \beta)/2) / \sqrt{2} = R \sqrt{2} \cos (90^\circ + \beta)/2)$$

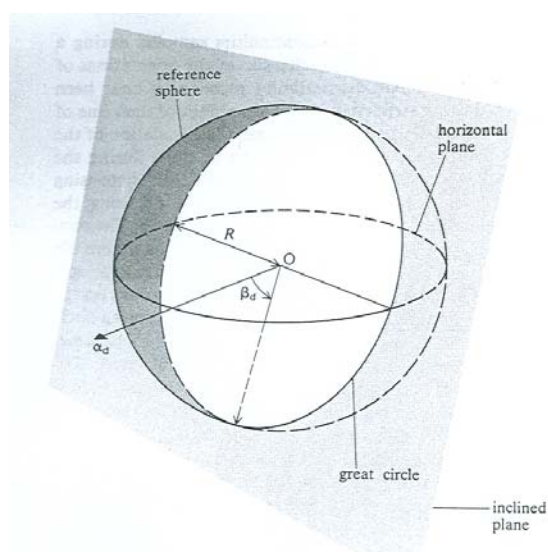


Εικόνα 2. Κατακόρυφη τομή διαμέσου του κάτω ημισφαιρίου στην οποία φαίνεται η μέθοδος της ισοεπιφανειακής προβολής.

ΙΣΟΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΙΣΗΜΕΡΙΝΗ ΠΡΟΒΟΛΗ ΕΠΙΠΕΔΟΥ

Η ισοεπιφανειακή ισημερινή προβολή επιτρέπει την προβολή επιπέδων και γραμμών διαφορετικών προσανατολισμών.

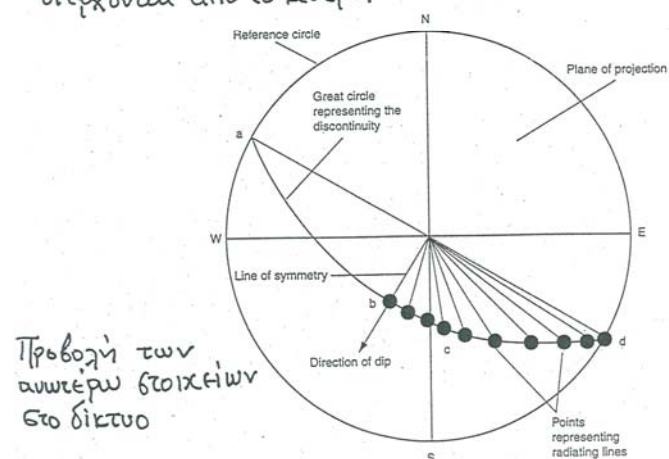
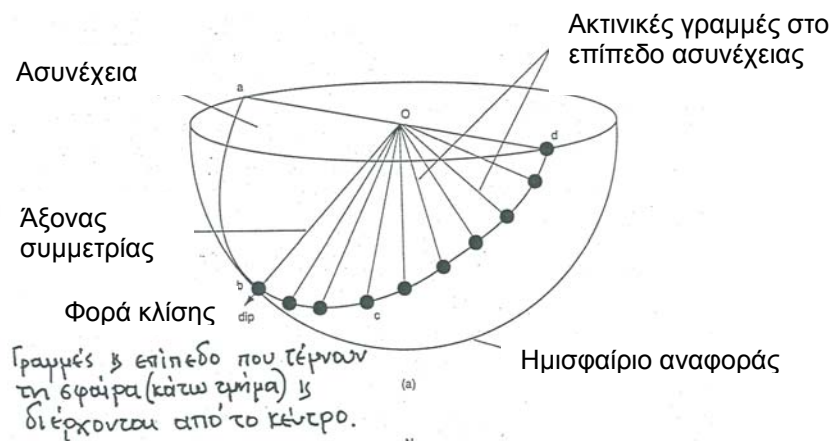
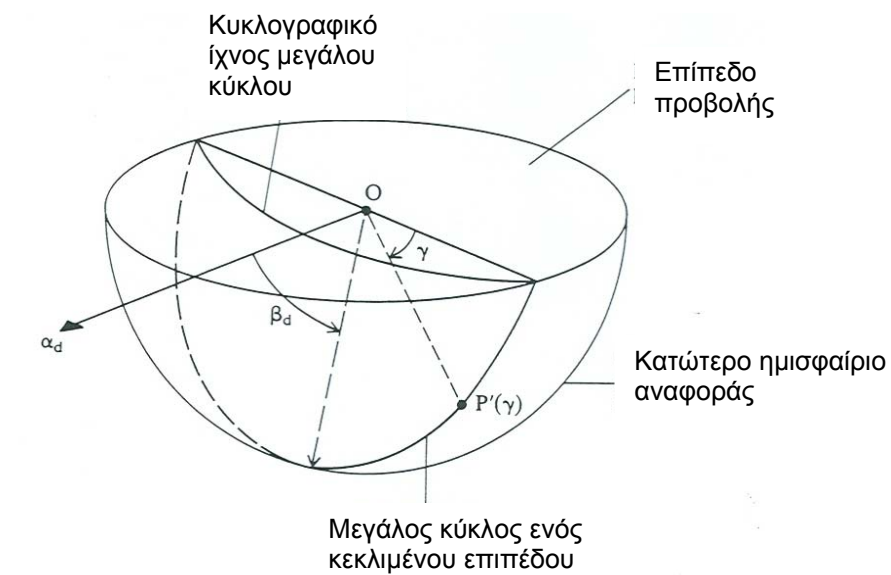
Στην Εικόνα 3 δίνεται ένα κεκλιμένο επίπεδο με στοιχεία Κλ./Φ.Μ.Κ. (β_d/α_d), που έχει τοποθετηθεί έτσι ώστε να διέρχεται από το κέντρο O της σφαίρας αναφοράς με ακτίνα R . Ο κύκλος, που προέρχεται από την τομή του κεκλιμένου επιπέδου και της σφαίρας έχει επίσης ακτίνα R και καλείται «μέγιστος κύκλος». Οι κύκλοι με ακτίνα μικρότερη από R πάνω στη σφαίρα αποκαλούνται «μικροί κύκλοι».



Εικόνα 3. Ο μέγιστος κύκλος ενός κεκλιμένου επιπέδου.

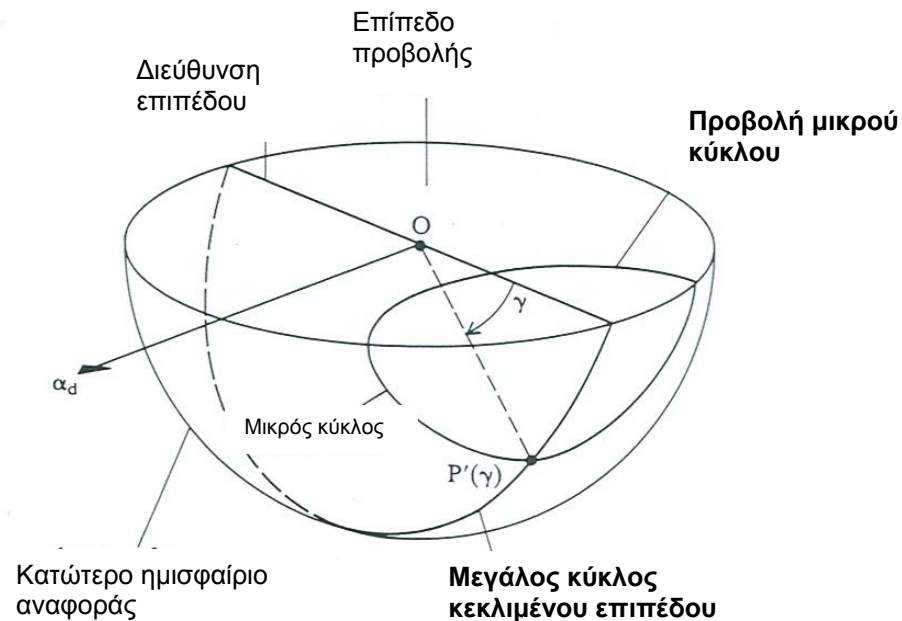
Στην Εικόνα 4 εμφανίζεται το ήμισυ του μέγιστου κύκλου που προέρχεται από την τομή του κεκλιμένου επιπέδου με το κάτω ημισφαίριο. Το κεκλιμένο επίπεδο μπορεί να παρουσιαστεί αποτελούμενο από άπειρες γραμμές OP' (γ) με προς τα κάτω κλίση (γ) που ακτινικά ξεκινούν από το κέντρο O . Δυο ειδικές γραμμές OP' (0°) και OP' (90°) είναι αντίστοιχα η παράταξη και η φορά μέγιστης κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου. Ο μέγιστος κύκλος είναι επομένως ο γεωμετρικός τόπος των σημείων P' (γ). Κάθε ένα από αυτά τα σημεία μπορούν να προβληθούν στο οριζόντιο επίπεδο χρησιμοποιώντας την ισοεπιφανειακή μέθοδο που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο Κεφάλαιο, έτσι ώστε να προκύψει ο γεωμετρικός τόπος της προβολής των σημείων P' (γ). Αυτός ο τόπος λέγεται κυκλογραφικό ίχνος ή πιο απλά ο μέγιστος κύκλος του

κεκλιμένου επιπέδου. Στην πραγματικότητα ο μέγιστος αυτός «κύκλος» είναι τμήμα μιας καμπύλης τετάρτου βαθμού.

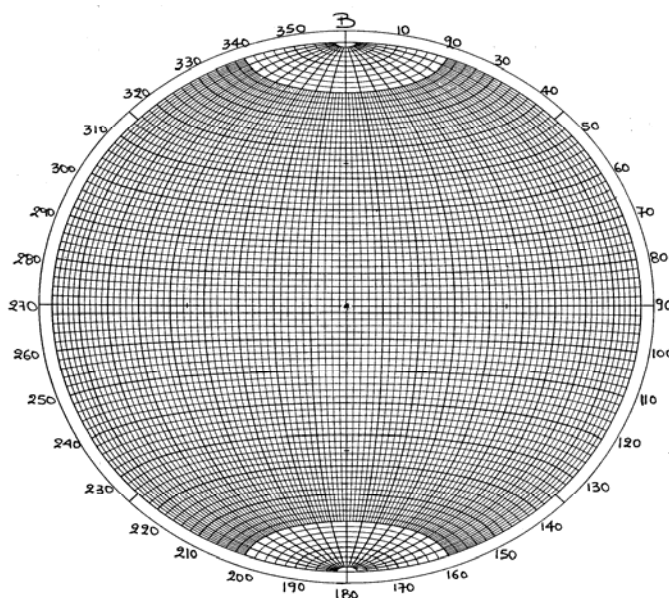


Εικόνα 4. Το κυκλογραφικό ίχνος ενός μέγιστου κύκλου.

Ο ορισμός ενός μικρού κύκλου του δικτύου Schmidt φαίνεται στην Εικόνα 5. Ο μικρός κύκλος αντιπροσωπεύει τον γεωμετρικό τόπο της προβολής μιας κεκλιμένης ευθείας που ανήκει πάνω σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο, όταν το επίπεδο αυτό διαγράφει μια πλήρη περιστροφή 180 μοιρών γύρω από τον οριζόντιο άξονά του, διεύθυνσης B-N.

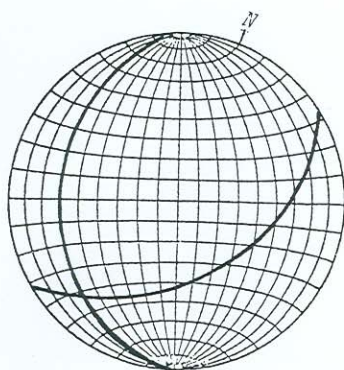
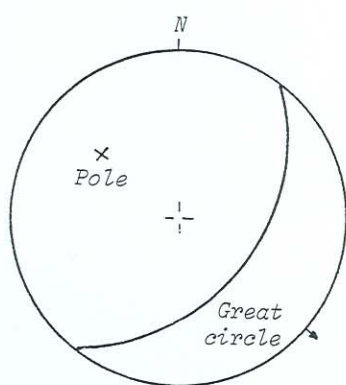
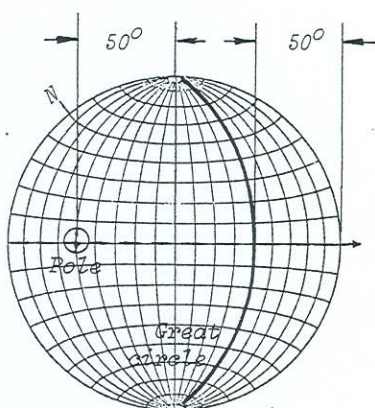
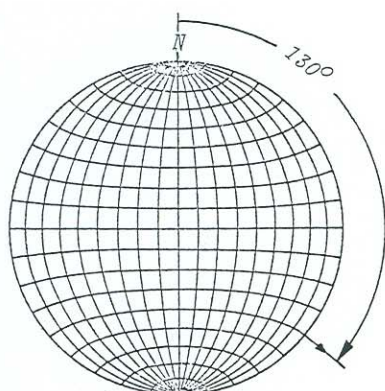


Εικόνα 5. Ορισμός μικρού κύκλου



Εικόνα 6. Δίκτυο Schmidt με τους μεγάλους και μικρούς κύκλους

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΡΟΒΟΛΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ SCHMIDT



Προβολή μέγιστου κύκλου και πόλου κεκλιμένου επιπέδου

Επίπεδο με στοιχεία (κλίση/ Φ.Μ.Κ.)
 $50^{\circ}/130^{\circ}$

Βήμα 1. Τοποθετούμε το διαφανές χαρτί πάνω στο δίκτυο Schmidt. Σημειώνουμε τον Βορρά και την φορά μέγιστης κλίσης του επιπέδου στην περιφέρεια του δικτύου.

Βήμα 2. Περιστρέφουμε το διαφανές χαρτί μέχρι το σημάδι της φοράς μέγιστης κλίσης να βρεθεί στον άξονα Α-Δ.

Βήμα 3. Μετράμε 50° από την περιφέρεια προς το κέντρο και σημειώνουμε μέγιστο κύκλο που αντιστοιχεί στο επίπεδο σε αυτή την κλίση.

Βήμα 4. Η θέση του πόλου (η κάθετος στο επίπεδο) που έχει κλίση $(90^{\circ}-50^{\circ})$, βρίσκεται μετρώντας 50° από το κέντρο του κύκλου προς την περιφέρεια ή εναλλακτικά 40° από την περιφέρεια προς το κέντρο.

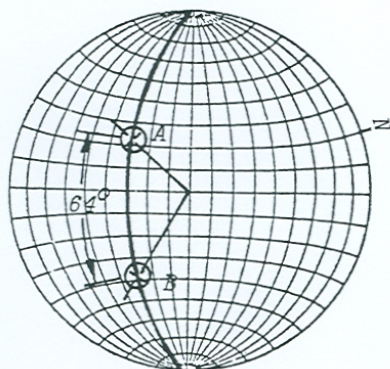
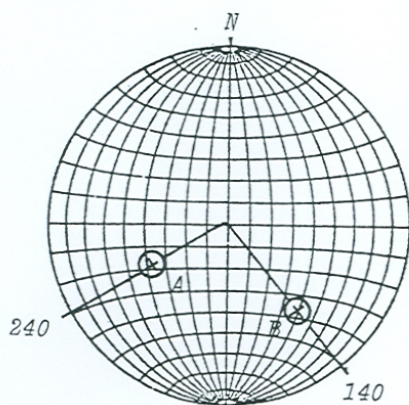
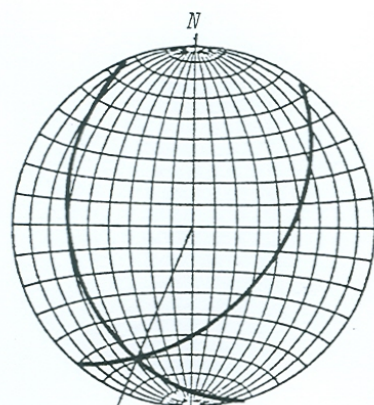
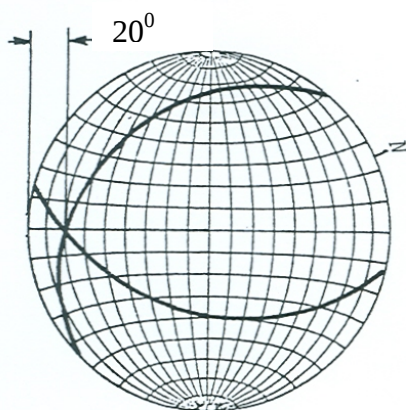
Βήμα 5. Επαναφέρουμε το διαφανές χαρτί στην αρχική του θέση, προσέχοντας το σημείο του Βορρά να βρεθεί στον Βορρά του δικτύου και έχουμε την προβολή του επιπέδου (μέγιστο κύκλο) και τον αντίστοιχο πόλο (σημείο).

Καθορισμός γραμμής τομής δύο επιπέδων

Επίπεδο 1 με στοιχεία (κλίση/ Φ.Μ.Κ.)
 $50^{\circ}/130^{\circ}$

Επίπεδο 2 με στοιχεία (κλίση/ Φ.Μ.Κ.)
 $30^{\circ}/250^{\circ}$

Βήμα 1. Προβάλλουμε τα επίπεδα με τον τρόπο που περιγράφηκε προηγούμενα.



Βήμα 2. Το διαφανές περιστρέφεται μέχρι το σημείο τομής των δύο επιπέδων να βρεθεί στον άξονα Α-Δ. Σημειώνεται το σημείο στην περιφέρεια που αντιστοιχεί στον άξονα Α-Δ.
Η κλίση της γραμμής τομής βρίσκεται ίση με 20° (μετρώντας την από την περιφέρεια προς το κέντρο).

Βήμα 3. Το διαφανές περιστρέφεται μέχρι ο Βορράς να συμπίπτει με τον Βορρά του δικτύου. Μετράμε την φορά μέγιστης κλίσης πάνω στην περιφέρεια που αντιστοιχεί σε 200° .

Καθορισμός γωνίας μεταξύ δύο πόλων (γραμμών κάθετων στα επίπεδα)

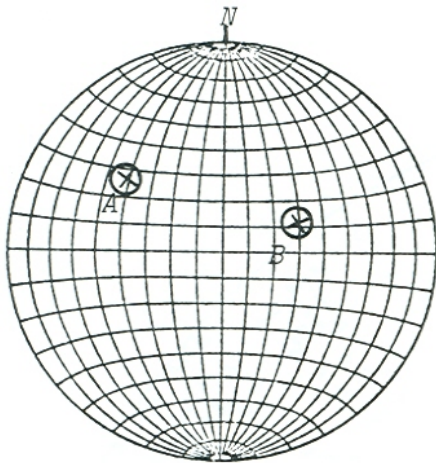
Γραμμή Α με στοιχεία (κλίση/ Φ.Μ.Κ.) $54^{\circ}/240^{\circ}$

Γραμμή Β με στοιχεία (κλίση/ Φ.Μ.Κ.) $40^{\circ}/140^{\circ}$

Βήμα 1. Προβάλλουμε τα σημεία Α και Β με βάση τη διαδικασία που περιγράφηκε νωρίτερα για την προβολή πόλου.

Βήμα 2. Περιστρέφουμε το διαφανές μέχρι τα δύο σημεία βρεθούν πάνω στον ίδιο μέγιστο κύκλο του δικτύου. Προσδιορίζουμε την γωνία μεταξύ των σημείων μετρώντας τις υποδιαιρέσεις των μικρών κύκλων του δικτύου ανάμεσα στα Α και Β κατά μήκος του μέγιστου κύκλου.
Η γωνία βρίσκεται ίση με 64° .

Ο μέγιστος κύκλος στον οποίο βρίσκονται οι γραμμές Α και Β έχει στοιχεία $60^{\circ}/200^{\circ}$.

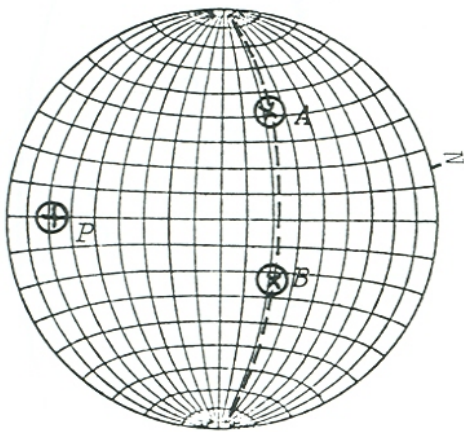


Καθορισμός σημείου τομής δύο επιπέδων

Επίπεδο A με στοιχεία $50^{\circ}/130^{\circ}$

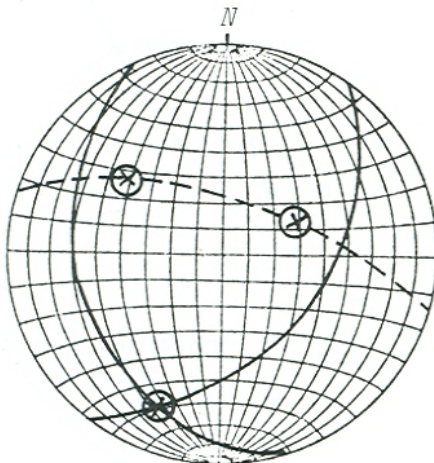
Επίπεδο B με στοιχεία $30^{\circ}/250^{\circ}$

Βήμα 1. Προβάλλουμε τα επίπεδα υπό μορφή πόλων. Οι πόλοι έχουν στοιχεία
 Πόλος επιπέδου A με στοιχεία $40^{\circ}/310^{\circ}$
 Πόλος επιπέδου B με στοιχεία $60^{\circ}/70^{\circ}$



Βήμα 2. Περιστρέφουμε το διαφανές μέχρι τα δύο σημεία βρεθούν πάνω στον ίδιο μέγιστο κύκλο του δικτύου. Το επίπεδο που προκύπτει είναι αυτό που περιλαμβάνει τις κάθετες γραμμές στα επίπεδα.

Βήμα 3. Προσδιορίζουμε τον πόλο αυτού του επιπέδου, σημείο P όντας το σημείο πάνω στον άξονα A-Δ.



Επομένως

Ο πόλος του επιπέδου που περνάει από τους πόλους των δύο άλλων επιπέδων καθορίζει την γραμμή τομής των επιπέδων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Hoek E. & Bray J. (1981). *Rock Slope Engineering*, E& FN Spon

Hoek E. (2000) *Practical Rock Engineering*. (www.rocscience.com)

Lisle, R.J., Leyshon, P.R. (2004). *Stereographic Projection Techniques for Geologists and Civil Engineers*. Cambridge University Press, Second Edition, 112 p.

Priest, S.D. (1985). *Hemispherical Projection Methods in Rock Mechanics*. George Allen & Unwin, 124 p.

Ξυπολιάς, Π. (2011). *Αξιμουθιακές Προβολές στην Τεκτονική Γεωλογία. Μέθοδοι και Εφαρμογές*. Εκδόσεις Συμμετρία, 179 σελ.