**1η Σειρά ασκήσεων στη Μιγαδική Ανάλυση**

1. Δείξτε ότι για οποιουσδήποτε μιγαδικούς αριθμούς ισχύουν α) , β) , γ)
2. Χρησιμοποιήστε την προηγούμενη άσκηση για να δείξετε ότι αν ενα πολυώνυμο με πραγματικούς συντελεστές έχει μια γνησίως μιγαδική ρίζα τότε υποχρεωτικά o συζυγής μιγαδικός είναι επίσης ρίζα του πολυωνύμου.
3. Να υπολογιστούν οι εκφράσεις α) , β) , γ)
4. Δείξτε ότι κάθε μιγαδικός αριθμός μοναδιαίου μέτρου δύναται να αναπαρασταθεί ως με .
5. Δεν συνίσταται η αυτόματη μεταφορά σχέσεων από την πραγματική στη μιγαδική ανάλυση. Επί παραδείγματι αποδείξτε ότι εάν . Εντούτοις αποδείξτε ότι ισχύει για κάθε μιγαδικό αριθμό
6. Προσδιορίστε την εικόνα του χωρίου υπό το μετασχηματισμό .
7. Δείξτε ότι όταν .
8. Να προσδιοριστούν οι (προφανώς) μη πραγματικές ρίζες των εξισώσεων

α) , β) και γ) .

1. α) Εργαστείτε με τις συνθήκες Cauchy-Riemann (σε καρτεσιανή ή σε πολική μορφή) και αποφανθείτε περί της παραγωγισιμότητας της συνάρτησης . β) Επιβεβαιώστε τα αποτελέσματά σας διαμέσου του ορισμού της παραγώγου. γ) Υπάρχει τόπος στον οποίον η συνάρτηση να είναι αναλυτική;
2. Να προσδιοριστεί το σημειοσύνολο του όπου η συνάρτηση (με ) είναι παραγωγίσιμη. Είναι σε κάποιο χωρίο η συνάρτηση αναλυτική;
3. Γνωρίζουμε πως η συνάρτηση είναι παντού αναλυτική (όπου πραγματική συνάρτηση δύο μεταβλητών). Είναι η συνάρτηση αναλυτική;

Απαντήσεις

3. α) -4 β) γ)

6. Το άνω ημιεπίπεδο μετά του πραγματικού άξονα.

8. α) β) γ) και

9. α-β) Παραγωγίσιμη μονο στο 0. γ) όχι. 10. Είναι παραγωγίσιμη αποκλειστικά επί της παραβολής και πουθενά αναλυτική. 11. όχι