

Ε.Μ. ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

Ονοματεπώνυμο:

1^η Σειρά Ασκήσεων στην Ελαστικότητα / Προχωρημένη Μηχανική Υλικών

Άσκηση 1: Στην περίπτωση *συμμετρικών* τανυστών με συνιστώσες *πραγματικούς* αριθμούς (όπως ο τανυστής τάσεως σ_{ij}), να αποδειχθεί ότι οι λύσεις της χαρακτηριστικής εξίσωσης (δηλ. οι κύριες τάσεις) είναι *πραγματικοί* αριθμοί.

Άσκηση 2: Να αποδειχθεί ότι εάν οι κύριες τάσεις είναι *διάφορες* μεταξύ τους, οι κύριες κατευθύνσεις είναι *ορθογώνιες* μεταξύ τους.

Άσκηση 3: Να αποδειχθεί ότι εάν *δύο* από τις κύριες τάσεις είναι *ίσες* μεταξύ τους, η κατεύθυνση της *άλλης* (τρίτης) τάσεως είναι *κάθετη* στο επίπεδο που ορίζουν οι δύο πρώτες. Στο επίπεδο αυτό *όλες* οι κατευθύνσεις είναι πλέον κύριες κατευθύνσεις.

Άσκηση 4: Οι τάσεις σε ένα σώμα δίνονται στο Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων $Ox_1x_2x_3$ από τις τιμές του εξής πίνακα

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} 3x_1x_2 & 5x_2^2 & 0 \\ 5x_2^2 & 0 & 2x_3 \\ 0 & 2x_3 & 0 \end{bmatrix}$$

Να προσδιορισθούν οι συνιστώσες της καθολικής δύναμης για να υφίσταται ισορροπία.

Ε.Μ. ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

Ονοματεπώνυμο:

2^η Σειρά Ασκήσεων στην Ελαστικότητα / Προχωρημένη Μηχανική Υλικών

Άσκηση 1: Δίνεται ο ακόλουθος τανυστής απειροστών τροπών

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 3^{1/2} & 0 \\ 3^{1/2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

Να προσδιορισθούν (α) οι κύριες τροπές, (β) οι αναλλοίωτοι και (γ) οι κύριες κατευθύνσεις.

Άσκηση 2: Ροζέττα παραμορφώσεων (strain-rosette) μετρά σε συγκεκριμένο σημείο τις ακόλουθες ορθές τροπές: $\varepsilon_{11} = 5 \times 10^{-4}$ (κατά μήκος του άξονα x_1 Καρτεσιανού συστήματος), $\varepsilon_{22} = 7 \times 10^{-4}$ (κατά μήκος του άξονα x_2) και $\varepsilon'_{11} = 4 \times 10^{-4}$ (κατά μήκος του άξονα x'_1 που σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα x_1). Να προσδιορισθεί η διατμητική τροπή ε_{12} στο σημείο αυτό.

Άσκηση 3: Να αποδειχθεί ότι οι εξισώσεις συμβιβαστού αποτελούν και την *ικανή* (εκτός της αναγκαίας) συνθήκη για να είναι το πεδίο των μετατοπίσεων συνεχές πεδίο σε απλώς-συνεκτικά σώματα.