



Ε
Μ
Π

Π. Γιαννόπουλος

Εργαστήριο
Ωπλισμένου
Σκυροδέματος

Μέθοδος Ανάλυσης Πλακών Pieper/Martens

Μέθοδος Pieper /Martens

Όρια ισχύος: $q_d \leq \frac{2}{3}(q_l + q_d)$ ή $q_d \leq 2q_d$

Ροπές Ανοίγματος: $m_{fx} = (q_l + q_d) \cdot \frac{l_{min}^2}{f_x}$ $m_{fy} = (q_l + q_d) \cdot \frac{l_{min}^2}{f_y}$ $l_{min} = \min(l_x, l_y)$

Ροπές Στήριξης: $m_{so,x} = -(q_l + q_d) \cdot \frac{l_{min}^2}{s_x}$ $m_{so,y} = -(q_l + q_d) \cdot \frac{l_{min}^2}{s_y}$

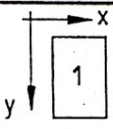
$$\text{Εάν } \begin{cases} \frac{\max(l_1, l_2)}{\min(l_1, l_2)} < 5 \longrightarrow |m_s| \geq \begin{cases} |0,5 (m_{so,1} + m_{so,2})| \\ 0,75 \max(|m_{so,1}|, |m_{so,2}|) \end{cases} \\ \frac{\max(l_1, l_2)}{\min(l_1, l_2)} > 5 \longrightarrow |m_s| \geq \max(|m_{so,1}|, |m_{so,2}|) \end{cases}$$

Όταν η ροπή ενός προβόλου από μόνιμο φορτίο είναι τουλάχιστον ίση με τη μισή ροπή τακτώσεως από συνδυαστικά φορτία της γέφυρικής πλάκας, η πλάκα θεωρείται τακτωμένη σε αυτή τη στήριξη.

Οι ροπές που δίνονται στους πίνακες έχουν προκύψει:

- για τις ροπές ανοίγματος: με θεωρία μέση τιμής μεταξύ πλάκας & μηδενικής πάκτωσης
- " " " στήριξης: με θεωρία πλάκας πάκτωσης

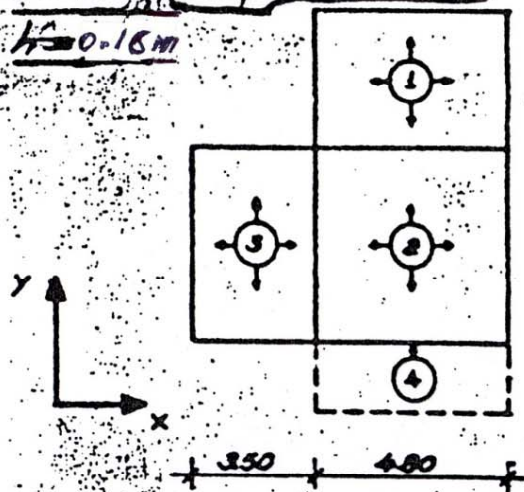
Die so gemittelten Stützmomente gelten unmittelbar als Bemessungswerte (s. a. DAfStb-H.240, [5.15]).

Stützungs- art	Bei- wert	Stützweitenverhältnis l_y / l_x bzw. l'_y / l'_x (l_x bzw. $l'_x = l_{\min}$)											
		1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	$\rightarrow \infty$
	f_x	27,2	22,4	19,1	16,8	15,0	13,7	12,7	11,9	11,3	10,8	10,4	8,0
	f_y	27,2	27,9	29,1	30,9	32,8	34,7	36,1	37,3	38,5	39,4	40,3	*
	f_x^0	20,0	16,6	14,5	13,0	11,9	11,1	10,6	10,2	9,8	9,5	9,3	8,0
	f_y^0	20,0	20,7	22,1	24,0	26,2	28,3	30,2	31,9	33,4	34,7	35,9	*
	f_x	32,8	26,3	22,0	18,9	16,7	15,0	13,7	12,8	12,0	11,4	10,9	8,0
	f_y	29,1	29,2	29,8	30,6	31,8	33,5	34,8	36,1	37,3	38,4	39,5	*
	s_y	11,9	10,9	10,1	9,6	9,2	8,9	8,7	8,5	8,4	8,3	8,2	8,0
	f_x^0	26,4	21,4	18,2	15,9	14,3	13,0	12,1	11,5	10,9	10,4	10,1	8,0
	f_x	29,1	24,6	21,5	19,2	17,5	16,2	15,2	14,4	13,8	13,3	12,9	10,2
	f_y	32,8	34,5	36,8	38,8	40,9	42,7	44,1	45,3	46,5	47,2	47,9	*
	s_x	11,9	10,9	10,2	9,7	9,3	9,0	8,8	8,6	8,4	8,3	8,3	8,0
	f_x^0	22,4	19,2	17,2	15,7	14,7	13,9	13,2	12,7	12,3	12,0	11,8	10,2
	f_x	26,4	28,1	30,3	32,7	35,1	37,3	39,1	40,7	42,2	43,3	44,8	*
	f_x	38,0	30,2	24,8	21,1	18,4	16,4	14,8	13,6	12,7	12,0	11,4	8,0
	f_y	30,6	30,2	30,3	31,0	32,2	33,8	35,9	38,3	41,1	44,9	46,3	*
	s_y	14,3	12,7	11,5	10,7	10,0	9,5	9,2	8,9	8,7	8,5	8,4	8,0
	f_x	30,6	26,3	23,2	20,9	19,2	17,9	16,9	16,1	15,4	14,9	14,5	12,0
	f_y	38,0	39,5	41,4	43,5	45,6	47,6	49,1	50,3	51,3	52,1	52,9	*
	s_x	14,3	13,5	13,0	12,6	12,3	12,2	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0
	f_x	33,2	27,3	23,3	20,6	18,5	16,9	15,8	14,9	14,2	13,6	13,1	10,2
	f_y	33,2	34,1	35,5	37,7	39,9	41,9	43,5	44,9	46,2	47,2	48,3	*
	s_x	14,3	12,7	11,5	10,7	10,0	9,6	9,2	8,9	8,7	8,5	8,4	8,0
	s_y	14,3	13,6	13,1	12,8	12,6	12,4	12,3	12,2	12,2	12,2	12,2	11,2
	f_x^0	26,7	22,1	19,2	17,2	15,7	14,6	13,8	13,2	12,7	12,3	12,0	10,2
	f_y^0	26,7	27,6	29,2	31,4	33,8	36,2	38,1	39,8	41,4	42,8	44,2	*
	f_x	33,6	28,2	24,4	21,8	19,8	18,3	17,2	16,3	15,6	15,0	14,6	12,0
	f_y	37,3	38,7	40,4	42,7	45,1	47,5	49,5	51,4	53,3	55,1	58,9	*
	s_x	16,2	14,8	13,9	13,2	12,7	12,5	12,3	12,2	12,1	12,0	12,0	12,0
	s_y	18,3	17,7	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5
	f_x	37,3	30,3	25,3	22,0	19,5	17,7	16,4	15,4	14,6	13,9	13,4	10,2
	f_y	33,6	34,1	35,1	37,3	39,8	43,1	46,6	52,3	55,5	60,5	66,1	*
	s_x	18,3	15,4	13,5	12,2	11,2	10,6	10,1	9,7	9,4	9,0	8,9	8,0
	s_y	16,2	14,8	13,9	13,3	13,0	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,3	11,2
	f_x	36,8	30,2	25,7	22,7	20,4	18,7	17,5	16,5	15,7	15,1	14,7	12,0
	f_y	36,8	38,1	40,4	43,5	47,1	50,6	52,8	54,5	56,1	57,3	58,3	*
	s_x	19,4	17,1	15,5	14,5	13,7	13,2	12,8	12,5	12,3	12,1	12,0	12,0
	s_y	19,4	18,4	17,9	17,6	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5

Den Tafelwerten liegt für die Feldmomente eine 50%ige, für die Stützmomente eine volle Einspannung zugrunde.

Άσκηση με μέθοδο Pieper-Martens

$K=0.16m$



ΦΟΡΤΙΑ

PIEPER-MARTENS

Ύψ. δόκος $9.16 \times 25 = 4.0 \text{ KN/m}^2$
Επιχώριση

$$\frac{g_k}{\delta_k} = \frac{1.2}{5.2} = 2.0$$

$$g_d + \frac{g_k}{\delta_k} = 1.35g_k + 1.5g_k = 1.35(5.2) + 1.5(2.0) = 10.02 \text{ KN/m}^2$$

- Έλεγχος ισχύος μεθόδου: $1.5g_k < \frac{2}{3}(1.35g_k + 1.50g_k)$
 $\therefore 1.5 \times 2.0 = 3.00 < \frac{2}{3}(1.35 \times 5.2 + 1.5 \times 2.0) = 6.68 \therefore \text{Εντάξει}$

Ροπή προβότου από Ύδ. δόκος:

$$-(1.35 \times 5.2) \times 1.50^2/2 = -7.90 \text{ KNm/m}$$

- Έλεγχος βαθμού παραμόρφωσης στην άρθρωση 2-4. Πλάκας
 $|-7.90| > \frac{1}{2} m_{syo} = \frac{1}{2} \times 15.66 \rightarrow$
 $7.90 > 7.83 \rightarrow \text{Γρα. παραμόρφωση}$

ΡΟΠΕΣ ΑΝΟΙΓΜΑΤΩΝ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
π_1	είδος στην τάδε	l_x l_y [m]	l_y l_x [m]	$\epsilon = l_y/l_x$ $\epsilon = l_x/l_y$	f_x f_y	f_y f_x	S_x	S_y	m_{fx} [KNm/m]	m_{fy} [KNm/m]	m_{sxo} [KNm/m]	m_{syo} [KNm/m]
	2'	4.80	2.70	~1.80	46.5	13.8	-	8.4	1.57	5.29	-	-8.68
π_1												
	5'	4.80	5.25	~1.10	30.3	34.1	13.4	14.8	7.62	6.76	-14.94	-15.66
π_2												
	2'	3.50	5.25	1.50	16.2	42.7	9.0	-	7.58	2.85	-13.66	-
π_3												
π_4	πρόσ	-	1.50	-	-	-	-	2.0	-	-	-	-11.24

$$m_{sxo} = g \frac{l_x^2}{S_x}$$

$$m_{syo} = g \frac{l_y^2}{S_y}$$

$$m_{fx} = g \frac{l_x^2}{f_x}$$

$$m_{fy} = g \frac{l_y^2}{f_y}$$

(*)

$$\sigma_{\max} = \frac{l_{\min}^2}{\epsilon \gamma \epsilon \gamma}$$

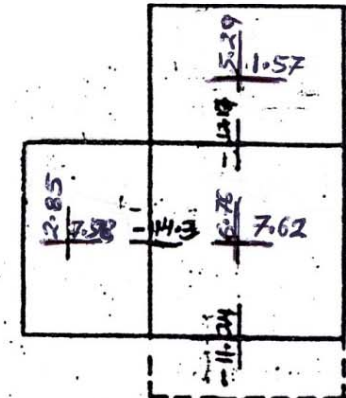
) ()
 ***) $\bar{\epsilon}_{\text{εχχος}}$ παραδοχ. πακτώσεως/εταρίξεως προβ. $m_{\text{sgo}} = f \frac{\ell_x^2}{S_y} = 10.02 \times \frac{4.80^2}{14.8} = -15.66$

) ρ_x ή ℓ_x είναι το μικρότερο άνοιγμα

*) Προσοχή στον συμβολισμό και το νόημα των διευθύνσεων x, y .
 Για τις στήλες 2-13 ισχύει ο συμβολισμός του σκοριφτήματος, ενώ κατά την χρήση των πινακων των παραμέτρων f_x, f_y, S_x, S_y μπορεί να γίνεται αντιμέτωπη, άνοήτως των περιπτώσεων.

7. - ΡΟΠΕΣ ΣΤΗΡΙΞΕΩΣ μικτότα εγχειρίδα τιμή

1	2	3	4	5	6
στήλη	m_{sol} [kNm/m]	m_{soj} [kNm/m]	$m_{\text{sol}} + m_{\text{soj}}$ [kNm/m]	0.75 min m_{so} [kNm/m]	min m_s [kNm/m]
1-2	-8.68	-15.66	-12.17	-11.74	-12.17
2-3	-14.94	-13.66	-14.30	-11.22	-14.30
3-4	—	-11.24 προο.	—	—	-11.24



Εικόνα ροπών [kNm/m]

(σημειώνονται κατά την διεύθυνση των όπλισμών)

Οι στήλες 2,3 συμπληρώνονται από τις στ. 12 και 13 του πίνακος I.
 min m_{so} ή ελάχιστη των τιμών των στηλών 2 και 3
 min m_s " " " " " " 4 και 5

Beispiel – Momentenberechnung nach Pieper / Martens

Es empfiehlt sich eine Rechnung mit
 – globalen Koordinaten (x/y) für das gesamte Plattensystem
 – lokalen Koordinaten (x'/y') für das einzelne Plattenfeld.

Baustoffe: Beton C 25/30; Betonstahl BSt 500 M

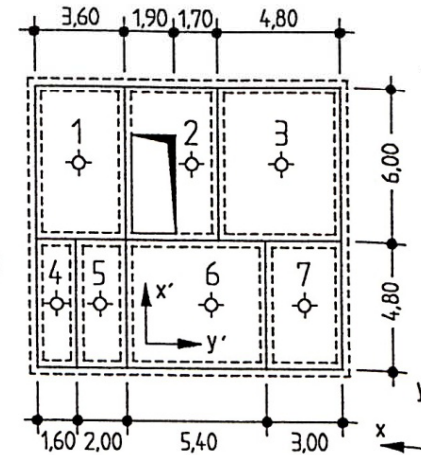
Belastung: $g_k = 6,00 \text{ kN/m}^2$ *)

$q_k = 1,50 + 1,25 = 2,75 \text{ kN/m}^2$ (incl. Trennwandzuschlag)

$q_k = 3,50 \text{ kN/m}^2$ (im Treppenhaus)

→ $(g_d + q_d) = 1,35 \cdot 6,00 + 1,5 \cdot 2,75 = 12,23 \text{ kN/m}^2$

→ $(g_d + q_d) = 1,35 \cdot 6,00 + 1,5 \cdot 3,50 = 13,35 \text{ kN/m}^2$



Momente in kNm/m

Platten-Nr.	Stüt-zung	l_x l'_y	l_y l'_x	$\varepsilon = l_y/l_x$ $\varepsilon' = l'_y/l'_x$	f_x	f_y	s_x	s_y	Feldmomente m_{fx} m_{fy}		Stützmomente m_{s0x} m_{s0y}	
1	2.1	3,60	6,00	1,67	13,1	35,7	-	8,6	12,10	4,44	-	-18,43
2	2)	1,70	6,00	0,28	nach Hahn [5.19]				-6,13 ³⁾	2,49 ³⁾	-30,50	-39,11 ⁴⁾
3	4	4,80	6,00	1,25	21,95	36,6	11,1	12,95	12,83	7,70	-25,38	-21,75
4	4	1,60	4,80	3,00	7,9 ¹⁾	*	8,0	11,2	3,96	*	-3,91	-2,80
5	5.1	2,00	4,80	2,40	12 ¹⁾	*	12,0	17,5	4,09	*	-4,09	-2,80
6	5.2	5,40	4,80	1,13	34,4	28,8	14,5	14,8	8,19	9,78	-19,44	-19,04
7	4	3,00	4,80	1,60	15,8	43,5	9,2	12,3	6,97	2,53	-11,97	-8,95

¹⁾ Gemäß Sonderfall S. 5.51: nach Tafel 5.51c für $l_{y3}/l_{x3} = 4,80/5,40 = 0,8 \rightarrow \approx 1,0$; für $10 \cdot 1,60/5,40 = 2,96$ und $10 \cdot 2,0/5,40 = 3,70$: Ablesung $f_{x1} \approx 7,9$; wegen $f_{x1} < 10,2$ gilt $f_{x2} = 12$.

²⁾ Dreiseitig gelagerte Platte nach [5.19] – zwei anliegende Ränder eingespannt, ein Rand frei aufliegend; Lastfälle: Gleichlast $13,35 \text{ kN/m}^2$ und Randlast $13,35 \cdot 1,90/2 = 12,68 \text{ kN/m}$. Das restliche Plattenfeld ist konstruktiv wie Pos. 2 zu bewehren. Wird auch dieses Plattenfeld als dreiseitig gelagerte Platte mit zwei gegenüberliegenden eingespannten und einem frei aufliegenden Rand berechnet, kann der Lastfall „Randlast“ entfallen.

³⁾ Der Bewehrung für positive Biegemomente in x-Richtung kann m_{fy} als Mindestwert zugrunde gelegt werden. In y-Richtung beträgt das Moment am freien Rand $m_{ry} = 7,91 \text{ kNm/m}$.

⁴⁾ Stützmoment am freien Rand. In Randmitte beträgt das Stützmoment $m_{sym} = -11,20 \text{ kNm/m}$.