

ΟΡΙΑΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΑΣΤΟΧΙΑΣ ΑΠΟ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΤΟΥ ΦΟΡΕΑ (ΛΥΓΙΣΜΟΣ)

1. Εισαγωγή

Ο τίτλος του κεφαλαίου 14 του Νέου Κανονισμού Ωπλισμένου Σκυροδέματος (ΝΕΚΩΣ) αντικατοπτρίζει και την αλλαγή στον τρόπο αντιμετώπισης των φαινομένων 2ας τάξεως σε σύγκριση με τον παλαιό κανονισμό. Ετσι, αντί των συντελεστών “ω” του παλαιού κανονισμού με τους οποίους μειωνόταν η επιτρεπόμενη τάση του σκυροδέματος (ή ισοδυνάμως αύξανε η αξονική δύναμη), τώρα, στον νέο κανονισμό, μελετάται η ορθή ένταση στον παραμορφωμένο φορέα: λαμβάνονται δηλαδή υπόψη τα φαινόμενα 2ας τάξεως στον υπολογισμό της αναπτυσσομένης εντάσεως, και η συνολική ένταση (1ης και 2ας τάξεως) συγκρίνεται με την αντίστοιχη αντοχή. Βασικό αντικείμενο του κεφαλαίου αυτού αποτελούν τα στοιχεία με σημαντικές θλιπτικές δυνάμεις, δηλαδή τα υποστυλώματα.

Τα υπολογιστικά προσομοιώματα που δίνονται στον νέο κανονισμό αφορούν κυρίως **τα μεμονωμένα υποστυλώματα**. Βεβαίως στις περισσότερες περιπτώσεις τα υποστυλώματα δεν είναι μεμονωμένα, αλλά αποτελούν στοιχεία πλαισίων. Για τις περιπτώσεις αυτές, τα υπολογιστικά προσομοιώματα που δίνονται στον κανονισμό μπορούν να εφαρμοσθούν μόνον ύστερα από μερικές απλοποιητικές παραδοχές. Για τον σκοπό αυτό τα **πλαίσια** διακρίνονται σε **αμετάθετα** και σε **μεταθετά** (για την ακρίβεια διακρίνονται σε πλαίσια με “μικρές” ή με “μεγάλες” μετατοπίσεις υπό τις δράσεις σχεδιασμού). Το όριο διαχωρισμού μεταθετών και αμεταθέτων πλαισίων δίνεται από τον κανονισμό Ω.Σ. **(14.4.1)**¹ και από τον ΝΕΑΚ **(4.1.2.4)** συναρτήσεως του “συντελεστή ευστάθειας” “θ” (ή “δείκτη ευαισθησίας έναντι πλευρικής παραμόρφωσης” κατά ΝΕΑΚ).

Για τα αμετάθετα πλαίσια γίνεται κατ’ αρχήν ανάλυση με την θεωρία 1ης τάξεως, υπολογίζονται τα αντίστοιχα εντατικά μεγέθη και στην συνέχεια κάθε υποστυλώμα του πλαισίου ελέγχεται έναντι φαινομένων 2ας τάξεως σαν να ήταν μεμονωμένο (για τον υπολογισμό του μήκους λυγισμού του υποστυλώματος λαμβάνεται υπόψη ο βαθμός πακτώσεως-του στις συντρέχουσες δοκούς).

Για τα μεταθετά, όμως, πλαίσια ο κανονισμός δεν επιτρέπει την προηγούμενη αποσύζευξη, και απαιτεί να αναλύεται το πλαίσιο εξ αρχής με την θεωρία 2ας τάξεως. Αυτό προϋποθέτει ότι ο Μηχανικός διαθέτει πρόγραμμα H/Y το οποίο να λαμβάνει υπόψη-του τα φαινόμενα 2ας τάξεως στον υπολογισμό των εντατικών μεγεθών. Τέτοια όμως προγράμματα δεν υπάρχουν (ακόμη) στην αγορά. Για τον λόγο αυτό (αλλά βεβαίως και για λόγους περιορισμού των αβεβαιοτήτων της σεισμικής αποκρίσεως) φροντίζουμε στην πράξη ώστε τα πλαίσια να είναι αμετάθετα ($\theta \leq 0.1$) αυξάνοντας καταλλήλως την συνολική δυσκαμψία των υποστυλωμάτων και των τοιχίων.

Ετσι λοιπόν πρακτικά, ο έλεγχος έναντι φαινομένων 2ας τάξεως (“έναντι λυγισμού” όπως λέγαμε με τον παλαιό κανονισμό) περιορίζεται στα μεμονωμένα υποστυλώματα. Ανάλογα με το πόσο σημαντικά είναι τα φαινόμενα 2ας τάξεως, ο κανονισμός

¹ Αν δεν ορίζεται διαφορετικά, οι εντός παρενθέσεως και με έντονα γράμματα παραπομπές αναφέρονται στον ΝΕΚΩΣ, έκδοση Μαρτίου 1995.

επιβάλλει και μεθόδους υπολογισμού με ανάλογη ακρίβεια: από την πλήρη απαλλαγή ελέγχου για μικρές λυγηρότητες, έως τον ακριβή υπολογισμό του παραμορφωμένου υποστυλώματος για μεγάλες λυγηρότητες.

Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζεται περιληπτικά η διαδικασία για τον υπολογισμό έναντι φαινομένων 2ας τάξεως, επεξηγείται η μέθοδος του προτύπου υποστυλώματος (προκειμένου να γίνει κατανοητή η εφαρμογή της ακριβούς μεθόδου), και δίνονται τρία αριθμητικά παραδείγματα με: **1)** εφαρμογή του προτύπου υποστυλώματος με χρήση πινάκων, **2)** αναλυτική εφαρμογή του προτύπου υποστυλώματος, και, **3)** εφαρμογή της “ακριβούς μεθόδου”.

2. Διαδικασία ελέγχου

Για τον έλεγχο έναντι φαινομένων 2ας τάξεως ακολουθούνται τα εξής βήματα:

1. Αν το εξεταζόμενο στοιχείο είναι υποστύλωμα πηγαίνουμε κατ’ ευθείαν στο βήμα 5, ενώ αν είναι πλαίσιο πηγαίνουμε στο επόμενο βήμα 2.
2. Ελέγχεται αν το πλαίσιο είναι μεταθετό ή αμετάθετο(**§14.4.1**); Αν το πλαίσιο είναι αμετάθετο πηγαίνουμε στο βήμα 4. Αν είναι μεταθετό πηγαίνουμε στο επόμενο βήμα 3.
3. Αν το πλαίσιο είναι μεταθετό τότε είτε αυξάνουμε την δυσκαμψία-του ώστε να γίνει αμετάθετο και ακολούθως πηγαίνουμε στο βήμα 4, είτε επιλύουμε το πλαίσιο με μεθόδους 2ας τάξεως μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας (αυτή την στιγμή δεν υπάρχουν τέτοια εμπορικά προγράμματα). Σημειώνεται ότι για την εφαρμογή τέτοιων μεθόδων πρέπει να είναι γνωστοί εκ των προτέρων οι οπλισμοί των στύλων ώστε να υπολογισθούν ορθά οι μετατοπίσεις του φορέα, και στο τέλος ελέγχεται αν οι δρώσες ροπές που προέκυψαν (στον παραμορφωμένο φορέα) είναι μικρότερες από τις ροπές αντοχής (υπολογιζόμενες σύμφωνα με τις αρχές του κεφαλαίου 10) οπότε και τελειώνει ο έλεγχος, άλλως πρέπει αυξηθούν οι οπλισμοί των διατομών και να επαναληφθεί η διαδικασία μέχρι να επιτευχθεί ικανοποιητικό αποτέλεσμα.
4. Αν το πλαίσιο είναι αμετάθετο τότε: **α)** αντικαθίσταται η (αθέλητη) πρόσθετη κλίση (**§14.4.2**) με ισοδύναμες οριζόντιες δυνάμεις και μαζί με τις υπόλοιπες δυνάμεις σχεδιασμού επιλύεται ο φορέας με την θεωρία 1ης τάξεως, **β)** όσα υποστυλώματα του πλαισίου δεν απαλλάσσονται του ελέγχου (**§14.4.3 σχέση 14.22**) υπολογίζονται ως μεμονωμένα υποστυλώματα σύμφωνα με τα επόμενα βήματα.
5. Υπολογίζεται το ισοδύναμο μήκος του μεμονωμένου υποστυλώματος λαμβάνοντας υπόψη τις συνθήκες στηρίξεως του υποστυλώματος (**§14.3.3**) (αυτό που παλαιότερα ονομαζόταν μήκος λυγισμού).
6. Υπολογίζονται η λυγηρότητα “ λ ” και η ανηγμένη αξονική δύναμη “ N_d ” (**§14.3.1**). Αν η λυγηρότητα είναι μικρή ($\lambda \leq \max[25, 15/\sqrt{N_d}]$) (**§14.3.2**) τότε περιτεύει κάθε περαιτέρω έλεγχο. Αν όχι συνεχίζουμε στο επόμενο βήμα 7.
7. Εξετάζεται αν πρέπει να ληφθεί υπόψη ο ερπυσμός(**§14.3.2.β**). Ο ερπυσμός μπορεί να αγνοηθεί όταν (διαζευκτικώς) ή η ανηγμένη εκκεντρότητα 1ης τάξεως είναι μεγάλη ($e_0 \geq 2h$), ή το φορτίο που προκαλεί ερπυσμό είναι μικρό σε σχέση με το συνολικό φορτίο σχεδιασμού ($N_{g,k} \leq 0.2N_{g+q,k}$, ή, τέλος, όταν η λυγηρότητα δεν είναι

πολύ μεγάλη ($\lambda \leq 70$). Στα σχόλια ο κανονισμός αναφέρει ότι “...για τα **συνήθη** κτίρια η επιρροή του ερπυσμού δεν είναι σημαντική και επομένως δεν απαιτείται να λαμβάνεται υπόψη.” (§14.3.6 στα σχόλια), χωρίς όμως, στην περίπτωση αυτή, να προσδιορίζει τον όρο “συνήθη”.. Πάντως στην περίπτωση που πρέπει να ληφθεί υπόψη η επιρροή του ερπυσμού, επιτρέπεται η χρήση προσεγγιστικών μεθόδων, όπως π.χ. της γραμμικής μεθόδου. Σύμφωνα με την μέθοδο αυτή, το πρόσθετο ερπυστικό βέλος δίνεται από τις παρακάτω σχέσεις συναρτήσει της εκκεντρότητας 1ης τάξεως e_0 [3]:

$$e_{cc} = e_0 \left[\exp \left(\frac{\Phi N_{g,k}}{N_e - N_{g,k}} - 1 \right) \right] \text{ για ημιτονοειδή κατανομή της ροπής 1ης τάξεως}$$

$$e_{cc} = e_0 \left[\exp \left(\frac{\Phi}{\cos(0.5\beta l)} - \Phi \right) - 1 \right] \text{ για ορθογωνική κατανομή της ροπής 1ης τάξεως}$$

όπου:

$$N_e = \frac{\pi^2 E_{cm} I_c}{l_0^2},$$

$$\beta = \sqrt{\frac{N_{g,k}}{E_{cm} I_c}}$$

“ Φ ” ο ερπυστικός συντελεστής (§2.5.4 Πίνακας 2.3)

E_{cm} το μέσο μέτρο ελαστικότητας (§2.5.2 Πίνακας 2.2)

I_c η ροπή αδρανείας της συνολικής αρηγμάτωτης διατομής του σκυροδέματος

l_0 το ισοδύναμο μήκος του μεμονωμένου υποστυλώματος (§14.3.3) και

$N_{g,k}$ η αξονική δύναμη του μακροχρόνιου συνδυασμού (§6.4.2.1, σχέση 6.14) που προκαλεί ερπυσμό προσαυξημένη με τον συντελεστή ασφαλείας του ερπυσμού ο οποίος λαμβάνεται ίσος με 1.20 (§14.3.6).

8. Λαμβάνεται υπόψη η αθέλητη εκκεντρότητα (§14.3.4) η οποία προσαυξάνει την εκκεντρότητα 1ης τάξεως και υπολογίζεται η συνολική εκκεντρότητα υπολογισμού (§14.3.5). Στην συνέχεια, ανάλογα με την τιμή της λυγηρότητας “ λ ” ισχύουν τα εξής (§14.3.2): Αν η λυγηρότητα είναι μεγάλη ($\lambda > 75\sqrt{v_d}$) τότε ακολουθείται κάποια “ακριβής μέθοδος”. Ο κανονισμός δεν προτείνει κάποια συγκεκριμένη μέθοδο, πάντως μια μέθοδος είναι και αυτή που περιγράφεται στο επόμενο βήμα 9. Για ενδιάμεσες τιμές της λυγηρότητας ($\max[25, 15/\sqrt{v_d}] < \lambda \leq 75/\sqrt{v_d}$) εφαρμόζεται η μέθοδος του προτύπου υποστυλώματος (βήμα 10).

9. Οι “ακριβείς μέθοδοι” (§14.3.7) για τον υπολογισμό των μεμονωμένων υποστυλωμάτων βασίζονται στην σύνταξη ενός ακριβούς διαγράμματος “εσωτερικών ροπών - μετατοπίσεων του στύλου” το οποίο προκύπτει από την κατάλληλη ολοκλήρωση των καμπυλοτήτων καθύψους του φορέα (χωρίς δηλαδή να γίνουν όλες οι απλοποιητικές παραδοχές της μεθόδου του προτύπου υποστυλώματος (§14.3.8)). Η μέθοδος είναι γενική και γι’ αυτό δεν δίνονται

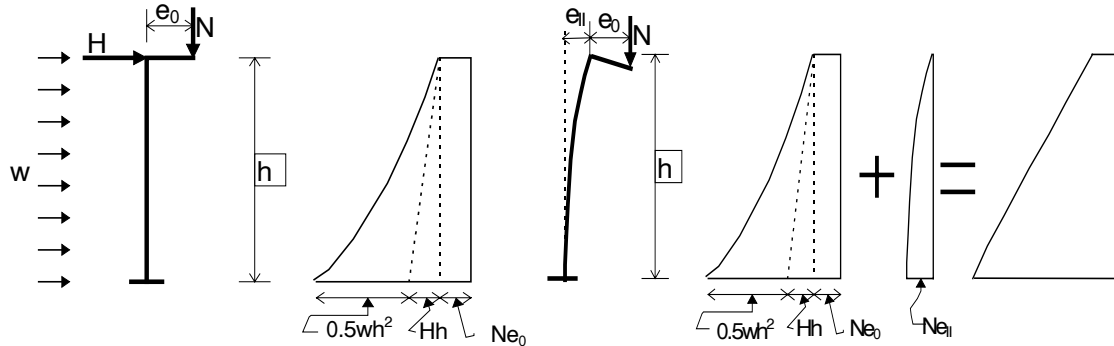
περισσότερα στοιχεία για την εφαρμογή-της. Είναι φανερό ότι η “ακριβής μέθοδος” είναι μέθοδος **έλεγχου και όχι διαστασιολογήσεως**, απαιτεί δηλαδή να εκτιμηθεί ένας οπλισμός καθύψους του στύλου και στην συνέχεια να ελεγχθεί αν ο παραμορφωμένος στύλος αντέχει τις δρώσες εξωτερικές ροπές οπότε και τελειώνει ο έλεγχος. Ο τρόπος εφαρμογής της μεθόδου παρουσιάζεται μέσω του παραδείγματος της (§ 4.3) που ακολουθεί.

10. Για μέσες τιμές της λυγηρότητας: $(\max[25, 15/\sqrt{n_d}] < \lambda \leq 75/\sqrt{n_d})$ (§14.3.2) εφαρμόζεται η μέθοδος του προτύπου υποστυλώματος (§14.3.8). Η μέθοδος μπορεί να εφαρμοσθεί τόσο για τον **έλεγχο** υποστυλωμάτων (θεωρώντας γνωστούς του οπλισμούς του υποστυλώματος και ελέγχοντας την ισορροπία στον παραμορφωμένο στύλο), αλλά και, κυρίως, για την **διαστασιολόγηση** υποστυλωμάτων, μέσω καταλλήλων πινάκων [3] ή διαγραμμάτων για διάφορες τιμές της λυγηρότητας “λ” και των εντατικών μεγεθών 1ης τάξεως (για λυγηρότητα $\lambda=0$, οι πίνακες συμπίπτουν με τους πίνακες ορθής εντάσεως χωρίς κίνδυνο λυγισμού).

Στην περίπτωση **διαξονικής κάμψεως**, ο κανονισμός απαιτεί την εφαρμογή ακριβών μεθόδων (§14.3.9) χωρίς ωστόσο να προδιαγράφει κάποια μεθοδολογία. Επιτρέπεται να γίνονται δύο ανεξάρτητοι έλεγχοι στις δύο κύριες διευθύνσεις του υποστυλώματος υπό την προϋπόθεση ότι η ανηγμένη εκκεντρότητα της μιας διευθύνσεως είναι πολύ μεγαλύτερη (πάνω από 5 φορές) από την αντίστοιχη εκκεντρότητα της άλλης διευθύνσεως (§14.3.9, σχέσεις 14.15 και 14.16).

3. Η μέθοδος του προτύπου υποστυλώματος

Στην στατική ανάλυση συνήθως αγνοείται η επιρροή των παραμορφώσεων στην ένταση του φορέα (εφαρμόζεται θεωρία 1ης τάξεως).



Σχήμα 1. Ροπές 1ης και 2ας τάξεως

Στο παραπάνω παράδειγμα, ο φορέας υπό την επίδραση της φορτίσεως θα παραμορφωθεί μετατοπιζόμενος στην κορυφή κατά e_{II} . Λόγω της παραμορφώσεως το διάγραμμα ροπών καθ ύψος του στύλου θα αυξηθεί με μέγιστη αύξηση στην βάση ίση με Ne_{II} . Υπό τις νέες αυξημένες ροπές ο φορέας θα παραμορφωθεί ακόμη περισσότερο, με αποτέλεσμα την εκ νέου αύξηση της ροπής. Η νέα αυξημένη εντατική κατάσταση θα προκαλέσει ένα νέο βέλος κοκ. Το ερώτημα λοιπόν είναι: “Η διαδοχική αυτή διαδικασία είναι συγκλίνουσα;”, με άλλα λόγια “θα υπάρξει άραγε ισορροπία πριν αστοχήσει η πλέον επιπονούμενη διατομή της βάσεως;” Αν υπάρξει ισορροπία, τότε στην θέση αυτή θα υπάρχει ισοδυναμία μεταξύ:

- των εξωτερικών δρυσών ροπών (1ης και 2ας τάξεως και,
- των εσωτερικών αναπτυσσομένων ροπών αντοχής.

δηλαδή θα ισχύει ότι: $M_{e\xi} = M_{e\sigma}$

Και βέβαια στην θέση ισορροπίας θα πρέπει η $M_{e\sigma}$ που θα απαιτηθεί να αναπτύξει η διατομή να είναι μικρότερη από την μέγιστη ροπή αντοχής που μπορεί να αναπτύξει η διατομή για την δεδομένη αξονική:

$$M_{e\sigma} \leq M_{Rd}$$

Ετσι, για τον έλεγχο φαινομένων 2ας τάξεως πρέπει να συγκρίνονται, στον παραμορφωμένο φορέα, οι εξωτερικώς δρώσες ροπές κάμψεως με τις εσωτερικώς αναπτυσσόμενες ροπές αντοχής. Η σύγκριση αυτή γίνεται, όπως θα φανεί παρακάτω στο Σχήμα 4, πάνω σε ένα διάγραμμα “ροπών - μετατοπίσεων”. Σημειώνεται ότι στο διάγραμμα αυτό απεικονίζονται: **α)** η σχέση της εξωτερικής ροπής στην βάση του στύλου συναρτήσει της μετατοπίσεως στην κεφαλή του στύλου. και **β)** η σχέση της εσωτερικής ροπής στην βάση του στύλου συναρτήσει πάλι της οριζόντιας μετατοπίσεως στην κεφαλή του στύλου. Ειδικότερα:

α) Η ροπή $M_{e\xi}$ στην βάση του στύλου, συναρτήσει της μετατοπίσεως e της κορυφής-του είναι:

$$M_{e\xi} = N(e + e_0) = Ne + Ne_0 \quad (1)$$

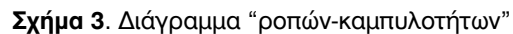
η οποία είναι η εξίσωση μιας ευθείας.

- Η μετατόπιση της κεφαλής του στύλου “ε” και η ακτίνα καμπυλότητας r στην βάση του στύλου συνδέονται με την σχέση:

- Η ακτίνα καμπυλότητας r σε μια διατομή και οι αντίστοιχες ανηγμένες παραμορφώσεις ϵ_1, ϵ_2 των ακραίων ινών της διατομής συνδέονται με την σχέση:

- Για μια δεδομένη διατομή, για μια δεδομένη αξονική N και για ένα συμβιβαστό² ζεύγος ανηγμένων παραμορφώσεων (ϵ_1, ϵ_2) υπολογίζεται η αναπτυσσόμενη εσωτερική ροπή $M_{εσ}$:

- Από τις δύο προηγούμενες σχέσεις (3) και (4), μπορεί να συνταχθεί το διάγραμμα “ $M_{\text{εσ}}-1/r$ ” (Σχήμα 3). Στο διάγραμμα αυτό διακρίνουμε πρακτικώς δύο σημεία: το σημείο S το οποίο αντιστοιχεί στην διαρροή του πλέον εφελκυσμένου οπλισμού, και το σημείο U το οποίο αντιστοιχεί στην αστοχία της διατομής από μεγέθη ορθής εντάσεως (δηλαδή είτε $\varepsilon_{s1}=20\%$ είτε $\varepsilon_{c2}=-3.5\%$ σύμφωνα με το κεφάλαιο 10 του κανονισμού). Χρησιμοποιώντας την σχέση (2), το διάγραμμα αυτό μπορεί να μετατραπεί σε διάγραμμα “ $M_{\text{εσ}}-e$ ” (Σχήμα 4).



6

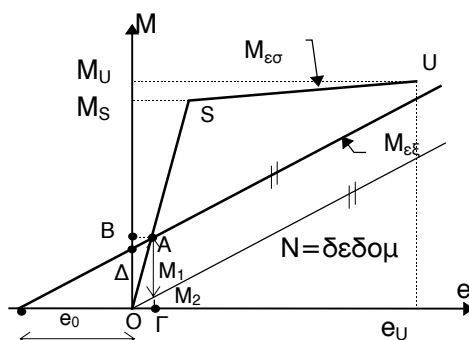
- Σχεδιάζοντας τις δύο καμπύλες $M_{εξ}$, $M_{εσ}$ σε ένα κοινό διάγραμμα (Σχήμα 4) παρατηρεί κανείς ότι στο σημείο Α ισχύει $M_{εξ}=M_{εσ}$ δηλαδή υπάρχει ισορροπία. Στο σημείο αυτό είναι:

ΟΓ είναι η παραμόρφωση 2ας τάξεως στην οποία ισορροπεί ο φορέας

ΒΔ είναι η τελική ροπή 2ας τάξεως που αναπτύσσεται στον φορέα λόγω της παραμορφώσεώς-του

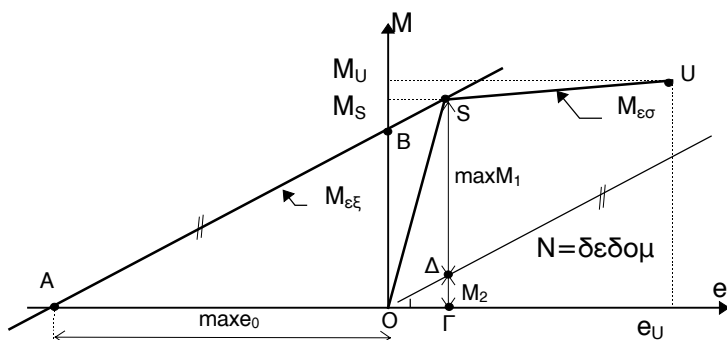
ΟΔ είναι η ροπή 1ης τάξεως $M_1=Nε_0$

ΟΒ είναι η ολική ροπή (1ης και 2ας τάξεως) που δρα στον φορέα στην θέση ισορροπίας



Σχήμα 4. Διάγραμμα "ροπών-μετατοπίσεων"

- Η κλίση της ευθείας $M_{εξ}$ εκφράζει την αξονική δύναμη Ν. Ετσι για να βρούμε την μέγιστη αρχική εκκεντρότητα (ή την μέγιστη αρχική ροπή 1ης τάξεως) θα πρέπει η $M_{εξ}$ να μετατοπισθεί παράλληλα μέχρις ότου γίνει εφαπτόμενη της καμπύλης $M_{εσ}$. Λόγω της μορφής του διαγράμματος, οι δύο καμπύλες συνήθως εφάπτονται στο σημείο S (Σχήμα 5)³. Η απόσταση SΔ του σημείου επαφής από την παράλληλη προς την $M_{εξ}$ ευθεία η οποία διέρχεται από το Ο είναι η μέγιστη ροπή 1ης τάξεως την οποία μπορεί να αντέξει ο εξεταζόμενος στύλος και η απόσταση ΟΓ είναι η αντίστοιχη παραμόρφωση 2ας τάξεως.



Σχήμα 5. Διάγραμμα "ροπών-μετατοπίσεων". Μέγιστη εκκεντρότητα 1ης τάξεως.

- Πρακτικώς λοιπόν για τον έλεγχο απαιτείται η καμπυλότητα διαρροής $(1/r)_y$ ώστε να υπολογισθεί η παραμόρφωση 2ας τάξεως από την σχέση (2). Η καμπυλότητα αυτή μπορεί να βρεθεί είτε με δοκιμές είτε μέσω της απλοποιητικής σχέσεως του κανονισμού: $(1/r)_y = 2K_2 \varepsilon_{yd} / (0.9d)$ (§14.3.8, σχέση 14.13).
- Στην βιβλιογραφία, όλη η προηγούμενη διαδικασία παρουσιάζεται είτε υπό μορφή πινάκων [3] είτε υπό μορφή διαγραμμάτων [4] τα οποία επιτρέπουν τον άμεσο υπολογισμό του απαιτούμενου οπλισμού για δεδομένη ροπή (1ης τάξεως), δεδομένη αξονική και δεδομένη λυγηρότητα. Με τον τρόπο αυτό η διαδικασία ελέγχου είναι η

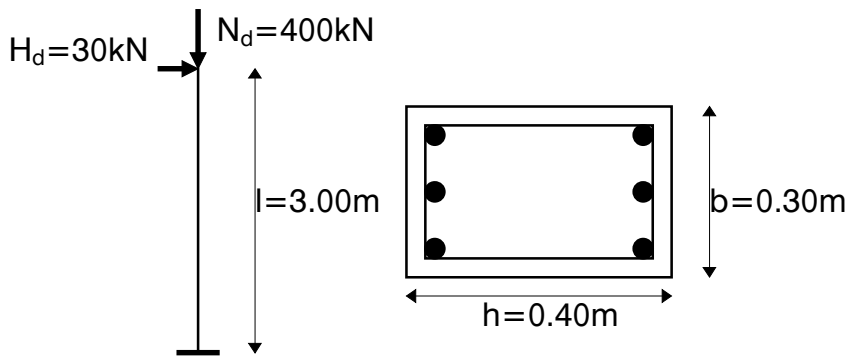
³ Ανάλογα με το μέγεθος της αξονικής δυνάμεως και την μορφή του διαγράμματος ροπών καμπυλοτήτων, ενδέχεται να υπάρξουν και περιπτώσεις κατά τις οποίες το σημείο επαφής να είναι το U.

ίδια με την διαδικασία ελέγχου έναντι κάμψεως και αξονικής δύναμews χωρίς κίνδυνο λυγισμού.

4. Εφαρμογές

4.1. Διαστασιολόγηση με την χρήση πινάκων και διαγραμμάτων

Για το υποστυλώμα του σχήματος ζητούνται οι οπλισμοί. Υλικά C25/30, S400



Το ισοδύναμο μήκος είναι: $l_0 = 2l = 2 \cdot 3.00 = 6.00\text{m}$

Η ακτίνα αδρανείας είναι: $i^2 = 0.4^2 / 12 \Rightarrow i = 0.115\text{m}$

Η λυγηρότητα είναι: $\lambda = l_0 / i = 6.000 / 0.115 = 52 < \lambda_{\max} = 200$

Η ανηγμένη αξονική είναι: $\nu_d = N_d / (A_c f_{cd}) = 400 / (0.3 \cdot 0.4 \cdot 16666) = 0.2$

$\lambda \sqrt{\nu_d} = 52 \cdot \sqrt{0.2} = 23$ Άρα απαιτείται έλεγχος λυγισμού ($\lambda > 20$) και επιτρέπεται να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος του προτύπου υποστυλώματος ($\lambda < 75$).

Η ροπή 1ης τάξεως είναι: $M_{1d} = H_d l + N_d e_a$

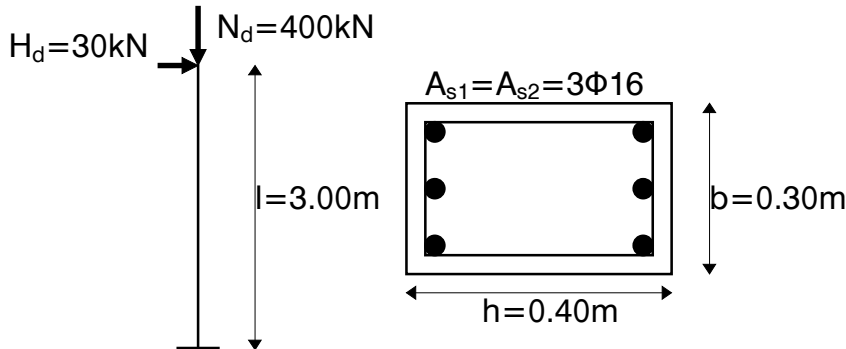
Η αθέλητη εκκεντρότητα είναι $e_a = \alpha l / 2 = 3.00 / (100 \sqrt{3}) = 0.017\text{m}$, λαμβάνεται $e_a = 0.02\text{m}$, και άρα $M_{1d} = 30 \cdot 3 + 400 \cdot 0.02 = 98\text{kNm}$, οπότε:

$\mu_d = 98 / (0.3 \cdot 0.4^2 \cdot 16666) = 0.123$ και $l_0 / h = 6.00 / 0.40 = 15$. Από τον πίνακα (6) του [3] (απόσπασμα του οποίου δίνεται στο τέλος αυτής της ενότητας) βρίσκεται $\omega = 0.2$ και άρα $A_{s, \text{tot}} = 0.2 \cdot 30 \cdot 40 \cdot 16.666 / 348 = 11.5\text{cm}^2$. **Τίθενται 2*3Φ16 (=12.0cm²)**

Αντιστοίχως από το νομογράφημα 26 του [4] (απόσπασμα του οποίου δίνεται στο τέλος αυτής της ενότητας) βρίσκουμε (προφανώς) πάλι $\omega = 0.2$.

4.2. Ελεγχος με την μέθοδο του προτύπου υποστυλώματος

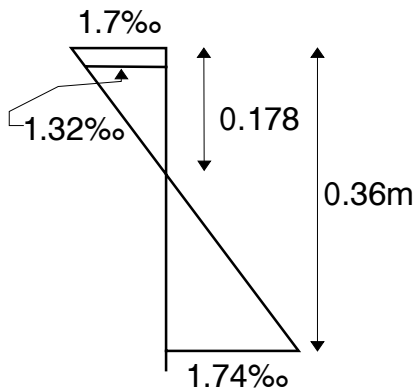
Για το υποστύλωμα του σχήματος ζητείται η μέγιστη ροπή 1ης τάξεως με την μέθοδο του προτύπου υποστυλώματος. Υλικά C25/30, S400



Θα συνταχθεί το διάγραμμα $M_{\epsilon\sigma}-(1/r)$ για την δεδομένη αξονική δύναμη $N_d=400\text{kN}$.

Σημείο διαρροής S ($\epsilon_{s1}=1.74\text{‰}$)

Με δοκιμές βρίσκεται ότι στο σημείο διαρροής η παραμόρφωση της πλέον θλιβόμενης ίνας του σκυροδέματος είναι $\epsilon_{c2}=-1.7\text{‰}$. Πράγματι για $\epsilon_{s1}=1.74\text{‰}$ και $\epsilon_{c2}=-1.7\text{‰}$ ισχύει ότι:



$$F_c = 0.85 \cdot 0.61 \cdot 16666 \cdot 0.178 \cdot 0.3 = 461\text{kN}$$

$$F_{s1} = A_{s1} \sigma_{s1} = 6 \cdot 34.8 = 208.8\text{kN}$$

$$F_{s2} = A_{s1} \sigma_{s1} = 6 \cdot (1.32 \cdot 20) = 158.4\text{kN}$$

$$\text{και είναι: } 461 + 158.4 - 208.8 = 410 \approx 400\text{kN}$$

δηλαδή υπάρχει ισοδυναμία αξονικών δυνάμεων.

$$\text{Η αντίστοιχη ροπή είναι: } M_s = 461 \cdot (0.2 - 0.367 \cdot 0.178) + (158.4 + 208.8) \cdot 0.16 = 120.8\text{kNm}$$

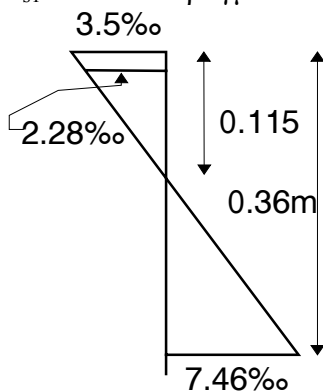
και η αντίστοιχη καμπυλότητα είναι:

$$(1/r)_s = (1.74 + 1.7) \text{‰} / 0.36 = 9.6 \text{‰m}^{-1}$$

που αντιστοιχεί σε βέλος $e_s = 6.0^2 \cdot 9.6 \text{‰} / 10 = 35\text{mm}$

Σημείο αστοχίας U ($\epsilon_c=-3.5\text{‰}$)

Με δοκιμές βρίσκεται ότι στο σημείο αστοχίας η παραμόρφωση της πλέον θλιβόμενης ίνας του σκυροδέματος είναι $\epsilon_{c2}=-3.5\text{‰}$ και του πλέον εφελκυσμένου οπλισμού $\epsilon_{s1}=7.46\text{‰}$. Πράγματι:



$$F_c = 0.85 \cdot 0.81 \cdot 16666 \cdot 0.115 \cdot 0.3 = 395\text{kN}$$

$$F_{s1} = A_{s1} \sigma_{s1} = 6 \cdot 34.8 = 208.8\text{kN}$$

$$F_{s2} = A_{s1} \sigma_{s1} = 6 \cdot 34.8 = 208.8\text{kN}$$

$$\text{και είναι: } 395 + 208.8 - 208.8 = 395 \approx 400\text{kN}$$

δηλαδή υπάρχει ισοδυναμία αξονικών δυνάμεων και

$$\text{η αντίστοιχη ροπή είναι: } M_s = 395 \cdot (0.2 - 0.415 \cdot 0.115) + (208.8 + 208.8) \cdot 0.16 = 127.1\text{kNm}$$

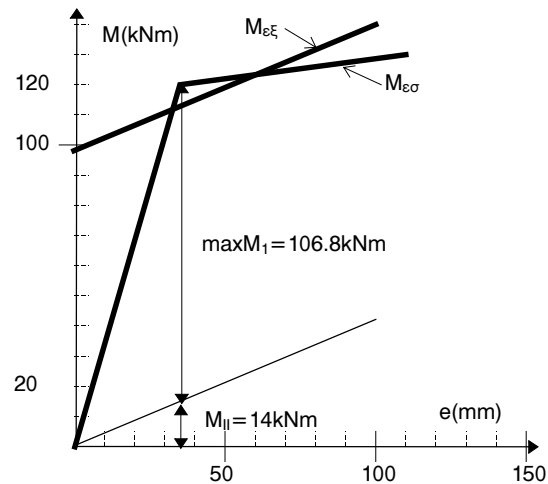
και η αντίστοιχη καμπυλότητα είναι:

$$(1/r)_s = (3.5 + 7.46) \text{‰} / 0.36 = 30.4 \text{‰m}^{-1}$$

που αντιστοιχεί σε βέλος $e_s = 3.6 \cdot 30.4 \text{‰} = 110\text{mm}$

Με τα προηγούμενα δύο ζεύγη τιμών χαράσσεται το διάγραμμα $M_{εσ}-e$. Γεωμετρικώς προκύπτει ότι η μέγιστη ροπή 1ης τάξεως αντιστοιχεί στο σημείο διαρροής, στο οποίο βρέθηκε ότι η παραμόρφωση 2ας τάξεως είναι 35mm. Επομένως η ροπή 2ας τάξεως είναι

$M_{II}=N_{eII}=400 \cdot 0.035=14\text{kNm}$ και
Αρα η μέγιστη ροπή 1ης τάξεως είναι **$\max M_I=120.8-14.0=106.8\text{kNm}$** . Αρα ο στύλος είναι ασφαλής, αφού η δρώσα M_I είναι 98kNm.



Αν αντί να υπολογισθεί με ακρίβεια το διάγραμμα ροπών καμπυλοτήτων, είχε χρησιμοποιηθεί η προσεγγιστική σχέση (14.13) του κανονισμού (§14.3.8) θα είχαν προκύψει τα εξής:

Εστω $K_2=1$ (§14.3.8 σχέση 14.14)

$(1/r)_y=2K_2\varepsilon_{yd}/(0.9d)=2 \cdot 1 \cdot 1.74\text{‰}/(0.9 \cdot 0.36)=10.7\text{‰m}^{-1}$ (§14.3.8 σχέση 14.13)

Επομένως (§14.3.7 σχέση 14.12) $e_2=K_1 l^2(1/r)/10=1 \cdot 6^2 \cdot 0.0107/10=0.039\text{m}$

Οπότε: **$M_2=0.039 \cdot 400=15.6\text{kNm}$** (έναντι της τιμής 14.0kNm που είχε βρεθεί).

Με την χρήση Πινάκων, ο έλεγχος θα γινόταν ως εξής:

$v_d=-0.2$, $l_0/h=15$ και $\omega=2$ άρα (Πίνακας 6 [3]) $\max \mu_{Id}=0.129$, οπότε

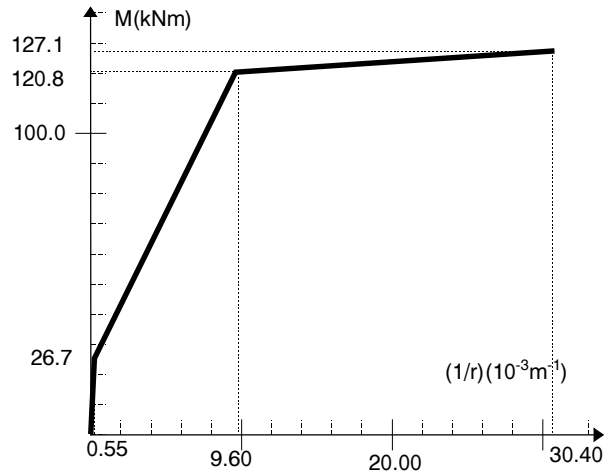
$\max M_{Id}=0.129 \cdot 0.25 \cdot 0.50^2 \cdot 13333=107.5\text{kNm} \leq 98.0\text{kNm}$ άρα ο στύλος είναι ασφαλής.

4.3. Εφαρμογή της ακριβούς μεθόδου

Για το υποστυλώμα του προηγούμενου παραδείγματος ζητείται ο έλεγχος με την ακριβή μέθοδο. (Η εφαρμογή της ακριβούς μεθόδου στο προηγούμενο παράδειγμα γίνεται μόνον για λόγους συγκρίσεως των δύο μεθόδων, διότι κατά τον κανονισμό δεν είναι υποχρεωτικό). Η “ακριβής μέθοδος” διαφέρει από την μέθοδο του προτύπου υποστυλώματος σε δύο κυρίως σημεία: **1)** δεν χρησιμοποιεί την απλοποιητική σχέση (14.12) (§14.3.8) για να συνδέσει την καμπυλότητα στην βάση του στύλου με την μετατόπιση στην κεφαλή του στύλου. Αντί αυτής της σχέσεως, για τον υπολογισμό της μετατοπίσεως της κεφαλής του στύλου, ολοκληρώνονται οι καμπυλότητες καθ ύψος του στύλου. **2)** η μέθοδος του προτύπου υποστυλώματος δεν μπορεί να εφαρμοσθεί σε υποστυλώματα με μεταβλητή διατομή καθ ύψος αλλά ούτε και σε υποστυλώματα με μεταβαλλόμενους οπλισμούς καθ ύψος ή με επιβολή φορτίων στα ενδιάμεσα του ύψους (π.χ. βραχύς πρόβολος που στηρίζει γερανογέφυρα).

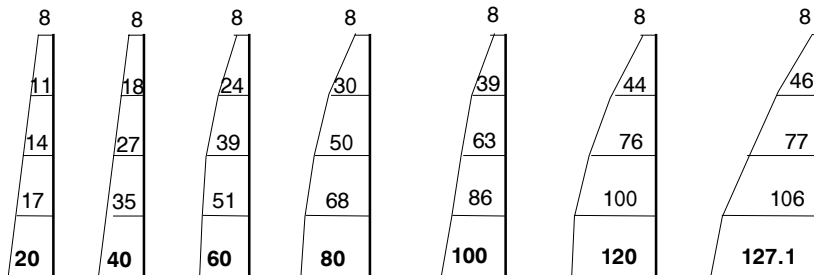
Κατά την μέθοδο αυτή, πρέπει να υπολογισθούν τα διαγράμματα “ροπών-καμπυλοτήτων” σε όλες τις χαρακτηριστικές διατομές, δηλαδή όπου αλλάζει διατομή του σκυροδέματος ή όπου αλλάζουν οι οπλισμοί ή τέλος όπου αλλάζει η αξονική δύναμη. Στο παράδειγμα αυτό, χάριν απλότητας, υπάρχει μόνο μια χαρακτηριστική διατομή.

Κατά την μέθοδο του προτύπου υποστυλώματος, το διάγραμμα ροπών-καμπυλοτήτων σχεδιάζεται με δύο σημεία (το σημείο διαρροής και το σημείο αστοχίας), στην “ακριβή μέθοδο” το διάγραμμα πρέπει να σχεδιασθεί από περισσότερα σημεία. Εδώ σχεδιάστηκε με τρία σημεία (προστέθηκε και το σημείο πέρατος του σταδίου Ι (Σχήμα 6).



Σχήμα 6. Διάγραμμα “ροπών-καμπυλοτήτων”

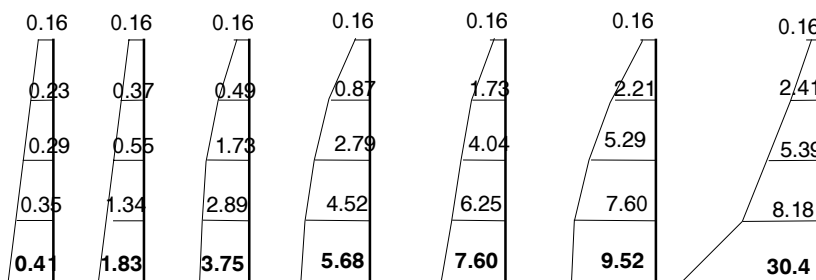
Στην συνέχεια πρέπει να χαραχθεί το διάγραμμα “ $M_{εσ}-e$ ”. Για τον σκοπό αυτό ο στύλος χωρίζεται σε στοιχειώδη τμήματα μήκους Δx (εδώ ο στύλος χωρίσθηκε σε τέσσερα τμήματα μήκους $\Delta x=0.75m$). Ακολουθώς επιλέγονται διάφορα διαγράμματα ροπών κάμψεως καθύψος του υποστυλώματος, τα οποία να έχουν διάφορες τιμές της μέγιστης ροπής στην βάση του στύλου. Για κάθε μια μέγιστη τιμή της ροπής βάσεως, η μορφή του διαγράμματος καθύψος είναι μεν αυθαίρετη (Σχήμα 7) πλην όμως συμβιβαστή προς τις συνθήκες φορτίσεως και στηρίξεως του στύλου. Η επιρροή της “αυθαίρετης” αυτής επιλογής των διαγραμμάτων θα διερευνηθεί στην συνέχεια.



Σχήμα 7. Διαγράμματα ροπών ((kNm))

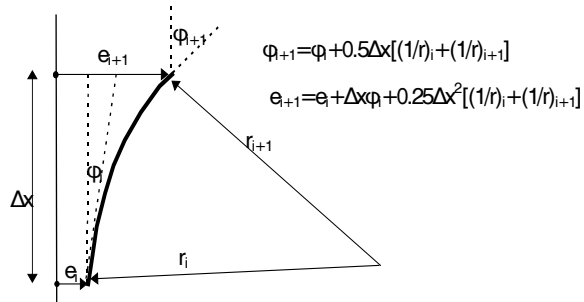
Στο Σχήμα 7 φαίνονται διάφορα τέτοια πιθανά διαγράμματα ροπών καθύψος του στύλου όπου η μέγιστη ροπή αυξάνει κατά 20kNm και φθάνει μέχρι την ροπή αντοχής της διατομής της βάσεως, η οποία, όπως βρέθηκε στην προηγούμενη εφαρμογή, είναι 127.1kNm.

Για τα προηγούμενα διαγράμματα ροπών κάμψεως, υπολογίζονται, από το εκάστοτε κατάλληλο διάγραμμα ροπών καμπυλοτήτων, οι αντίστοιχες καμπυλότητες καθύψος Σχήμα 8.



Σχήμα 8. Διαγράμματα καμπυλοτήτων $(1/r)(10^{-3})(m^{-1})$

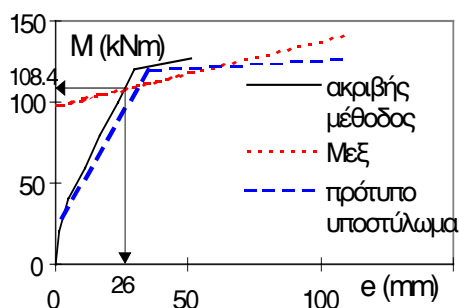
Εφαρμόζοντας τις επαγωγικές σχέσεις του διπλανού σχήματος και ξεκινώντας από γνωστές αρχικές συνθήκες: $e_1=0$ και $\phi_1=0$ (ακλόνητη πάκτωση) βρίσκονται οι εξής μετατοπίσεις κορυφής για τις αντίστοιχες ροπές στην βάση:



M(kNm)	20	40	60	80	100	120	127.1
e(mm)	1.5	4.9	10.8	16.9	25.1	29.4	51.2

Αντί των επαγωγικών σχέσεων θα μπορούσε να είχε εφαρμοσθεί και το θεώρημα Mohr (αναλογία των σχέσεων “φορτίο q - ροπή M” με “καμπυλότητα $(1/r)$ - μετατόπιση e).

Με τις παραπάνω τιμές χαράσσεται, στο διπλανό σχήμα, το διάγραμμα “ $M_{εσ}-e$ ” καθώς και η ευθεία “ $M_{εξ}-e$ ”. Επίσης έχει χαραχθεί και η καμπύλη που αντιστοιχεί στην μέθοδο του προτύπου υποστυλώματος.



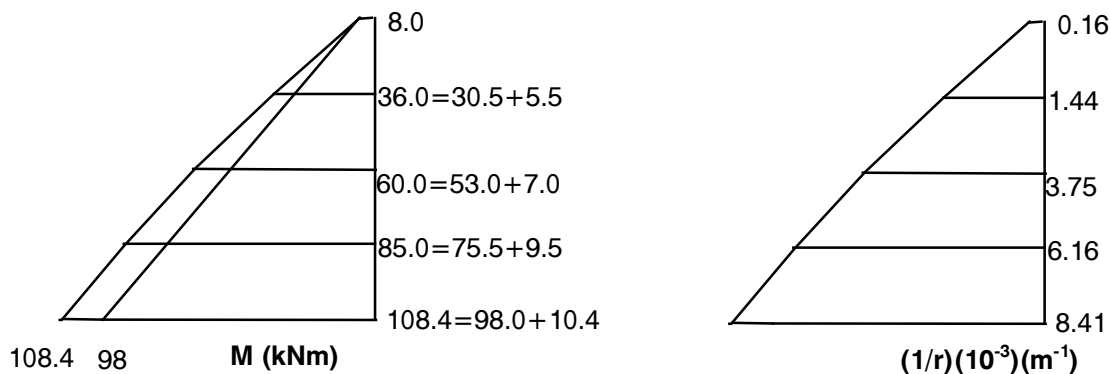
Παρατηρεί κανείς ότι η μέθοδος του προτύπου υποστυλώματος δίνει μεγαλύτερες τιμές, επειδή οι μετατοπίσεις υπολογίζονται από την καμπυλότητα της βάσεως η οποία θεωρείται σταθερή καθύψος.

Με την “ακριβή μέθοδο”, στην θέση ισορροπίας ισχύει:

$$M=108.4\text{kNm και } e_2=26\text{mm}$$

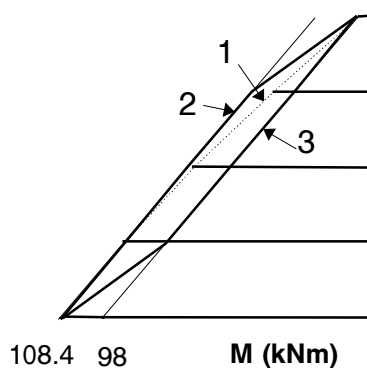
$$\text{Δηλαδή } M_2=108.4-98=10.4\text{kNm.}$$

Για τις παραπάνω ροπές 1ης και 2ας τάξεως, ένα πιθανόν διάγραμμα ροπών καθύψος του στύλου και οι αντίστοιχες καμπυλότητες είναι το παρακάτω:



Η ολοκλήρωση των καμπυλοτήτων δίνει μετατόπιση στην κορυφή $e_2=23.6\text{mm}$. Και επειδή η τιμή αυτή δεν διαφέρει πολύ από την προηγούμενη τιμή $e_2=26\text{mm}$, η εκτίμηση δεν ήταν λανθασμένη.

Πόσο επηρεάζονται τα αποτελέσματα από την κατανομή της ροπής καθ ύψος; Για σύγκριση εξετάζονται οι ακραίες καταστάσεις των καμπυλών 2 και 3 του διπλανού σχήματος. Οι αντίστοιχες μετατοπίσεις που προκύπτουν είναι 24.5mm και 21.1mm (συγκρινόμενες με την τιμή 23.6mm της καμπύλης αναφοράς 1. Δηλαδή οι διαφορές είναι μικρές.



5. Βιβλιογραφία

- [1] ΥΠΕΧΩΔΕ, “Ο νέος Κανονισμός σκυροδέματος”, Μάρτιος 1995
- [2] ΟΑΣΠ, “Νέος Ελληνικός Α/Σ κανονισμός”, Ιούνιος 1995
- [3] Π.Ι. Γιαννόπουλου, Θ.Π. Τάσιου, “Λυγισμός υποστυλωμάτων”, ΕΜΠ, 1983
- [4] U. Quast, “Dimensioning of slender elements related to ultimate limit states influenced by structural deformation. Stability check”, Concrete structures Euro-design Handbook, Ernst & Sohn, 1995, pp 453-513