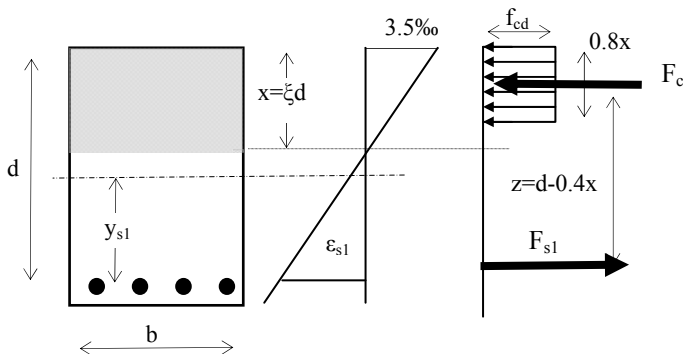


5^ο Μάθημα: Ορθογωνική διατομή με διπλό οπλισμό

Στο προηγούμενο μάθημα επιλύσαμε τις εξισώσεις ισοδυναμίας και καταλήξαμε στον Πίνακα 1 με τον οποίο είναι δυνατή τόσο η διαστασιολόγηση όσο και ο έλεγχος ορθογωνικών διατομών με απλό οπλισμό.

Από τον πίνακα παρατηρούμε τα εξής:

1. Αυξανόμενης της ροπής, μ_{sd} , αυξάνεται το ύψος της θλιβόμενης ζώνης, x , ώστε το θλιβόμενο σκυρόδεμα να μπορεί να αναπτύξει την ολοένα και μεγαλύτερη απαιτούμενη θλιπτική, F_c .
2. Αυξανόμενης της ροπής, μ_{sd} , αυξάνεται επίσης η ποσότητα του απαιτούμενου οπλισμού, A_{s1} , για τον ίδιο λόγο (λόγω της ισοδυναμίας των αξονικών δυνάμεων, πρέπει να αυξηθεί και η εφελκόμενη δύναμη).
3. Αυξανόμενης της ροπής, μ_{sd} , αντιθέτως με πριν, μειώνεται η παραμόρφωση του χάλυβα, ϵ_{s1} , (προκύπτει γεωμετρικά λόγω της αύξησης του ύψους της θλιβόμενης ζώνης), σε σημείο μάλιστα που για ανηγμένη ροπή $\mu_{sd}=0.27$ να μηδενίζεται πρακτικώς η παραμόρφωση του χάλυβα (γεγονός που θα απαιτούσε άπειρη ποσότητα χάλυβα!). Παρατηρούμε επίσης ότι για ροπή $\mu_{sd}>0.211$ (ή για $\xi>0.617$) η παραμόρφωση του χάλυβα γίνεται μικρότερη από την παραμόρφωση διαρροής, γεγονός το οποίο θα μας οδηγήσει στην τοποθέτηση και θλιβόμενου οπλισμού.
4. Τέλος, αυξανόμενης της ροπής, μ_{sd} , μειώνεται επίσης ο μοχλοβραχίονας των εσωτερικών δυνάμεων, z . Η μείωση αυτή είναι μικρή και θα λέγαμε ότι πρακτικώς το z δεν «πολύ-μεταβάλλεται».



Ας εξετάσουμε τώρα την περίπτωση τοποθέτησης διπλού οπλισμού: Για την τοποθέτηση θλιβόμενου οπλισμού θα πρέπει:

- είτε η χρήση απλού οπλισμού να οδηγεί σε ανηγμένη παραμόρφωση του χάλυβα μικρότερη από την παραμόρφωση διαρροής-του (2.17‰ για B500C):

$$\epsilon_{s1} < \epsilon_{yd} \Rightarrow \xi_{lim} = \frac{0.0035}{0.0035 + \epsilon_{yd}} = 0.617 \quad (1)$$

- είτε η χρήση διπλού οπλισμού να οδηγεί σε συνολικώς μικρότερη ποσότητα οπλισμού απ' ό,τι η χρήση απλού οπλισμού. Ο υπολογισμός του ξ_{lim} που αντιστοιχεί στην περίπτωση αυτή γίνεται παραγωγίζοντας την έκφραση του ($A_{s1} + A_{s2}$) και με την προϋπόθεση ότι αμφότεροι οι χάλυβες έχουν υπερβεί το όριο διαρροής:

$$N_d = F_c + F_{s1} + (F_{s2}) \quad (2)$$

$$M_{sd} = F_c z + F_{s2}(d - d_2) \quad (3)$$

από την (3) έχουμε $F_{s2} = [M_{sd} - F_c z] / (d - d_2)$ και αντικαθιστώντας στην (2) έχουμε:

$$F_{s1} = N_d + F_c + \frac{M_{sd} - F_c}{d - d_2}$$

και υποθέτοντας ότι αμφότεροι οι οπλισμοί έχουν διαρρεύσει (θα το ελέγξουμε): $F_{s1} = A_{s1} f_{yd}$, και $F_{s2} = A_{s2} f_{yd}$,

$$\Rightarrow A_{s1} + A_{s2} = 2 \cdot \frac{M_{sd} - F_c \cdot z}{(d - d_2) \cdot f_{yd}} + \frac{N_d + F_c}{f_{yd}} = \frac{1}{f_{yd}} \cdot \left[2 \cdot \frac{M_{sd}}{d - d_2} + N_d + F_c \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot z}{d - d_2} \right) \right] = \frac{1}{f_{yd}} \cdot \left[2 \cdot \frac{M_{sd}}{d - d_2} + N_d + 0.85 \cdot 0.8 \cdot \xi \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{ck}}{1.5} \cdot \left\{ 1 - \frac{2 \cdot d}{d - d_2} \cdot (1 - 0.4 \xi) \right\} \right]$$

Προκειμένου λοιπόν να ελαχιστοποιηθεί ο συνολικός οπλισμός ($A_{s1} + A_{s2}$) αρκεί να ελαχιστοποιηθεί η ποσότητα που εξαρτάται από το ξ (αγνοούνται οι σταθεροί όροι):

$$A = \left\{ 1 - \frac{2 \cdot d}{d - d_2} \cdot (1 - 0.4 \cdot \xi) \right\} \cdot \xi$$

$$\Rightarrow \frac{\partial A}{\partial \xi} = 1 - \frac{2 \cdot d}{d - d_2} + \frac{4 \cdot d}{d - d_2} \cdot 0.4 \cdot \xi_{lim} = 0$$

Πίνακας 1. Διαστασιολόγηση ορθογωνικής διατομής κατά EN1992, απλός οπλισμός. Παραδοχές: χάλυβας χωρίς κράτυνση, ορθογωνικό δ/μα σκυροδέματος

$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b d^2 f_{ck}}$	$\xi = z/d$	$\xi = x/d$	$\omega_1 = \frac{A_{s1} f_{yd}}{b d f_{ck}}$	$\epsilon_{s1} (\%)$
0,00	1,000	0,000	0,000	#DIV/0!
0,01	0,991	0,022	0,010	153,75
0,02	0,982	0,045	0,020	74,41
0,03	0,973	0,068	0,031	47,95
0,04	0,963	0,092	0,042	34,71
0,05	0,954	0,116	0,052	26,77
0,06	0,944	0,140	0,064	21,46
0,07	0,934	0,165	0,075	17,67
0,08	0,924	0,191	0,087	14,82
0,09	0,913	0,217	0,099	12,60
0,10	0,902	0,245	0,111	10,81
0,11	0,891	0,272	0,123	9,35
0,12	0,880	0,301	0,136	8,13
0,13	0,868	0,330	0,150	7,09
0,14	0,856	0,361	0,164	6,20
0,15	0,843	0,393	0,178	5,42
0,16	0,830	0,425	0,193	4,73
0,167	0,820	0,450	0,204	4,28
0,17	0,816	0,459	0,208	4,12
0,18	0,802	0,495	0,224	3,57
0,19	0,787	0,533	0,241	3,07
0,20	0,771	0,572	0,259	2,62
0,21	0,754	0,614	0,278	2,20
0,2107	0,753	0,6173	0,280	2,17
0,22	0,736	0,659		1,81
0,23	0,717	0,708		1,45
0,24	0,696	0,761		1,10
0,25	0,671	0,821		0,76
0,26	0,643	0,891		0,43
0,27	0,608	0,979		0,08

$$\Rightarrow \xi_{lim} = \frac{1}{4 \cdot 0.4} \cdot \frac{d + d_2}{d} = 0.625 \cdot \frac{h}{d} > 0.617 \quad (4)$$

Δηλαδή, και επειδή $h/d > 1$, ο εφελκόμενος οπλισμός δεν έχει διαρρεύσει και άρα η παραπάνω λύση (4) δεν ισχύει.

Δεχόμαστε λοιπόν ότι το ύψος της θλιβόμενης ζώνης δεν πρέπει να υπερβαίνει την τιμή 0.617d. Με άλλα λόγια όταν η ανηγμένη ροπή, μ_{lim} , υπερβαίνει την οριακή τιμή 0.211 (ή $M_{lim}=0.211bd^2f_{ck}$) τότε δεν θα πρέπει να «επιτρέψουμε» στην διατομή να στραφεί περαιτέρω, αλλά να παραμείνει με αυτές τις παραμορφώσεις ($\epsilon_{c2}=3.5\%$ και $\epsilon_{s1}=2.17\%$) και η επιπλέον ροπή $\Delta m=\mu_{sd}-0.211$ να παραληφθεί από ένα ζεύγος δυνάμεων:

$\Delta F_{s1}=F_{s2}$ τέτοιο ώστε: $F_{s2}=\Delta F_{s1}=\frac{M_{sd}-M_{lim}}{d-d_2}$. Αυτό σημαίνει

ότι πρέπει να τοποθετηθεί ένας θλιβόμενος οπλισμός

$$A_{s2}=\frac{1}{\sigma_{sd2}}\cdot\frac{M_{sd}-M_{lim}}{d-d_2} \quad (5)$$

και αντιστοίχως πρέπει να αυξηθεί (ισόποσαⁱ) ο εφελκυσμένος οπλισμός $A_{s,lim}$, που αντιστοιχεί στην M_{lim} και να τεθεί συνολικώς:

$$A_{s1}=\frac{1}{f_{yd}}\cdot\left(\frac{M_{lim}}{z}+\frac{M_{sd}-M_{lim}}{d-d_2}+N_d\right) \quad (6)$$

όπου σ_{sd2} =η τάση σχεδιασμού του θλιβόμενου οπλισμού όπως θα προκύψει από την αντίστοιχη παραμόρφωσή-του, η οποία κατά κανόνα θα είναι f_{yd} , εκτός και αν ο θλιβόμενος οπλισμός έχει τοποθετηθεί πολύ χαμηλά (μεγάλο d_2). Για ακραίες παραμορφώσεις ($\epsilon_{c2}=3.5\%$ και $\epsilon_{s1}=2.17\%$) αυτό θα συμβεί όταν:

$$\epsilon_{s2}=3.5\frac{x_{lim}-d_2}{x_{lim}}<2.17\Rightarrow 3.5\left(1-\frac{d_2}{x_{lim}}\right)<2.17\Rightarrow \frac{d_2}{x_{lim}}>0.38$$

$$\Rightarrow \frac{d_2/d}{x_{lim}/d}>0.35\Rightarrow \frac{d_2/d}{\xi_{lim}}>0.38\Rightarrow d_2/d>0.38*0.617=0.234$$

Αλλά η τοποθέτηση του θλιβόμενου οπλισμού τόσο χαμηλά ($d_2/d>0.234$) είναι μάλλον απίθανο να συμβεί. Αρα, όταν ο θλιβόμενος οπλισμός έχει τοποθετηθεί έτσι ώστε $d_2/d<0.234$, τότε θα έχει διαρρεύσει, οπότε οι εξισώσεις (5) και (6) γράφονται υπό αδιάστατη μορφή αντιστοίχως (βλ και Πίνακα 2):

$$\omega_2=\frac{A_{s2}f_{yd}}{bdf_{ck}}=\frac{\mu_{sd}-\mu_{lim}}{1-d_2/d} \quad (7)$$

$$\omega_1=\omega_{lim}+\omega_2 \quad (8)$$

Πίνακας 2. Διαστασιολόγηση ορθογωνικής διατομής κατά EN1992, τοποθέτηση διπλού οπλισμού με σκοπό να παραμείνει ο εφελκυσμένος οπλισμός σε διαρροή ($\epsilon_{s1}=2.17\%$ ή ισοδυνάμως $\mu_{lim}=0.211$ ή ισοδυνάμως $\xi_{lim}=0.617$). Παραδοχές: χάλυβας χωρίς κράνωση, ορθογωνικό δ/μα σκυροδέματος

$\mu_{sd}=\frac{M_{sd}}{bd^2f_{ck}}$	$d_2/d=0,05$		$d_2/d=0,10$		$d_2/d=0,15$		$d_2/d=0,20$	
	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2
0,211	0,280	0	0,280	0	0,280	0	0,280	0
0,22	0,290	0,010	0,290	0,010	0,291	0,011	0,291	0,012
0,23	0,300	0,020	0,301	0,021	0,302	0,023	0,304	0,024
0,24	0,311	0,031	0,312	0,033	0,314	0,034	0,316	0,037
0,25	0,321	0,041	0,323	0,044	0,326	0,046	0,329	0,049
0,26	0,332	0,052	0,335	0,055	0,338	0,058	0,341	0,062
0,27	0,342	0,062	0,346	0,066	0,350	0,070	0,354	0,074
0,28	0,353	0,073	0,357	0,077	0,361	0,081	0,366	0,087
0,29	0,363	0,083	0,368	0,088	0,373	0,093	0,379	0,099
0,30	0,374	0,094	0,379	0,099	0,385	0,105	0,391	0,112
0,31	0,384	0,104	0,390	0,110	0,397	0,117	0,404	0,124
0,32	0,395	0,115	0,401	0,121	0,408	0,129	0,416	0,137
0,33	0,405	0,126	0,412	0,133	0,420	0,140	0,429	0,149

Οι απαιτούμενοι οπλισμοί υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$A_{s1}=\omega_1bd\frac{f_{ck}}{f_{yd}}+\frac{N_d}{f_{yd}} \quad (9) \quad \text{και} \quad A_{s2}=\omega_2bd\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \quad (10)$$

Στις περιπτώσεις κατά τις οποίες επιθυμούμε οι διατομές να έχουν «επαρκή πλαστιμότητα» τότε θα πρέπει το ύψος της θλιβόμενης ζώνης να μην είναι μεγαλύτερο από 0.45d. Αυτό περιορίζει ακόμη περισσότερο την ροπή πέραν της οποίας απαιτείται θλιβόμενος οπλισμός: $\mu_{sd}<0.167$ (σε σύγκριση με την τιμή 0.211 που είδαμε στην παρατήρηση 3 παραπάνω). Οπότε προκύπτει ο Πίνακας 3

Πίνακας 3. Διαστασιολόγηση ορθογωνικής διατομής κατά EN1992, τοποθέτηση διπλού οπλισμού με σκοπό το ύψος της θλιβόμενης ζώνης να παραμείνει μικρότερο από 0.45d ($\xi_{lim}=0.45$ ή ισοδυνάμως $\mu_{lim}=0.167$). Παραδοχές: χάλυβας χωρίς κράνωση, ορθογωνικό δ/μα σκυροδέματος

$\mu_{sd}=\frac{M_{sd}}{bd^2f_{ck}}$	$d_2/d=0,05$		$d_2/d=0,10$		$d_2/d=0,15$		$d_2/d=0,20$	
	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2
0,1672	0,204	0	0,204	0	0,204	0	0,204	0
0,17	0,207	0,003	0,207	0,003	0,207	0,003	0,207	0,004
0,18	0,217	0,014	0,218	0,014	0,219	0,015	0,220	0,016
0,19	0,228	0,024	0,229	0,025	0,231	0,027	0,232	0,029
0,20	0,238	0,035	0,240	0,036	0,242	0,039	0,245	0,041
0,21	0,249	0,045	0,251	0,048	0,254	0,050	0,257	0,054
0,22	0,259	0,056	0,263	0,059	0,266	0,062	0,270	0,066
0,23	0,270	0,066	0,274	0,070	0,278	0,074	0,282	0,079
0,24	0,280	0,077	0,285	0,081	0,290	0,086	0,295	0,091
0,25	0,291	0,087	0,296	0,092	0,301	0,097	0,307	0,104
0,26	0,302	0,098	0,307	0,103	0,313	0,109	0,320	0,116
0,27	0,312	0,108	0,318	0,114	0,325	0,121	0,332	0,129
0,28	0,323	0,119	0,329	0,125	0,337	0,133	0,345	0,141
0,29	0,333	0,129	0,340	0,136	0,348	0,145	0,357	0,154
0,30	0,344	0,140	0,351	0,148	0,360	0,156	0,370	0,166
0,31	0,354	0,150	0,363	0,159	0,372	0,168	0,382	0,179
0,32	0,365	0,161	0,374	0,170	0,384	0,180	0,395	0,191
0,33	0,375	0,171	0,385	0,181	0,395	0,192	0,407	0,204

Συνοψίζοντας: Για την διαστασιολόγηση ορθογωνικών διατομών οι οποίες απαιτούν κατά κανόνα μόνον εφελκυσμένο οπλισμό (τέτοιες διατομές είναι συνήθως οι πλάκες και οι δοκοί) υπολογίζουμε την ανηγμένη ροπή $\mu_{sd}=M_{sd}/[bd^2f_{ck}]$ και από τον Πίνακα 1 βρίσκουμε το απαιτούμενο ω_1 και υπολογίζουμε τον απαιτούμενο οπλισμό από την σχέση (9). Αν η ανηγμένη ροπή προκύψει μεγαλύτερη από 0.211 τότε απαιτείται διπλός οπλισμός ο οποίος υπολογίζεται από τον Πίνακα 2 και τις σχέσεις (9) και (10). Τέλος, αν πρόκειται να κάνουμε πλαστική ανάλυση και θέλουμε οι διατομές να έχουν «επαρκή πλαστιμότητα» τότε και όταν η ανηγμένη ροπή είναι μεγαλύτερη από 0.167 απαιτείται διπλός οπλισμός ο οποίος υπολογίζεται από τον Πίνακα 3 και τις σχέσεις (9) και (10). Η απαίτηση λοιπόν «...να μην απαιτείται θλιβόμενος οπλισμός» πρέπει να συνοδεύεται και από τον σκοπό για τον οποίο δεν θέλουμε θλιβόμενο οπλισμό (διαρροή οπλισμού ή επαρκή πλαστιμότητα). Για τις ανάγκες του Θέματος, και μέχρι να μιλήσουμε για την σεισμική συμπεριφορά, εσείς να χρησιμοποιείτε τον Πίνακα 2. Για τα υποστυλώματα (και τοιχία), στα οποία κατά κανόνα τίθεται συμμετρικός οπλισμός ($A_{s1}=A_{s2}$), θα χρησιμοποιούμε τα διαγράμματα αλληλεπιδράσεως για τα οποία θα μιλήσουμε σε επόμενο μάθημα.

ⁱ Αν έχει διαρρεύσει ο θλιβόμενος οπλισμός