

Αρδευτική περιοχή, έκτασης 90 000 στρεμμάτων, υδροδοτείται από ταμιευτήρα και, κατά περίσταση, από γεωτρήσεις. Η αρδευτική περίοδος διαρκεί 4 μήνες και το ύψος αναγκών σε νερό των καλλιεργειών ανέρχεται σε 600 mm. Την υπόψη περίοδο, οι καθαρές εισροές στον ταμιευτήρα (εισροές λόγω απορροής και βροχόπτωσης μείον απώλειες λόγω εξάτμισης και διαφυγών) ακολουθούν κανονική κατανομή, με μέση τιμή $2.10 \text{ m}^3/\text{s}$ και τυπική απόκλιση $0.85 \text{ m}^3/\text{s}$. Οι γεωτρήσεις αντλούν νερό από ελεύθερο υδροφορέα επιφάνειας 50 km^2 και αποθηκευτικότητας 0.04. Αν στην αρχή της αρδευτικής περιόδου το ωφέλιμο απόθεμα του ταμιευτήρα είναι $40.0 \times 10^6 \text{ m}^3$, τότε ζητούνται:

(α) Οι εισροές που πρέπει να πραγματοποιηθούν στον ταμιευτήρα ώστε να καλυφθεί οριακά η ζήτηση στο αρδευτικό δίκτυο, χωρίς τη χρήση γεωτρήσεων.

(β) Η πιθανότητα να μην καλυφθεί η ζήτηση αποκλειστικά από τον ταμιευτήρα.

(γ) Η ποσότητα που πρέπει να αντληθεί από τις γεωτρήσεις και η αντίστοιχη πτώση στάθμης, εφόσον, για λόγους ασφαλείας, θεωρηθούν εισροές με πιθανότητα υπέρβασης 90%.

Λύση

(α) Η εξίσωση υδατικού ισοζυγίου του ταμιευτήρα γράφεται:

$$\Delta S = I - R$$

όπου ΔS η μεταβολή του αποθέματος στη διάρκεια της αρδευτικής περιόδου, I οι καθαρές εισροές και R οι απολήψεις που πραγματοποιούνται για την κάλυψη της αρδευτικής ζήτησης, D . Η ζήτηση εκτιμάται με βάση το ύψος των αναγκών των καλλιεργειών σε νερό και την αρδευόμενη έκταση, δηλαδή:

$$D = 0.600 \text{ m} \times (90\,000 \times 10^3 \text{ m}^2) = 54.0 \times 10^6 \text{ m}^3$$

Για να καλύπτεται οριακά η ζήτηση στο αρδευτικό δίκτυο αποκλειστικά μέσω εκροών από τον ταμιευτήρα θα πρέπει να πραγματοποιηθούν εισροές τέτοιες ώστε η απόληψη να είναι ίση με τη ζήτηση ($R = D$) και, επιπλέον, στο πέρας της αρδευτικής περιόδου το ωφέλιμο απόθεμα του ταμιευτήρα να είναι μηδέν. Συνεπώς πρέπει:

$$I = 54.0 - 40.0 = 14.0 \times 10^6 \text{ m}^3$$

Η παραπάνω ποσότητα, εκφρασμένη σε μονάδες παροχής (για διάρκεια αρδευτικής περιόδου ίση με 120 μέρες), ισούται με:

$$Q = (14.0 \times 10^6 \text{ m}^3) / (120 \times 86\,400 \text{ s}) = 1.35 \text{ m}^3/\text{s}$$

(β) Η πιθανότητα να μην καλυφθεί η ζήτηση αποκλειστικά από τις εκροές του ταμιευτήρα ισοδυναμεί με την πιθανότητα οι εισροές να μην υπερβούν την οριακή τιμή $1.35 \text{ m}^3/\text{s}$, δηλαδή $P(Q < 1.35)$. Αφού το δείγμα των εισροών της αρδευτικής περιόδου ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή $2.10 \text{ m}^3/\text{s}$ και τυπική απόκλιση $0.85 \text{ m}^3/\text{s}$, υπολογίζουμε την τυποποιημένη μεταβλητή:

$$u = (1.35 - 2.10) / 0.85 = -0.882$$

Από τον πίνακα της τυποποιημένης κανονικής κατανομής δίνεται ότι $P(u < 0.882) = 0.811$, οπότε, λόγω συμμετρίας της κατανομής, θα είναι $P(u < -0.882) = 1.000 - 0.811 = 0.189$. Κατά συνέπεια, με βάση το τρέχον απόθεμα και τα στατιστικά χαρακτηριστικά των εισροών, υπάρχει 18.9% πιθανότητα να μην καλυφθεί το σύνολο της αρδευτικής ζήτησης από τις εκροές του ταμιευτήρα.

(γ) Η τυποποιημένη μεταβλητή u για πιθανότητα υπέρβασης 90% ισούται με -1.282, οπότε η αντίστοιχη τιμή της παροχής της αρδευτικής περιόδου θα είναι:

$$Q_{90} = 2.10 - 1.282 \times 0.85 = 1.10 \text{ m}^3/\text{s}$$

Η εν λόγω παροχή, σε μονάδες όγκου, ισούται με:

$$1.10 \times 120 \times 86\,400 = 10.5 \times 10^6 \text{ m}^3$$

Αφού το τρέχον απόθεμα του ταμιευτήρα είναι $40.0 \times 10^6 \text{ m}^3$, οι εισροές $10.5 \times 10^6 \text{ m}^3$ και η ζήτηση $54.0 \times 10^6 \text{ m}^3$, προκύπτει ένα έλλειμμα:

$$\Delta V = 54.0 - 40.0 - 10.5 = 3.5 \times 10^6 \text{ m}^3$$

το οποίο θα καλυφθεί με άντληση νερού από τον υδροφορέα, επιφάνειας $A = 50 \text{ km}^2$. Αφού η αποθηκευτικότητα του υδροφορέα είναι $S = 0.04$, η εκτιμώμενη πτώση στάθμης για την εν λόγω αντλούμενη ποσότητα θα είναι:

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{A \times S} = \frac{3.5 \times 10^6 \text{ m}^3}{(50 \times 10^6 \text{ m}^2) \times 0.04} = 1.76 \text{ m}$$