

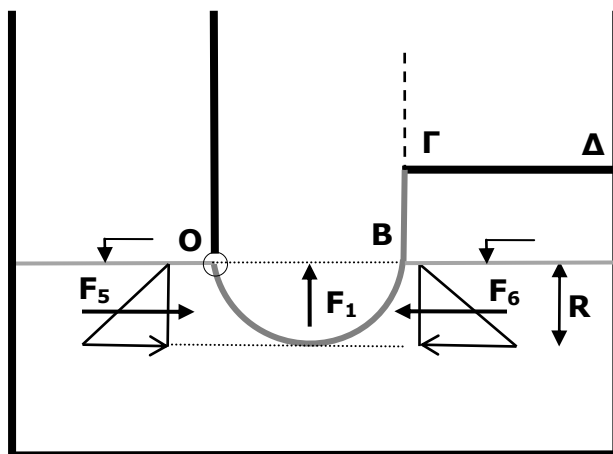
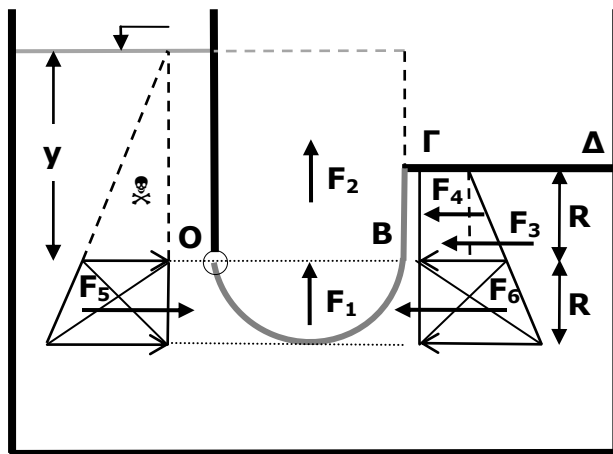
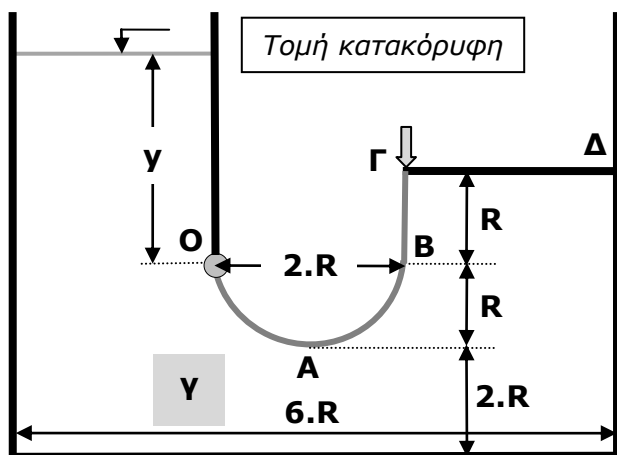
Ονοματεπώνυμο:

ΘΕΜΑ 1ο (2,0 μονάδες)

Σε δεξαμενή η οποία περιέχει νερό, υπάρχει άκαμπτο αβαρές κάλυμμα **ΟΑΒΓ** σε όλο το πλάτος της **b**. Το κάλυμμα έχει σύνθετη διατομή: (ημικύκλιο με ακτίνα **R** + κατακόρυφο τμήμα με ύψος **R**), στηρίζεται με γραμμική άρθρωση στον οριζόντιο άξονα **ΟΟ'** και απλή γραμμική στήριξη (κύλιση) στον οριζόντιο άξονα **ΓΓ'** σε οριζόντια άκαμπτη πλάκα ΓΔ, πακτωμένη σε κατακόρυφο τοίχωμα της δεξαμενής (βλ. σχήμα).

Να υπολογιστούν οι αντιδράσεις των στηρίξεων, ανά μέτρο πλάτους της δεξαμενής:

1. Για $y > R$.
2. Για $y = 0$.



<βλ. 2.2.4 και 2^η Σειρά 2.4

Επισημάνσεις:

- Όταν $y > R$, η επιφάνεια **ΓΔ** είναι υπό πίεση: $\gamma \cdot (y-R)$ ☹
- Οι οριζόντιες δυνάμεις **F₅** και **F₆** αλληλοαναιρούνται γενικώς 🎵
- Η απόσταση του **A** από τον πυθμένα της δεξαμενής **δεν** επιδρά στον υπολογισμό ☹

1. $y > R$

$$F_1 = \gamma \cdot \frac{\pi \cdot R^2}{2} \text{ και } e_{OF1} = R$$

$$F_2 = \gamma \cdot 2 \cdot R \cdot Y \text{ και } e_{OF2} = R$$

$$F_3 = \gamma \cdot \frac{R^2}{2} \text{ και } e_{OF3} = \frac{R}{3}$$

$$F_4 = \gamma \cdot (Y - R) \cdot R \text{ και } e_{OF4} = \frac{R}{2}$$

$$\sum M_0 = 0 \rightarrow \Gamma_z \cdot 2 \cdot R - \sum_1^4 M_{OFi} = 0 \rightarrow \Gamma_z = \frac{\gamma \cdot R}{4} \cdot \left[\left(\pi - \frac{2}{3} \right) \cdot R + 5 \cdot Y \right]$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow O_z + \Gamma_z - \sum_1^2 F_i = 0 \rightarrow O_z = \frac{\gamma \cdot R}{4} \cdot \left[\left(\pi + \frac{2}{3} \right) \cdot R + 3 \cdot Y \right]$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow O_x - \sum_3^4 F_i = 0 \rightarrow O_x = \frac{\gamma \cdot R}{2} \cdot (2 \cdot Y - R)$$

$$O = (O_z + O_x)^{1/2} \text{ και } \tan \theta = \frac{O_z}{O_x} =$$

2. $y = 0$

$$F_1 = \gamma \cdot \frac{\pi \cdot R^2}{2}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow O^*_z + \Gamma^*_z - F_1 = 0 \rightarrow O^*_z = \Gamma^*_z = \gamma \cdot \frac{\pi \cdot R^2}{4} \text{ και } O_x = 0$$

ΘΕΜΑ 2ο (2,5 μονάδες)

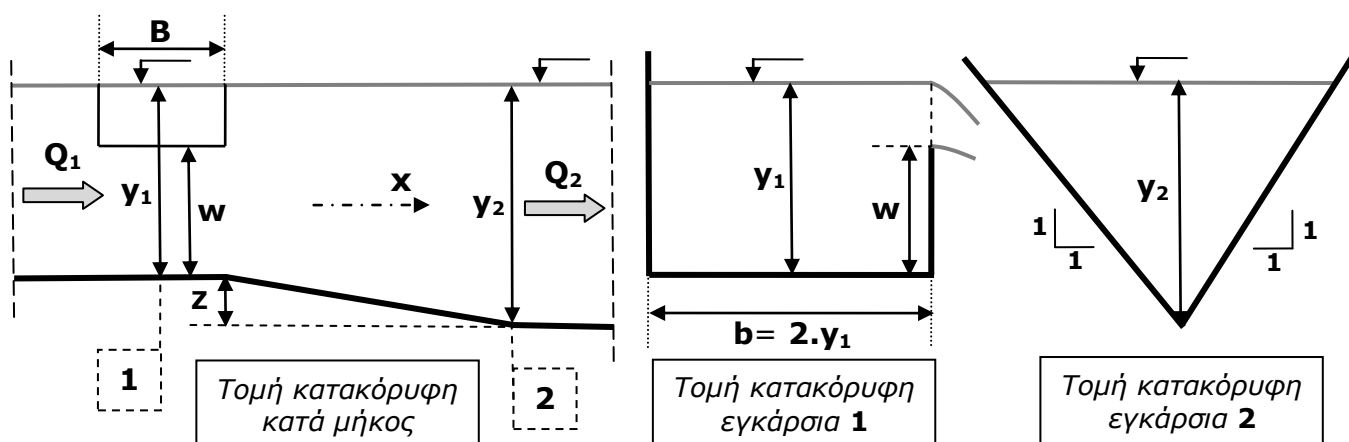
Διώρυγα ορθογωνικής διατομής με πλάτος b σχεδιάζεται με οριζόντιο πυθμένα και μεταφέρει νερό με παροχή Q_1 . Σε μία διατομή ομοιόμορφης ροής **1** το βάθος ροής είναι $y_1 = b/2$ και:

α) Το ένα πρανές της διώρυγας έχει ύψος $w < y_1$ σε πλάτος B , δηλαδή υπάρχει εγκάρσια στη ροή κατακόρυφος υπερχειλιστής λεπτής στέψης, απ' όπου παροχετεύεται παροχή Q_3 .

β) Κατάντη της διατομής **1** υπάρχει βαθμιαία ταπείνωση του πυθμένα κατά z (συναρμογή), ενώ κατάντη της *συναρμογής*, στη διατομή **2**, η διώρυγα σχεδιάζεται και πάλι με οριζόντιο πυθμένα, αλλά με συμμετρική τριγωνική διατομή και κλίση πρανών **1:1** (βλ. σχήμα). Η ελεύθερη επιφάνεια της ροής στη διώρυγα είναι οριζόντια στις διατομές **1** και **2** είναι στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

Αμελώντας απώλειες ενέργειας και θεωρώντας όλους τους συντελεστές συνόρθωσης σε όλες τις διατομές ίσους με τη μονάδα, να υπολογιστούν:

1. Το κατακόρυφο ύψος z στη συναρμογή.
2. Η οριζόντια δύναμη F_x , η οποία ασκείται στη συναρμογή κατά τη διεύθυνση της ροής.
3. Το πλάτος B του υπερχειλιστή.



<βλ. **5.2**, 5.3.7 και 8.4.3

- Επιλέγουμε κατάλληλο **όγκο αναφοράς**:
 - Στερεά όρια = πυθμένας, τοιχώματα και ελεύθερη επιφάνεια.
 - Διατομή εισόδου η διατομή **1** και εξόδου οι διατομές **2** και **3** (υπερχειλιστής).
- Επιλέγουμε χρηστικό **σύστημα αξόνων** και **επίπεδο αναφοράς**:
 - Άξονας x , ο άξονας του αγωγού, άξονας z κατακόρυφος - κάθετος στον x .
 - Επίπεδο αναφοράς οριζόντιο, αυτό το οποίο ορίζεται από τον πυθμένα του αγωγού κατάντη της *συναρμογής*.
- Καταστρώνουμε το σύνολο των εξισώσεων:

$$(52\gamma) \rightarrow V_1 \cdot E_1 - V_2 \cdot E_2 - V_3 \cdot E_3 = Q_1 - Q_2 - Q_3 = 0$$

$$(57\delta) \rightarrow H_1 = H_2 \rightarrow z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2 \cdot g}$$

$$(53\delta) \rightarrow -\rho \cdot \left[(\vec{V}_1 \cdot \vec{Q}_1) - (\vec{V}_2 \cdot \vec{Q}_2) \right] = \sum_1^2 (\vec{F}_{pi}) + \vec{F}_g + \vec{N}$$

$$\rightarrow -\rho \cdot \left[(V_1 \cdot Q_1) - (V_2 \cdot Q_2) \right] = (\gamma \cdot \tilde{y}_1 \cdot E_1) - (\gamma \cdot \tilde{y}_2 \cdot E_2) + N_x$$

Άγνωστα μεγέθη: $E_1, \gamma_1, V_1, E_2, \gamma_2, V_2, Q_2, \gamma_2, Z, N_x$

- Επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων:

$$Q_2 = Q_1 - Q_3 \rightarrow V_1 = \frac{Q_1}{E_1}, V_2 = \frac{Q_1 - Q_3}{E_2}, \text{ όπου: } E_1 = b \cdot \gamma_1 = 2 \cdot \gamma_1^2 \text{ και } E_2 = 1 \cdot \gamma_2^2$$

$$Z + \gamma_1 + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = \gamma_2 + \frac{V_2^2}{2 \cdot g} \text{ (διότι } z_1 = Z \text{ και } z_2 = 0) \rightarrow V_1 = V_2 \text{ (διότι } Z + \gamma_1 = \gamma_2)$$

$$\rightarrow E_2 = \frac{Q_1 - Q_3}{Q_1} \cdot E_1 \rightarrow \gamma_2 = \left[\frac{2 \cdot (Q_1 - Q_3)}{Q_1} \right]^{1/2} \cdot \gamma_1 \text{ και } Z = \gamma_2 - \gamma_1$$

$$\rightarrow N_x = -\frac{\gamma \cdot Q_1 \cdot Q_3}{2 \cdot g \cdot \gamma_1^2} - (\gamma \cdot \tilde{\gamma}_1 \cdot E_1) + (\gamma \cdot \tilde{\gamma}_2 \cdot E_2), \text{ όπου: } \tilde{\gamma}_1 = \frac{\gamma_1}{2} \text{ και } \tilde{\gamma}_2 = \frac{\gamma_2}{3}$$

$$\rightarrow N_x = -\gamma \cdot \left(\frac{Q_1 \cdot Q_3}{2 \cdot g \cdot \gamma_1^2} + \gamma_1^3 - \frac{\gamma_2^3}{3} \right) \rightarrow F_x = \gamma \cdot \left(\frac{Q_1 \cdot Q_3}{2 \cdot g \cdot \gamma_1^2} + \gamma_1^3 - \frac{\gamma_2^3}{3} \right)$$

- Επιλύουμε τον υπερχειλιστή:

$$(109) \rightarrow Q_3 = \frac{2}{3} \cdot (B - 0,2 \cdot h) \cdot \mu \cdot (2 \cdot g)^{1/2} \cdot h^{3/2}$$

$$\text{όπου: } h = \gamma_1 - w \text{ και } \mu = 0,605 + \frac{0,08 \cdot h}{w} + \frac{0,001}{h} = 0,605 + \frac{0,08 \cdot (\gamma_1 - w)}{w} + \frac{0,001}{\gamma_1 - w}$$

$$\rightarrow B = \frac{1,5 \cdot Q_3}{\mu \cdot (2 \cdot g)^{1/2} \cdot (\gamma_1 - w)^{3/2}} + 0,2 \cdot (\gamma_1 - w)$$

ΘΕΜΑ 3ο (2,5 μονάδες)

Στην κατακόρυφη παρειά λεπτότοιχης κυλινδρικής δεξαμενής Δ_1 διαμέτρου D , η οποία περιέχει νερό, υπάρχει μικρή απλή κυκλική οπή διαμέτρου d , με κατάλληλη διαμόρφωση, ώστε η εκρέουσα φλέβα να έχει γωνία 30° μοιρών ως προς την οριζόντια.

Η φλέβα τροφοδοτεί ορθογωνική δεξαμενή Δ_2 μήκους L και πλάτους B , τοποθετημένη σε οριζόντια απόσταση L_1 από την παρειά της Δ_1 και κατακόρυφη απόσταση Y , από το επίπεδο του άξονα της οπής. Σε 1^η φάση η Δ_2 είναι αρχικώς κενή και ενιαία (βλ. σχήμα).

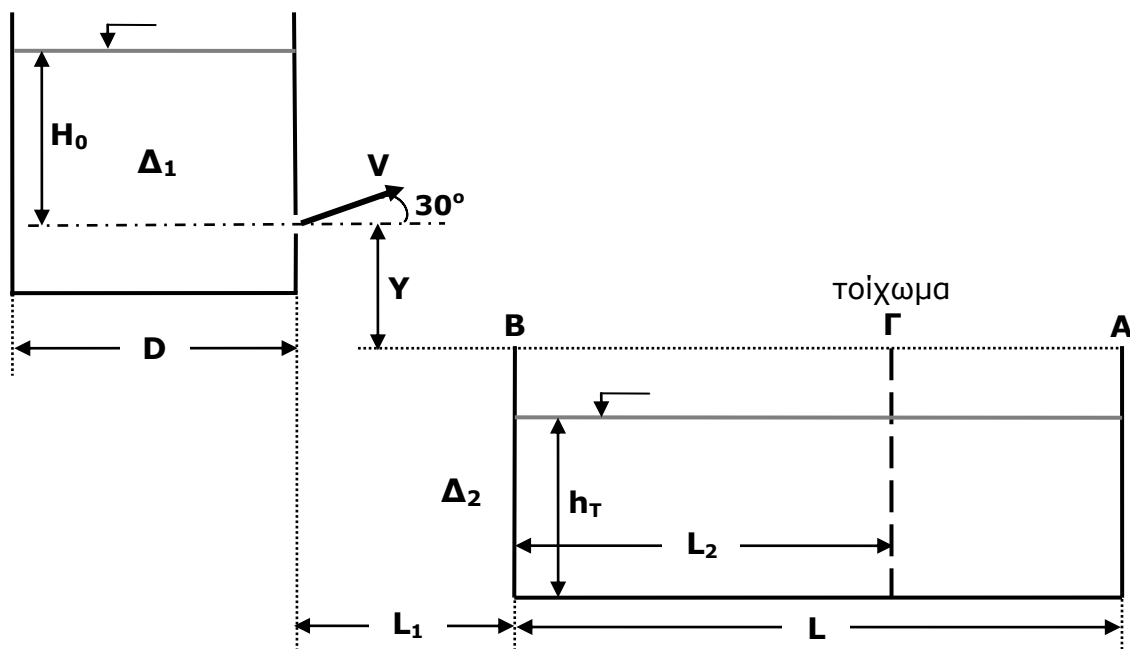
Με την αρχική στάθμη H_0 στη Δ_1 , η φλέβα εισρέει οριακά στη Δ_2 - ακμή A (βλ. σχήμα).

Να υπολογιστούν σε 1^η φάση:

1. Η αρχική στάθμη H_0 στη Δ_1 .
2. Η τελική στάθμη H_T στη Δ_1 , κάτω της οποίας η φλέβα παύει να εισέρχεται στη Δ_2 - ακμή B.
3. Ο χρόνος μεταβολής T της στάθμης από την H_0 στην H_T .
4. Το βάθος πλήρωσης h_T της Δ_2 στον ως άνω χρόνο T .

Σε 2^η φάση η Δ_2 είναι αρχικώς κενή, αλλά τοποθετείται στη θέση Γ ένα κατακόρυφο στεγανό τοίχωμα, ώστε σε κάθε διαμέρισμα της να αποθηκευτούν ίσοι όγκοι νερού.

Να υπολογιστεί στη 2^η φάση η θέση τοποθέτησης του τοιχώματος, δηλαδή το μήκος L_2 .



<βλ. 8.7.3, 8.10.2, 8.11.2 και 7^η Σειρά 7.2

Εξίσωση τροχιάς (x, y) των ρευστών σωματιδίων με **μεταβλητή αρχική ταχύτητα**:

$$y = \tan \theta \cdot x - \frac{g}{2 \cdot (V_0(h) \cdot \cos \theta)^2} \cdot x^2 \rightarrow V_0(h) = \left[\frac{g}{2 \cdot (\tan \theta \cdot x - y)} \right]^{1/2} \cdot \frac{x}{\cos \theta}$$

Ταχύτητα εκροής από μικρή οπή:

$$V_0(h) = (2 \cdot g \cdot h)^{1/2} \rightarrow h = \frac{V_0^2(h)}{2 \cdot g}$$

$$\rightarrow h = \frac{V_0^2(h)}{2 \cdot g} = \frac{1}{4 \cdot (\tan \theta \cdot x - y)} \cdot \left(\frac{x}{\cos \theta} \right)^2$$

Αρχική στάθμη: «η φλέβα εισρέει οριακά στη Δ_2 - ακμή A»: $\theta = 30^\circ$, $x = L_1 + L$ και $y = -Y$

Τελική στάθμη: «η φλέβα παύει να εισέρχεται στη Δ_2 - ακμή B»: $\theta = 30^\circ$, $x = L_1$ και $y = -Y$

Χρόνος μεταβολής στάθμης:

$$T = -K_2 \cdot \int_{h_0}^{h_T} \frac{dh}{h^{1/2}} = 2 \cdot K_2 \cdot (h_0^{1/2} - h_T^{1/2})$$

Όπου η σταθερά είναι: $K_2 = \left[\frac{E_1}{c_2 \cdot E_2} \cdot \frac{1}{(2 \cdot g)^{1/2}} \right] = \frac{D^2}{0,611 \cdot (2 \cdot g)^{1/2} \cdot d^2}$

Βάθος πλήρωσης:

Οι όγκοι στη Δ_1 και Δ_2 είναι ίσοι: $h_T = \frac{\pi \cdot D^2 \cdot (H_0 - H_T)}{4 \cdot L \cdot B}$

Θέση τοιχώματος:

Ο όγκος μεταξύ H_0 και H_T θα μοιραστεί εξίσου στα δύο διαμερίσματα, άρα το αντίστοιχο

βάθος στη Δ_1 θα είναι: $h^* = \frac{H_0 + H_T}{2}$ και η ταχύτητα $V_0(h) = (2 \cdot g \cdot h^*)^{1/2}$

$$h^* = \frac{1}{4 \cdot (\tan \theta \cdot x - y)} \cdot \left(\frac{x}{\cos \theta} \right)^2 \rightarrow x^2 - (4 \cdot \tan \theta \cdot \cos^2 \theta \cdot h^*) \cdot x + 4 \cdot \cos^2 \theta \cdot y \cdot h^* = 0$$

Όπου: $\theta = 30^\circ$, $x = L_1 + L_2$ και $y = -Y$