

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

T3.1 (2x0,5 μονάδες) Σημειώστε ΜΙΑ μόνο απάντηση.

	Απαραίτητη προϋπόθεση, ώστε η θεωρία των ιδεατών ρευστών να είναι δυνατό να εφαρμοσθεί με ικανοποιητική ακρίβεια σε προβλήματα πραγματικών ρευστών, είναι:
✓	Να εξασφαλίζεται η ταύτιση της ροής με τα στερεά όρια
	Το πεδίο ροής να είναι στροβιλό
	Η ροή να είναι τυρβώδης
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Στο φαινόμενο της αποκόλλησης μεταξύ άλλων...
	Μέρος του ρευστού – κοντά στα στερεά όρια – κινείται αντίρροπα από την κύρια διεύθυνση της κίνησης
	Μέρος του ρευστού – μακριά από τα στερεά όρια – κινείται κατά την κύρια διεύθυνση κίνησης
	Εμφανίζονται στροβιλισμοί και σημαντικές απώλειες ενέργειας
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

T3.2 (2 μονάδες)

Σε δισδιάστατη ροή ρευστού πυκνότητας ρ σε οριζόντιο επίπεδο (x,y) δίνεται η ροϊκή συνάρτηση $\Psi = a \cdot (y^2 - x^2)$ και ζητείται:

1. Να αποδειχθεί ότι η ροή είναι αστρόβιλη και να ευρεθεί το δυναμικό του πεδίου $\Phi(x,y)$
2. Αν η πίεση στο σημείο $(0,0)$ είναι p_0 , να υπολογιστεί η πίεση στο σημείο $(1,1)$

$$\bullet \quad (83) \rightarrow u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 2 \cdot a \cdot y \quad \text{και} \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = 2 \cdot a \cdot x$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 2 \cdot a \quad \text{και} \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 2 \cdot a \rightarrow \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \rightarrow \text{ροή αστρόβιλη}$$

$$(76a) \rightarrow u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 2 \cdot a \cdot y \rightarrow \Phi = 2 \cdot a \cdot x \cdot y + f(y)$$

$$(76a) \rightarrow v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 2 \cdot a \cdot x = 2 \cdot a \cdot x + f'(y) \rightarrow f'(y) = 0 \rightarrow f(y) = c$$

$$\rightarrow \Phi = 2 \cdot a \cdot x \cdot y + c$$

$$\bullet \quad \text{Εξίσωση Bernoulli: } \frac{V_{00}^2}{2 \cdot g} + \frac{p_{00}}{\gamma} + h_{00} = \frac{V_{11}^2}{2 \cdot g} + \frac{p_{11}}{\gamma} + h_{11}$$

$$\text{Είναι: } V_{00}^2 = u_{00}^2 + v_{00}^2 = 0 \quad \text{και} \quad p_{00} = p_0 \quad \text{και} \quad h_{00} = 0$$

$$\text{και: } V_{11}^2 = u_{11}^2 + v_{11}^2 = 8 \cdot a^2 \quad \text{και} \quad p_{11} = p_1 \quad \text{και} \quad h_{11} = 0 \rightarrow p_1 = p_0 - 4 \cdot \rho \cdot a^2$$

T3.3 (7,0 μονάδες)

Στο άκρο οριζόντιας ορθογωνικής διώρυγας με πλάτος $B = 1,30$ m προβλέπεται κατακόρυφος καθολικός υπερχειλιστής λεπτής στέψης με ύψος w .

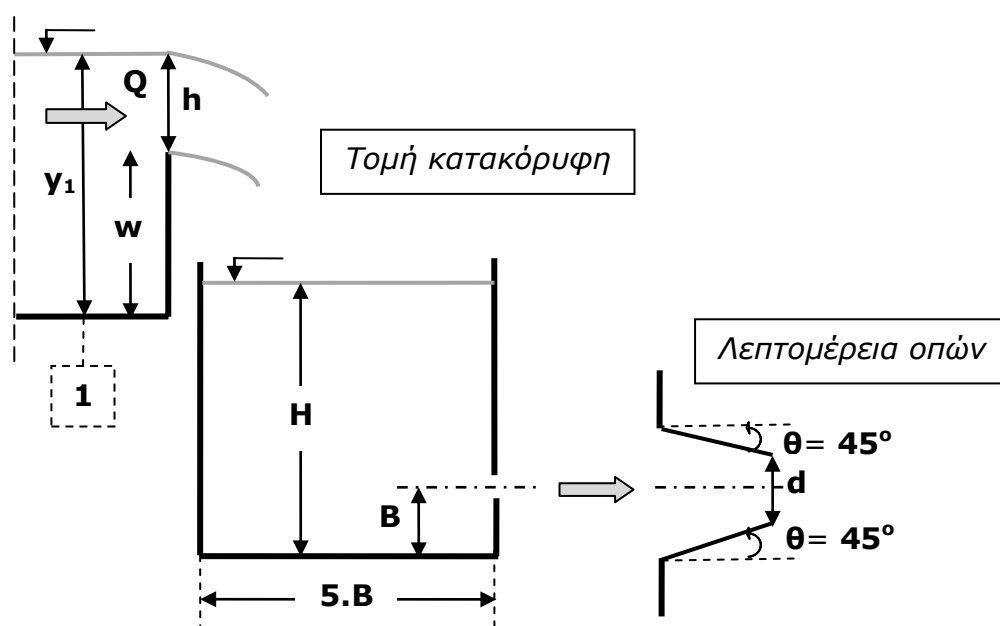
Η μεταφερόμενη παροχή είναι $Q = 0,305$ m³/s και το βάθος ροής στη διώρυγα ολίγον ανάντη του υπερχειλιστή είναι $y_1 = 1,25$ m

Όλη η παροχή Q κατευθύνεται σε δεξαμενή τετραγωνικής διατομής πλευράς $5.B$, στην κατακόρυφη παρειά της οποίας υπάρχουν δέκα (10) μικρές οπές με διαμέτρους $d = 7$ cm τοποθετημένες σε απόσταση B από τον πυθμένα της (βλ. σχήμα).

Η δεξαμενή είναι αρχικώς κενή.

Ζητείται να υπολογιστούν:

1. Το ύψος w του υπερχειλιστή.
2. Το ύψος H από τον πυθμένα, όπου θα σταθεροποιηθεί η στάθμη της δεξαμενής.
3. Ο απαιτούμενος χρόνος T , ώστε να εμφανισθεί το ύψος H .



- <βλ. 8.4.2, 8.4.5 και 8.6.3>

$y_1 = 1,25$ m $\rightarrow h + w = 1,25$ m. Εφαρμόζω τον τύπο του Rehbock (106)

ο (120): $A_4 = 0,486 \cdot \left(\frac{Q}{B}\right)^{2/3} \rightarrow A_4 = 0,184873$ - εφαρμόζω την (119)

ο Επιλέγω ως 1η τιμή εκκίνησης: $h_1 = 0,246498$

h_1	w_1	μ_1	h_2	w_2	$\Delta w_{(2-1)}\%$
0,246498	1,003502	0,628708	0,251908	0,998092	-0,54 ✓

$\rightarrow w = 1,00$ m

- <βλ. 8.2.4, 8.7.10 και 8.9.3>

Καθεμία οπή (ίσες διαμέτροι – ίδια διαμόρφωση – ίδιο επίπεδο άξονα) λειτουργεί ως **ανεξάρτητη** με **παροχή: $Q/10$** ♪

Είναι και $E_2 \ll E_1$, $\theta = 45^\circ \rightarrow c_2 = 0,746$ ☼

$$(167): h^{\#} = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{Q}{10 \cdot c_2 \cdot E_2} \right)^2 = \frac{2}{25 \cdot g} \cdot \left(\frac{Q}{\pi \cdot c_2 \cdot d^2} \right)^2 \text{ και } \mathbf{H} = \mathbf{B} + \mathbf{h}^{\#}$$

$$\rightarrow h^{\#} = 5,752427 \text{ m} \rightarrow \mathbf{H} = \mathbf{7,052427 \text{ m}}$$

- Εφαρμόζουμε τις **απλοποιημένες εξισώσεις** για **καθεμιά οπή**:

$$(135) \rightarrow h + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2 \cdot g} \rightarrow V_2(h) = (2 \cdot g \cdot h)^{1/2}$$

$$(136) \rightarrow Q_2(h) = c_2 \cdot E_2 \cdot V_2(h) = c_2 \cdot E_2 \cdot (2 \cdot g \cdot h)^{1/2}$$

$$\text{Στη δεξαμενή: } 10 \cdot Q_2(h) = Q + E_1 \cdot \frac{dh}{dt} \text{ ισχύει για: } h: B \rightarrow h^{\#}, t: T_1 \rightarrow T_2$$

- Μορφώνουμε τη **διαφορική εξίσωση**:

$$dt = K_2 \cdot \frac{dh}{h^{1/2}} + \frac{E_1 \cdot h^{\#}}{Q}$$

$$\text{Όπου η σταθερά είναι: } K_2 = \frac{E_1}{c_2 \cdot E_2} \cdot \frac{1}{(2 \cdot g)^{1/2}} = \frac{10 \cdot B^2}{\pi \cdot c_2 \cdot d^2} \cdot \frac{1}{(2 \cdot g)^{1/2}}$$

- Ολοκληρώνουμε τη **διαφορική εξίσωση**:

$$t = K_2 \cdot \int_0^{h^{\#}} \frac{dh}{h^{1/2}} + \frac{E_1 \cdot h^{\#}}{Q} \rightarrow T_2 = 2 \cdot K_2 \cdot h^{\#1/2} + \frac{25 \cdot B^2 \cdot h^{\#}}{Q}$$

$$\rightarrow T_2 = 2.390,557745 \text{ s}$$

$$\text{Προσοχή: Στο χρόνο πλήρωσης εάν δεν υπήρχαν οι οπές: } \frac{E_1 \cdot h^{\#}}{Q}$$

προστίθεται ο χρόνος, ο οποίος χάνεται επειδή υπάρχουν ☹*

$$\text{Στο διάστημα } 0 \rightarrow B, t: 0 \rightarrow T_1 = \frac{E_1 \cdot B}{Q} = \frac{25 \cdot B^3}{Q}$$

$$\rightarrow T_1 = 180,081967 \text{ s}$$

$$\rightarrow \mathbf{T} = 2.570,639712 \text{ s} \approx \mathbf{43 \text{ min}}$$