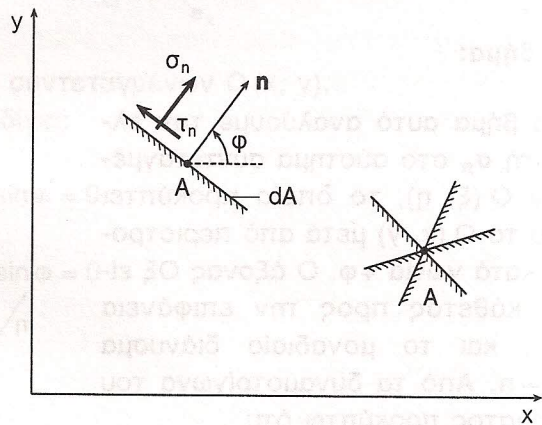


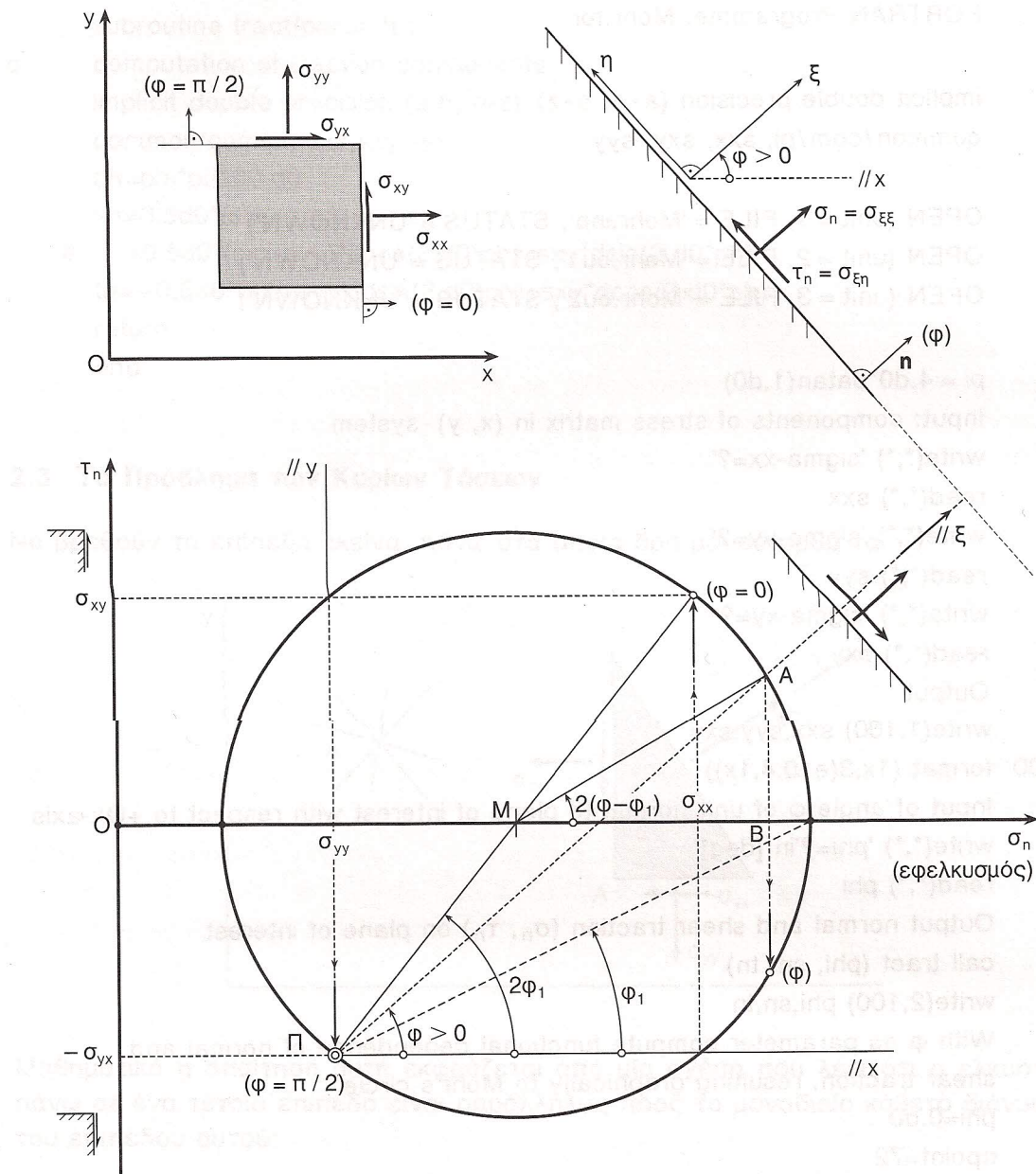
Η αναλυτική λύση του θεμελιώδους προβλήματος προσδιορισμού των τάσεων που ασκούνται πάνω σε ένα στοιχειώδες επίπεδο με μοναδιαίο εξωτερικό διάνυσμα $\{\mathbf{n}\} = [\cos\varphi, \sin\varphi]^T$, δίνεται από τις παραπάνω σχέσεις. Οι σχέσεις αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη γεωμετρική επίλυση του θεμελιώδους προβλήματος. Η γεωμετρική λύση μας επιτρέπει συν τοις άλλοις να αποκτήσουμε και μία γεωμετρική εικόνα (έστω και αφηρημένη) της έννοιας της τάσης. Για τον σκοπό αυτό συμβολί-
ζουμε με:

$$\sigma_n = \sigma_{xx}, \quad \tau_n = \sigma_{xy}$$

τις συνιστώσες του ελκυστή των τάσεων στο τυχαίο στοιχειώδες επίπεδο $\mathbf{n}dA$. Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι οι συνιστώσες σ_n και τ_n είναι συναρτήσεις της γωνίας φ : $\sigma_n = \sigma_n(\varphi)$, $\tau_n = \tau_n(\varphi)$. Η εντατική κατάσταση σε ένα σημείο A πάνω σε ένα επίπεδο $\mathbf{n}dA$, δίνεται από το ζεύγος $\{\sigma_n, \tau_n\}_\varphi$. Η εντατική κατάσταση σε ένα σημείο A και για όλα τα επίπεδα της κεντρικής δέσμης περί το A δίνεται από το μονοπαραμετρικό πλήθος ζευγών $\{\sigma_n, \tau_n\}_\varphi$ για όλες τις δυνατές τιμές της γωνίας φ , $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Γεωμετρικά, τα παραπάνω λεχθέντα παρίστανται σε ένα διάγραμμα όπου ο άξονας των τετμημένων είναι η ορθή τάση σ_n και ο άξονας των τεταγμένων η διατμητική τάση τ_n . Από την αναλυτική έκφραση για την ορθή και την διατμητική τάση ως συναρτήσεις της παραμέτρου (γωνίας) φ , προκύπτει ότι στο διάγραμμα αυτό, ο γεωμετρικός τόπος των σημείων $\{\sigma_n, \tau_n\}_\varphi$, είναι κύκλος. Ο κύκλος αυτός καλείται **κύκλος Mohr** των τάσεων (Mohr, 1900).



Στο παρακάτω σχήμα έχουμε σχεδιάσει τον κύκλο Mohr των τάσεων για μια δεδομένη εντατική κατάσταση. Στον κύκλο έχουν σημειωθεί επίσης τα σημεία ($\varphi = 0$) και ($\varphi = \pi/2$) που αντιστοιχούν στις τάσεις που ασκούνται σε επίπεδα με μοναδιαία κάθετα διανύσματα παράλληλα προς τα μοναδιαία διανύσματα του συστήματος συντεταγμένων $O(x, y)$. Η εντατική κατάσταση σε τυχαίο επίπεδο (φ) έχει σημειωθεί στο σχήμα. Στο ίδιο σχήμα επίσης φαίνεται μια απλή γεωμετρική επίλυση του θεμελιώδους προβλήματος εύρεσης της εντατικής κατάστασης, η οποία κάνει χρήση του λεγόμενου πόλου των καθέτων $\Pi \equiv \Pi_n$ του κύκλου του Mohr, η κατασκευή του οποίου επεξηγείται στην συνέχεια, και προκύπτει από την επίλυση του τριγώνου MAB.



Παράδειγμα:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} [\text{kPa}]$$

για $\varphi = 40^\circ$: $\sigma_n = 10.89 \text{ kPa}$, $\tau_n = -1.941 \text{ kPa}$.

Κατασκευή πόλου καθέτων: Ο πόλος των καθέτων $\Pi \equiv \Pi_n$ έχει την εξής ιδιότητα: Αν ευθεία, που διέρχεται απ' αυτόν, είναι παράλληλη προς διάνυσμα $\mathbf{n}$, τότε η ευθεία αυτή τέμνει τον κύκλο Mohr σε σημείο, το συμμετρικό του οποίου ως προς τον άξονα $O\sigma_n$ εκφράζει την εντατική κατάσταση σε επίπεδο με εξωτερικό κάθετο διάνυσμα $\mathbf{n}$.