

8. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΙΔΕΑΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Παρουσιάζονται οι γενικές προϋποθέσεις, ώστε η **θεωρία** των **ιδεατών** ρευστών να είναι δυνατό να εφαρμοσθεί με **ικανοποιητική ακρίβεια** στα αποτελέσματα σε ορισμένα **προβλήματα πραγματικών** ρευστών. Αναλύονται τα σημαντικότερα από αυτά τα προβλήματα, με έμφαση σε **Υπερχειλιστές** λεπτής στέψης και **Θυροφράγματα** λεπτής ακμής, όπου προτείνονται χρηστικές αριθμητικοί μέθοδοι υπολογισμού των βασικών μεγεθών τους. Παρουσιάζονται τα προβλήματα εκκένωσης δοχείων μέσω μικρών οπών και προτείνονται χρηστικές μέθοδοι υπολογισμού των βασικών παραμέτρων της – **μη μόνιμης ροής** – σε χαρακτηριστικές περιπτώσεις. Παρουσιάζονται συνοπτικώς τα στοιχεία ανάλυσης φλεβών, οι οποίες εκρέουν από μικρές οπές.

8.1 Εισαγωγή

8.1.1 Γενικές προϋποθέσεις

- Η θεωρία των ιδεατών ρευστών είναι δυνατό να εφαρμοσθεί με **ικανοποιητική ακρίβεια** στα αποτελέσματα σε ορισμένα προβλήματα **πραγματικών** ρευστών. Οι βασικές προϋποθέσεις για την εφαρμογή της ως άνω απλοποίησης είναι:
 - **Εξασφάλιση της συνέχειας του ρευστού:** Όλο το πεδίο ροής πρέπει να καταλαμβάνεται από το ρευστό, χωρίς ενδιάμεσα κενά → πρέπει να **αποφεύγεται η σπηλαιώση** (βλ. 8.1.2).
 - **Ταύτιση της ροής με τα στερεά όρια:** Η απλοποίηση εφαρμόζεται μόνο εκτός του οριακού στρώματος (βλ. Κεφάλαιο 9) → πρέπει να **αποφεύγεται η αποκόλληση** (βλ. 8.1.2).
 - **Αμελητέες απώλειες ενέργειας:** Η απλοποίηση εφαρμόζεται, όταν ισχύει κατά προσέγγιση η εξίσωση Bernoulli (βλ. 7.1.2).
- Οι παραπάνω προϋποθέσεις είναι ευκολότερο να ικανοποιηθούν όταν η ροή είναι συγκλίνουσα – επιταχυνόμενη παρά όταν είναι αποκλίνουσα – επιβραδυνόμενη.

8.1.2 Περιγραφή ανεπιθύμητων φαινομένων

- **Σπηλαιώση**
 - Κατάργηση – τοπικά - της συνέχειας του ρευστού.
 - Όρια στη σχέση απόλυτης πίεσης και τάσης ατμών σε συγκεκριμένη θερμοκρασία (βλ. 1.1.1 και 5.5.6).
 - Δημιουργία φυσαλίδων → διφασική ροή.
 - Επί πλέον (τεχνικό και όχι απλώς υπολογιστικό) πρόβλημα η καταπόνηση – καταστροφή των στερεών ορίων, ιδιαιτέρως των υδραυλικών μηχανών.
 - Σε αγωγούς με Ροή υπό Πίεση **επικίνδυνες περιοχές** είναι εκείνες **όπου η πίεση μειώνεται** (βλ. 5.4.2, 5.4.6 και 5.5):
 - Συστολές (στενώσεις) → μείωση του εμβαδού διατομής του αγωγού – αύξηση της ταχύτητας – μείωση της πίεσης.

- Περιοχές στη γειτονία υδραυλικών μηχανών.
- Ιδιομορφίες στη χάραξη του αγωγού: αυχένες και σίφωνα.
- **Αποκόλληση** (ή Διαχωρισμός)
 - Διαχωρισμός – τοπικά – της ενιαίας διεύθυνσης κίνησης του ρευστού:
 - Μέρος του ρευστού – **μακριά** από τα στερεά όρια – κινείται κατά την κύρια διεύθυνση κίνησης.
 - Το υπόλοιπο μέρος του ρευστού – **κοντά** στα στερεά όρια – κινείται αντίρροπα από την κύρια διεύθυνση κίνησης.
 - Εμφάνιση δευτερεύουσας ροής με άξονα κάθετο στον άξονα της κύριας ροής → Στροβιλισμοί και σημαντικές απώλειες ενέργειας.
 - Σε αγωγούς με Ροή υπό Πίεση **επικίνδυνες περιοχές** είναι εκείνες **όπου η πίεση αυξάνεται** (βλ. 5.4.2 και 5.5.5):
 - Διαστολές → αύξηση του εμβαδού διατομής του αγωγού – μείωση της ταχύτητας – αύξηση της πίεσης.
 - Περιοχές στη γειτονία στερεών σωμάτων μέσα στο πεδίο ροής (βλ. Κεφάλαιο 9).
 - Απότομες μεταβολές στη χάραξη του αγωγού – γωνίες σε οριζοντιογραφία ή μηκοτομή.

8.2 Εκροή από οπή υπό την επίδραση Πίεσης

(αμελουμένης της βαρύτητας στην αρχή της φλέβας)

8.2.1 Γενικά

- Ροή συγκλίνουσα – επιταχυνόμενη, η οποία ξεκινάει από ηρεμία, αποδεικνύεται όμως, ότι ικανοποιούνται οι γενικές προϋποθέσεις (βλ. 8.1.1).
- Στα **όρια** της **φλέβας** η **πίεση** είναι **ατμοσφαιρική** και εάν **επιπλέον** αμεληθεί ή επίδραση της βαρύτητας στην *άμεση γειτονία της οπής* (τούτο συμβαίνει όταν η ταχύτητα εκροής είναι μεγάλη και το εμβαδόν της οπής σχετικά μικρό):
 - Η ταχύτητα έχει σταθερό μέγεθος στις παραίες της φλέβας.
 - Η μορφή της φλέβας είναι συμμετρική.
- Οι **οριακές γραμμές ροής συγκλίνουν** σε **μικρή απόσταση** από την **οπή** και γίνονται **παράλληλες μεταξύ τους** και με τον **άξονα** της **φλέβας**.
 - Εκεί εντοπίζεται η **διατομή πλήρους συστολής**, η οποία έχει εμβαδό $E_{\pi\sigma}$ **μικρότερο** από το εμβαδό της **οπής** $E_{οπ}$ και ορίζεται ο

συντελεστής πλήρους συστολής:
$$C = \frac{E_{\pi\sigma}}{E_{οπ}} < 1 \quad (93)$$

- Στη διατομή πλήρους συστολής η **ροή** είναι **ομοιόμορφη** – παράλληλη και η **πίεση** είναι **μηδενική** σε όλη τη διατομή.

8.2.2 Δισδιάστατη ροή – έξοδος στην ατμόσφαιρα από αγωγό υπό Πίεση

- **Σχισμή πλάτους b** σε **αγωγό πλάτους B** , όπου η πίεση είναι **p** :

- **Παροχή q** ανά μονάδα πλάτους: $q = \mu \cdot b \cdot (2 \cdot g)^{1/2} \cdot \left(\frac{p}{\gamma}\right)^{1/2}$ (94)

- **Ταχύτητα V** στη διατομή πλήρους συστολής: $V = \frac{q}{c \cdot b}$ (95)

- **Συντελεστής παροχής μ** : $\mu = \frac{c}{\left[1 - c^2 \cdot \left(\frac{b}{B}\right)^2\right]^{1/2}}$ (96)

- **Συντελεστής πλήρους συστολής c** : από **Πίνακα Von Mises** [**b / B** , **θ**] (βλ. 8.2.4).

8.2.3 Τρισδιάστατη ροή – έξοδος στην ατμόσφαιρα από σωλήνα υπό Πίεση

- **Ακροφύσιο διαμέτρου d** σε **αγωγό διαμέτρου D** , όπου η πίεση είναι **p** :

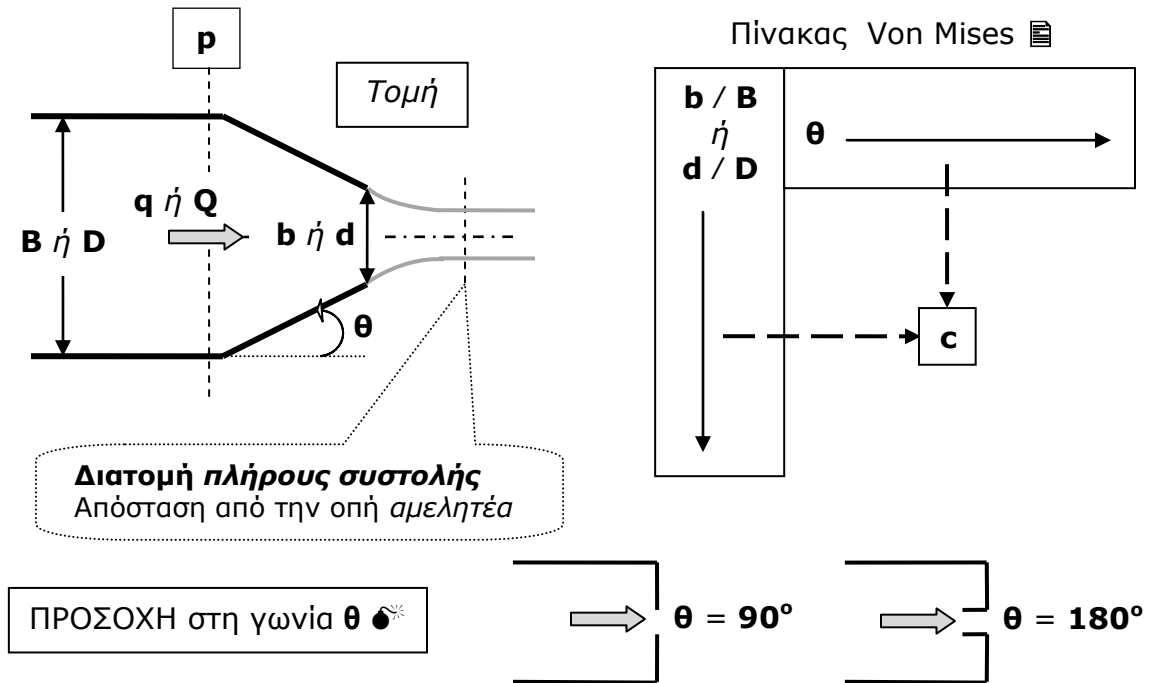
- **Παροχή Q** : $Q = \mu \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot (2 \cdot g)^{1/2} \cdot \left(\frac{p}{\gamma}\right)^{1/2}$ (97)

- **Ταχύτητα V** στη διατομή πλήρους συστολής: $V = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2}$ (98)

- **Συντελεστής παροχής μ** : $\mu = \frac{c}{\left[1 - c^2 \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^4\right]^{1/2}}$ (99)

- **Συντελεστής πλήρους συστολής c** : από **Πίνακα Von Mises** [**d / D** , **θ**] (βλ. 8.2.4).

8.2.4 Αξιοποίηση Πίνακα Von Mises – έξοδος στην ατμόσφαιρα υπό Πίεση



8.3 Εκροή από οπή υπό την επίδραση της Βαρύτητας

8.3.1 Γενικά

- Ροή συγκλίνουσα – επιταχυνόμενη, η οποία ξεκινάει από ηρεμία, αποδεικνύεται όμως, ότι ικανοποιούνται οι γενικές προϋποθέσεις (βλ. 8.1.1).
 - Στα **όρια** της **φλέβας** η **πίεση** είναι **ατμοσφαιρική** δεν είναι όμως δυνατό να αμεληθεί γενικώς ή επίδραση της βαρύτητας ούτε στην *άμεση γειτονία της οπής* (τούτο συμβαίνει όταν η ταχύτητα εκροής δεν είναι σημαντική):
 - Η κατανομή των ταχυτήτων μέσα στη φλέβα είναι ασύμμετρη.
 - Η μορφή της φλέβας είναι ασύμμετρη.
 - Οι **οριακές γραμμές ροής συγκλίνουν** σε **μικρή απόσταση** από την **οπή**.
 - Εκεί εντοπίζεται η **διατομή πλήρους συστολής**, η οποία έχει εμβαδό $E_{\pi\sigma}$ **μικρότερο** από το εμβαδό της **οπής** $E_{\sigma\pi}$ και ορίζεται ο

συντελεστής πλήρους συστολής:
$$c = \frac{E_{\pi\sigma}}{E_{\sigma\pi}} < 1 \quad (93)$$

- Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις (βλ. 8.3.2 και 8.3.3).
 - A)** Το **μέγεθος** της **οπής** είναι **μικρό σε σχέση** με το **βάθος** αυτής **κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια**. Τότε οι διαφορές ταχυτήτων μεταξύ των δύο οριακών γραμμών της φλέβας είναι δυνατό να αμεληθούν. Τούτο ισοδυναμεί με **αμέληση της βαρύτητας** στην *άμεση γειτονία της οπής*, δηλαδή η περίπτωση είναι ανάλογη της **8.2**!

- **B)** Το **μέγεθος** της **οπής** **δεν** είναι **μικρό** σε **σχέση** με το **βάθος** αυτής **κάτω από** την **ελεύθερη επιφάνεια**.

8.3.2 Δισδιάστατη ροή – εκροή υπό την επίδρασης της Βαρύτητας - Περίπτωση A

- **Σχισμή** ύψους **b** σε **αγωγό βάθους H**, όπου η πίεση είναι **ατμοσφαιρική**:
Τα διάφορα παρακάτω **μεγέθη** απεικονίζονται στο **8.3.4**.
- **Παροχή q** ανά μονάδα πλάτους: $q = \mu \cdot b \cdot (2 \cdot g \cdot h_1)^{1/2}$ (100)
- **Ταχύτητα V** στη διατομή πλήρους συστολής: $V = (2 \cdot g \cdot h_1)^{1/2}$ (101) = (79)!
- **Συντελεστής παροχής μ**: $\mu = C$ (102)
- **Συντελεστής πλήρους συστολής c** **≈ 0,611**: από **Πίνακα Von Mises [0 , 0]** (βλ. **8.3.4**).

8.3.3 Δισδιάστατη ροή – εκροή υπό την επίδρασης της Βαρύτητας - Περίπτωση B

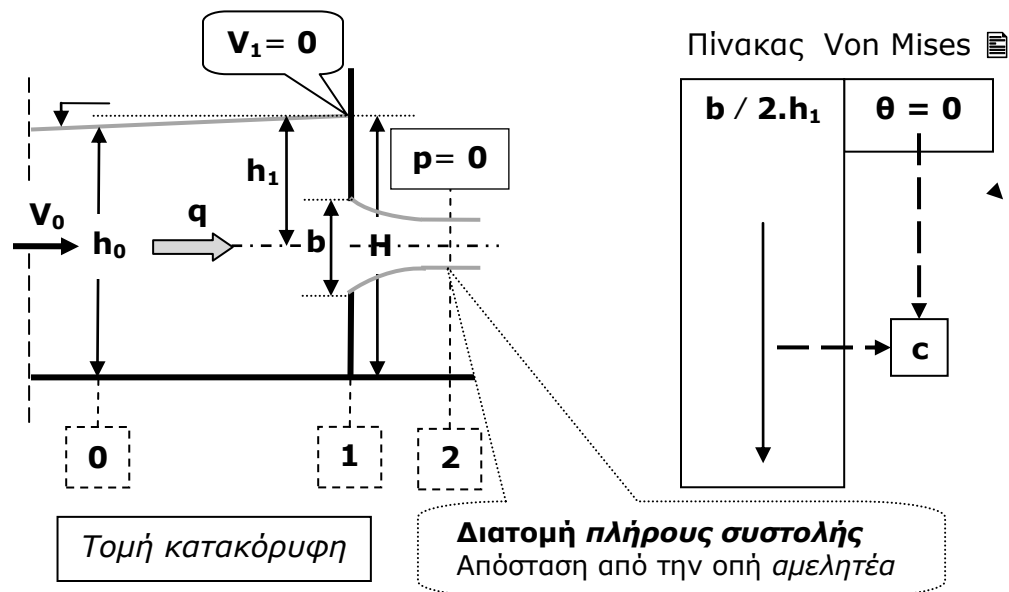
- **Σχισμή** ύψους **b** σε **αγωγό βάθους H**, όπου η πίεση είναι **ατμοσφαιρική**:
Τα διάφορα παρακάτω **μεγέθη** απεικονίζονται στο **8.3.4**.
- **Παροχή q** ανά μονάδα πλάτους: $q = \mu \cdot b \cdot (2 \cdot g \cdot h_1)^{1/2}$ (100)
- **Ταχύτητα V** στη διατομή πλήρους συστολής: $V = (2 \cdot g \cdot h_1)^{1/2}$ (101) = (79)!
- **Ταχύτητα προσαγωγής V₀** στον αγωγό: $V_0 = \frac{q}{h_0}$ (102)

- **Συντελεστής παροχής μ**:
$$\mu = \frac{2 \cdot c}{3} \cdot \left(\frac{b}{h_1} \right)^{1/2} \cdot (C_1^{3/2} - C_2^{3/2})$$

$$C_1 = \frac{V_0^2}{2 \cdot g \cdot b} + \frac{h_1}{b} + \frac{1}{2}$$

$$C_2 = \frac{V_0^2}{2 \cdot g \cdot b} + \frac{h_1}{b} - \frac{1}{2}$$
(103)
- **Συντελεστής πλήρους συστολής c** **μόνο** για **συμμετρικές** οπές από **Πίνακα Von Mises [b / 2.h₁ , 0]** (βλ. **8.3.4**).

8.3.4 Αξιοποίηση Πίνακα Von Mises – εκροή υπό την επίδραση της Βαρύτητας



8.4 Ροή πάνω από Υπερχειλιστή Λεπτής Στέψης

8.4.1 Γενικά

- Αναλύεται καταρχάς ως **οριακή περίπτωση** του **8.4**

ο όπου: $h_1 = \frac{b}{2}$ (βλ. 8.3.4 και 8.4.2) και $y_0 \approx h + w$ (απλοποίηση)

ο Ισχύουν κατ' αναλογία τα αντίστοιχα με τη 8.3.1

ο Η **ελεύθερη επιφάνεια** από **ανάντη συνεχίζεται** στο **άνω όριο** της **φλέβας**

- Οι **υπερχειλιστές** είναι κατασκευές, οι οποίες χρησιμοποιούνται για τον **έλεγχο** της **ροής** ή/και τη **μέτρηση** της **παροχής**.

<Εδώ> θα εξετάσουμε μόνο **υπερχειλιστές λεπτής στέψης**:

- ο **Στέψη**: η ανώτατη ακμή (εγκάρσια στην κατά μήκος τομή).
- ο **Λεπτή**: *πολύ μικρού* πλάτους (κατά τη διεύθυνση της ροής).
- ο **Ύψος υπερχειλιστή w**: κατακόρυφη απόσταση **μεταξύ πυθμένα** και **στέψης**.
- ο **Ύψος υπερχείλισης h**: κατακόρυφο ύψος **φλέβας** **πάνω** από τη **στέψη**.

- Οι **υπερχειλιστές** έχουν **σε όψη διάφορες μορφές**:

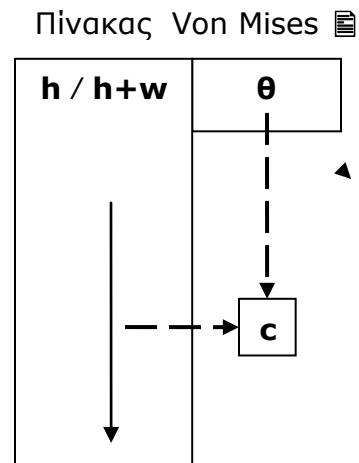
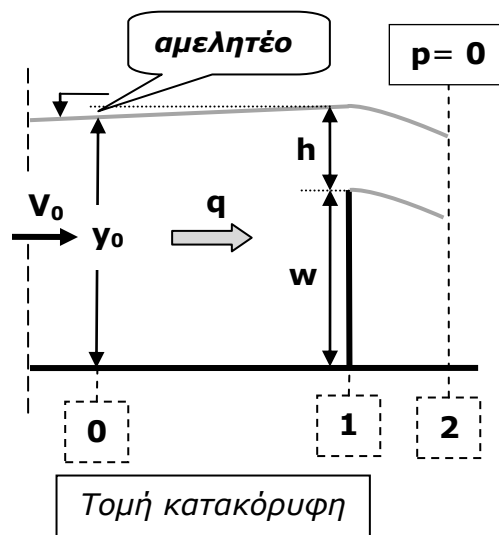
- ο **Καθολικοί**: καταλαμβάνουν **ολόκληρο** το **πλάτος** του ανάντη στοιχείου και είναι τοποθετημένοι **κάθετα** στη ροή.
- ο **Περιορισμένου πλάτους**: ΔΕΝ καταλαμβάνουν ολόκληρο το πλάτος.
- ο **Απλής** (γεωμετρικής) **διατομής**: Ορθογωνικοί – Τριγωνικοί – κ.λπ.
- ο **Σύνθετης** (γεωμετρικής) **διατομής**.

- Οι **υπερχειλιστές** κατά **μήκος της ροής** είναι **κατακόρυφοι** ή **κεκλιμένοι**.

8.4.2 Δισδιάστατη ροή – καθολικός υπερχειλιστής

- Παροχή **q** ανά μονάδα πλάτους: $q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot (2 \cdot g)^{1/2} \cdot h^{3/2}$ (104)
- Ταχύτητα προσαγωγής **V₀** στον αγωγό: $V_0 = \frac{q}{y_0} \approx \frac{q}{h + w}$ (105)
- Συντελεστής παροχής **μ**:
 - **Κατακόρυφοι (μόνο) - Rehbock**: $\mu = 0,605 + \frac{0,08 \cdot h}{w} + \frac{0,001}{h}$ (106)
 - **Γενικώς**: $\mu = C \cdot \left[\left(\frac{V_0^2}{2 \cdot g \cdot h} + 1 \right)^{3/2} - \left(\frac{V_0^2}{2 \cdot g \cdot h} \right)^{3/2} \right]$ (107)

Ο συντελεστής πλήρους συστολής **c**: από Πίνακα Von Mises [$h / h+w, \theta$]



8.4.3 Τρισδιάστατη ροή -υπερχειλιστής **καθολικός** ή **συνεσταλμένος** πλάτους **B**

- Παροχή Q: $Q = \frac{2}{3} \cdot B \cdot \mu \cdot (2 \cdot g)^{1/2} \cdot h^{3/2}$ (108) - καθολικός
- Παροχή Q: $Q = \frac{2}{3} \cdot (B - 0,2 \cdot h) \cdot \mu \cdot (2 \cdot g)^{1/2} \cdot h^{3/2}$ (109)- συνεσταλμένος
- Ταχύτητα προσαγωγής V_0 στον αγωγό: $V_0 = \frac{Q}{B \cdot y_0} \approx \frac{Q}{B \cdot (h + w)}$ (105a)

- Ταχύτητα προσαγωγής V_0 στον αγωγό: $V_0 = \frac{Q}{B^* \cdot y_0} \approx \frac{Q}{B^* \cdot (h + w)}$ (105β)

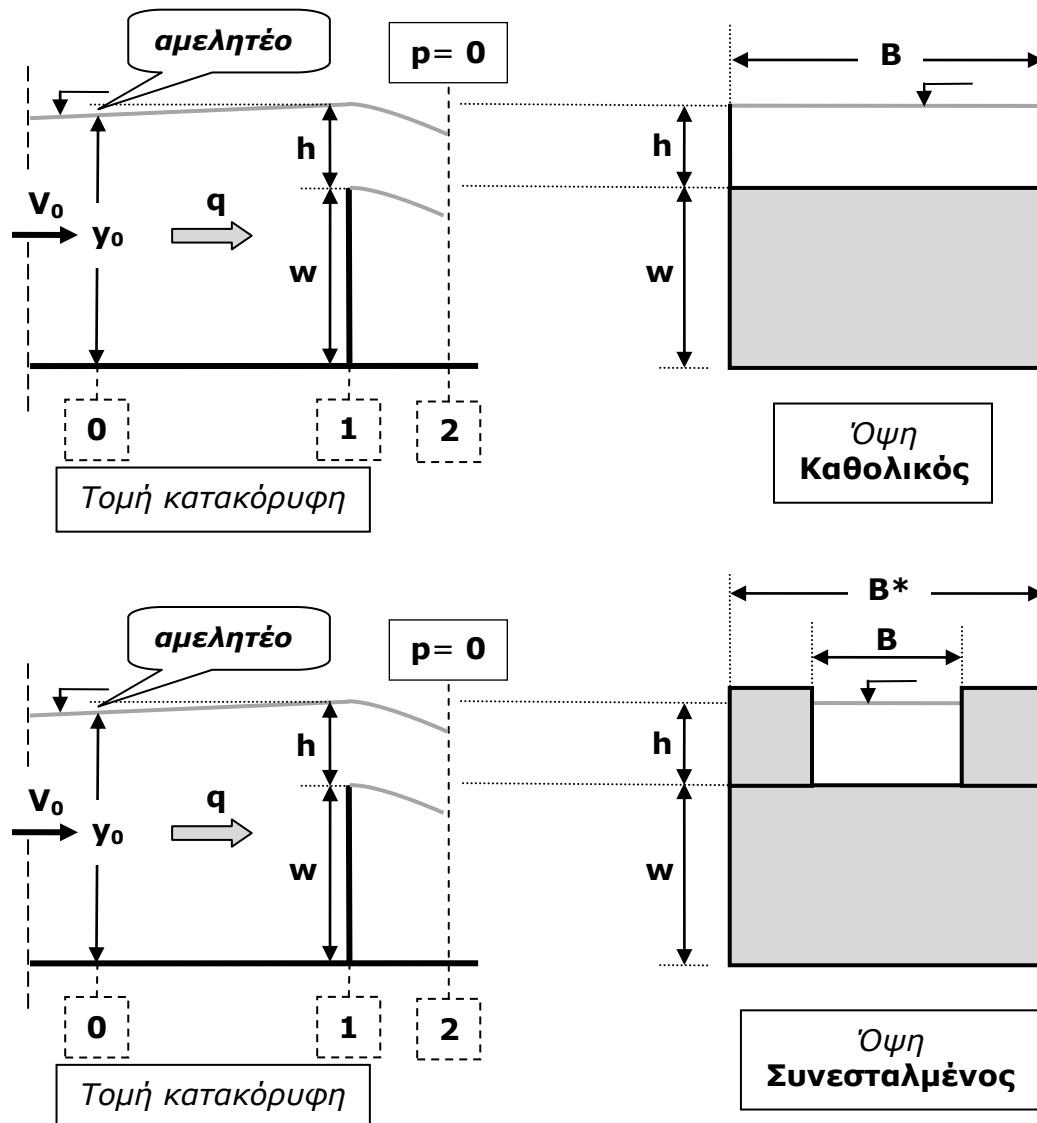
- Συντελεστής παροχής μ :

- ο **Κατακόρυφοι (μόνο) - Rehbock**: $\mu = 0,605 + \frac{0,08 \cdot h}{w} + \frac{0,001}{h}$ (106)

- ο **Γενικώς**: $\mu = c \cdot \left[\left(\frac{V_0^2}{2 \cdot g \cdot h} + 1 \right)^{3/2} - \left(\frac{V_0^2}{2 \cdot g \cdot h} \right)^{3/2} \right]$ (107)

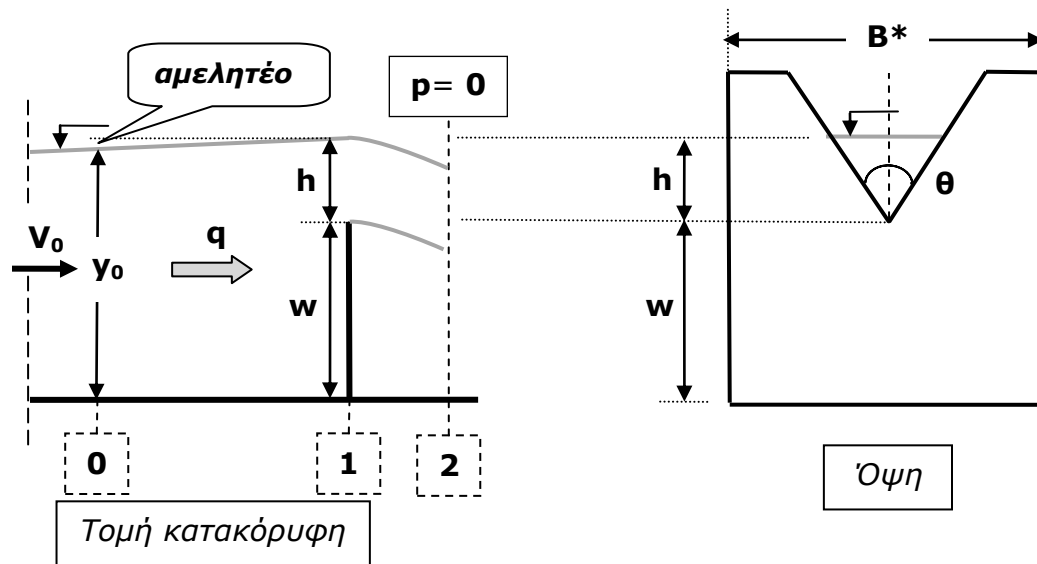
Ο συντελεστής πλήρους συστολής c : από **Πίνακα Von Mises** [$h / h + w$, θ]

- ο Σε υπερχειλιστές **δεξαμενών** η ταχύτητα προσπέλασης είναι συνήθως **μικρή** και η (107) απλοποιείται: $\mu = C$ (107a)



8.4.4 Τρισδιάστατη ροή – συμμετρικός **τριγωνικός** υπερχειλιστής

- Παροχή Q : $Q = \frac{8}{15} \cdot c \cdot \left(\tan \frac{\theta}{2} \right) \cdot (2 \cdot g)^{1/2} \cdot h^{5/2}$ (110)
- Ταχύτητα προσαγωγής V_0 στον αγωγό: $V_0 = \frac{Q}{B^* \cdot y_0} \approx \frac{Q}{B^* \cdot (h + w)}$ (105β)
- Συντελεστής πλήρους συστολής c : **Πειραματικά**



8.4.5 Υπολογισμοί βασικών μεγεθών σε υπερχειλιστές

- Βασικά μεγέθη: **Q , B , B^* , q , y_0 , h , w**
- Διαδικασία υπολογισμού σε διώρυγες
 - **q** , όταν είναι γνωστά δύο από τα τρία των (**y_0 , h , w**).
 - **Q** , όταν είναι γνωστά δύο από τα τρία των (**y_0 , h , w**), το **B** , ή και το **B^*** .
 - **Κατακόρυφος - ορθογωνικός** υπερχειλιστής – μέσω τύπου **Rehbock**
 - Δύο από τα τρία των (**y_0 , h , w**) είναι γνωστά, άρα από $y_0 \approx y_1 = h + w$ **όλα**.
 - Απ' ευθείας υπολογισμός:
 - Από (106) → **μ**
 - Από (104) → **q** , ή από (108) → **Q** , ή από (109) → **Q**

ο **Ορθογωνικός** υπερχειλιστής – **γενικώς**

Από (104), (105) ή (108), (105α) → $V_0 = A_1 \cdot \Phi(v_0)$ (111)

όπου: $A_1 = \frac{2,953 \cdot c}{y_0} \cdot h^{3/2}$ (112)

Από (109), (105β) → $V_0 = A_2 \cdot \Phi(v_0)$ (113)

όπου: $A_2 = \frac{2,953 \cdot c}{y_0} \cdot \frac{(B - 0,2 \cdot h)}{B^*} \cdot h^{3/2}$ (114)

και γενικώς: $\Phi(v_0) = \left[\left(\frac{V_0^2}{2 \cdot g \cdot h} + 1 \right)^{3/2} - \left(\frac{V_0^2}{2 \cdot g \cdot h} \right)^{3/2} \right]$ (115)

Αλγόριθμοι: $V_{0(i+1)} = A_1 \cdot \left[\left(\frac{V_{0(i)}^2}{2 \cdot g \cdot h} + 1 \right)^{3/2} - \left(\frac{V_{0(i)}^2}{2 \cdot g \cdot h} \right)^{3/2} \right]$ (116)

ή: $V_{0(i+1)} = A_2 \cdot \left[\left(\frac{V_{0(i)}^2}{2 \cdot g \cdot h} + 1 \right)^{3/2} - \left(\frac{V_{0(i)}^2}{2 \cdot g \cdot h} \right)^{3/2} \right]$ (116α)

- Δύο από τα τρία των (**y**, **h**, **w**) είναι γνωστά, άρα από $y_0 \approx y_1 = h + w$ **όλα**.
- Υπολογίζω από Πίνακα Von Mises [**h / y , θ**] → **c** **σταθερός** σε όλη τη διαδικασία.
- Υπολογίζω από (112) ή (114) τις σταθερές **A₁** ή **A₂**, κατά περίπτωση.
- Επιλέγω ως 1η τιμή εκκίνησης: **V₀₁** = **A₁** ή **A₂**, κατά περίπτωση.
- Εφαρμόζω τις (116) ή (116α), κατά περίπτωση → **V₀₂**
- Ελέγχω: $\left| \frac{V_{02} - V_{01}}{V_{01}} \right| \leq 2\%$, εάν δεν ισχύει:
- Επανεφαρμόζω τις (116) ή (116α), κατά περίπτωση → **V₀₃**
- Επανελέγχω: $\left| \frac{V_{03} - V_{02}}{V_{02}} \right| \leq 2\%$, εάν (απίθανο) δεν ισχύει επανεφαρμόζω...
- Εάν πληρούνται το κριτήριο σύγκλισης, υπολογίζω τελικώς:

$q = V_{0(\text{τελικο})} \cdot y_0$, ή $Q = V_{0(\text{τελικο})} \cdot y_0 \cdot B$, ή $Q = V_{0(\text{τελικο})} \cdot y_0 \cdot B^*$

- Διαδικασία υπολογισμού σε διώρυγες

- ο **h** ή **w**, όταν είναι γνωστά τα **y₀** και **q**.
- ο **h** ή **w**, όταν είναι γνωστά τα **y₀** και **Q**, το **B**, ή και το **B***.
- ο **Κατακόρυφος - ορθογωνικός** υπερχειλιστής – μέσω τύπου **Rehbock**

Από (104) → $h_{i+1} = \frac{A_3}{\mu(h_i)^{2/3}}$ (117) και $A_3 = 0,486 \cdot q^{2/3}$ (118)

Από (108) → $h_{i+1} = \frac{A_4}{\mu(h_i)^{2/3}}$ (119) και $A_4 = 0,486 \cdot \left(\frac{Q}{B}\right)^{2/3}$ (120)

Από (109) → $h_{i+1} = \frac{A_5}{\mu(h_i)^{2/3}}$ (121) και $A_5 = 0,486 \cdot \left(\frac{Q}{B - 0,2 \cdot h}\right)^{2/3}$ (122)

- Το **y₀** είναι γνωστό, άρα από $y_0 \approx y_1 = h + w$ τα **h** και **w** συσχετίζονται.
- Υπολογίζω από (118), (120) ή (122) τις σταθερές **A₃**, **A₄** ή **A₅** κατά περίπτωση.
- Επιλέγω ως 1η τιμή εκκίνησης:
h₁ = A₃/0,75, ή **h₁ = A₄/0,75**, ή **h₁ = A₅/0,75** κατά περίπτωση.
- Υπολογίζω: $w_1 = y_0 - h_1$
- Υπολογίζω από (106) → μ_1
- Υπολογίζω από (117), (119) ή (121) → h_2 και $w_2 = y_0 - h_2$
- Ελέγχω: $\left| \frac{w_2 - w_1}{w_1} \right| \leq 2\%$, εάν δεν ισχύει:
- Επανυπολογίζω από (106) → μ_2
- Επανυπολογίζω από (117), (119) ή (121) → h_3 και $w_3 = y_0 - h_3$
- Επανελέγχω: $\left| \frac{w_3 - w_2}{w_2} \right| \leq 2\%$, εάν (απίθανο) δεν ισχύει επανεφαρμόζω...
- Εάν πληρούται το κριτήριο σύγκλισης, ισχύουν τελικώς τα **h_{τελικό}** και **w_{τελικό}**

ο **Ορθογωνικός** υπερχειλιστής - **γενικώς**

Από (104) $\rightarrow h_{i+1} = \frac{A_3}{\mu(h_i)^{2/3}}$ (117) και $A_3 = 0,486 \cdot q^{2/3}$ (118)

Από (108) $\rightarrow h_{i+1} = \frac{A_4}{\mu(h_i)^{2/3}}$ (119) και $A_4 = 0,486 \cdot \left(\frac{Q}{B}\right)^{2/3}$ (120)

Από (109) $\rightarrow h_{i+1} = \frac{A_5}{\mu(h_i)^{2/3}}$ (121) και $A_5 = 0,486 \cdot \left(\frac{Q}{B - 0,2 \cdot h}\right)^{2/3}$ (122)

και: $\mu(h_i) = c(h_i) \cdot \left[\left(\frac{q^2}{2 \cdot g \cdot y_0^2 \cdot h_i} + 1 \right)^{3/2} - \left(\frac{q^2}{2 \cdot g \cdot y_0^2 \cdot h_i} \right)^{3/2} \right]$ (123)

$\mu(h_i) = c(h_i) \cdot \left[\left(\frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot (y_0 \cdot B)^2 \cdot h_i} + 1 \right)^{3/2} - \left(\frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot (y_0 \cdot B)^2 \cdot h_i} \right)^{3/2} \right]$ (124)

$\mu(h_i) = c(h_i) \cdot \left[\left(\frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot (y_0 \cdot B^*)^2 \cdot h_i} + 1 \right)^{3/2} - \left(\frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot (y_0 \cdot B^*)^2 \cdot h_i} \right)^{3/2} \right]$ (125)

- Το **y₀** είναι γνωστό, άρα από $y_0 \approx h + w$ τα **h** και **w** **συσχετίζονται**.
- Υπολογίζω από (118), (120) ή (122) τις σταθερές **A₃**, **A₄** ή **A₅** κατά περίπτωση.
- Επιλέγω ως 1η τιμή εκκίνησης:
h₁ = A₃/0,75, ή **h₁ = A₄/0,75**, ή **h₁ = A₅/0,75** κατά περίπτωση.
- Υπολογίζω από (117) , (119) ή (121) $\rightarrow h_1$ και $w_1 = y_0 - h_1$
- Υπολογίζω από Πίνακα Von Mises [**h₁ / y₀ , θ**] $\rightarrow c_1$
μεταβλητός κατά τη διαδικασία - απλή ή και διπλή γραμμική παρεμβολή.
- Υπολογίζω από (123) , (124) ή (125) $\rightarrow \mu_1$
- Υπολογίζω από (117) , (119) ή (121) $\rightarrow h_2$ και $w_2 = y_0 - h_2$
- Ελέγχω: $\left| \frac{w_2 - w_1}{w_1} \right| \leq 2\%$, εάν δεν ισχύει:
- Επανυπολογίζω από Πίνακα Von Mises [**h₂ / y₀ , θ**] $\rightarrow c_2$

- Επανυπολογίζω από (123) , (124) ή (125) $\rightarrow \mu_2$
- Επανυπολογίζω από (117) , (119) ή (121) $\rightarrow h_3$ και $w_3 = y_0 - h_3$
- Επανελέγχω: $\left| \frac{w_3 - w_2}{w_2} \right| \leq 2\%$, εάν (απίθανο) δεν ισχύει επανεφαρμόζω...
- Εάν πληρούται το κριτήριο σύγκλισης, ισχύουν τελικώς τα **$h_{\text{τελικό}}$** και **$w_{\text{τελικό}}$**
- Διαδικασία υπολογισμού σε δεξαμενές
 - Εφαρμόζονται κατά περίπτωση οι προηγούμενες αριθμητικοί μέθοδοι.
 - Οι σχέσεις και διαδικασίες υπολογισμού απλοποιούνται ♪ (βλ. 8.4.3).

8.5 Ροή κάτω από Θυρόφραγμα Λεπτής Ακμής

8.5.1 Γενικά

- Η **ροή** στην **περίπτωση αυτή** παρουσιάζει **ουσιαστική διαφορά** από τις **προηγούμενες περιπτώσεις**:
 - Η εκρέουσα **φλέβα** είναι σε **επαφή** και **υποβαστάζεται** από τον **πυθμένα** στο **κάτω μέρος της**.
 - **Μόνο** στην **πάνω παρειά** της η **πίεση** είναι **ατμοσφαιρική**.
 - Στη **διατομή πλήρους συστολής**, **μέσα** στη **φλέβα**, η **πίεση** κατανέμεται **υδροστατικά**.
 - **ΔΕΝ** ισχύουν όλα τα αντίστοιχα με τη 8.3.1
- Τα **θυροφράγματα** είναι κατασκευές, οι οποίες χρησιμοποιούνται για τον **έλεγχο** της **ροής** ή/και τη **μέτρηση** της **παροχής**.
<Εδώ> θα εξετάσουμε μόνο καθολικά θυροφράγματα λεπτής ακμής:
 - Ακμή: η κατώτατη ακμή (εγκάρσια στην κατά μήκος τομή).
 - Λεπτή: *πολύ μικρού* πλάτους (κατά τη διεύθυνση της ροής).
 - Άνοιγμα θυροφράγματος **b**: κατακόρυφη απόσταση μεταξύ **πυθμένα** και **ακμής**.
 - Βάθος ανάντη ροής **h**: κατακόρυφο βάθος ροής **ολίγον** ανάντη του θυροφράγματος.
 - Βάθος κατόντη ροής **c.b**: κατακόρυφο βάθος ροής στη **διατομή πλήρους συστολής**, **ολίγον** ανάντη του θυροφράγματος.
- Τα **θυροφράγματα** κατά μήκος της ροής είναι κατακόρυφα ή κεκλιμένα.

8.5.2 Δισδιάστατη ροή – καθολικό θυρόφραγμα και τρισδιάστατη ροή – καθολικό θυρόφραγμα πλάτους **B**.

- Παροχή **q** ανά μονάδα πλάτους: $q = \mu \cdot b \cdot (2 \cdot g)^{1/2} \cdot h^{1/2}$ (126)

- Ταχύτητα προσαγωγής **V₀** στον αγωγό: $V_0 = \frac{q}{y_0} \approx \frac{q}{h}$ (127)

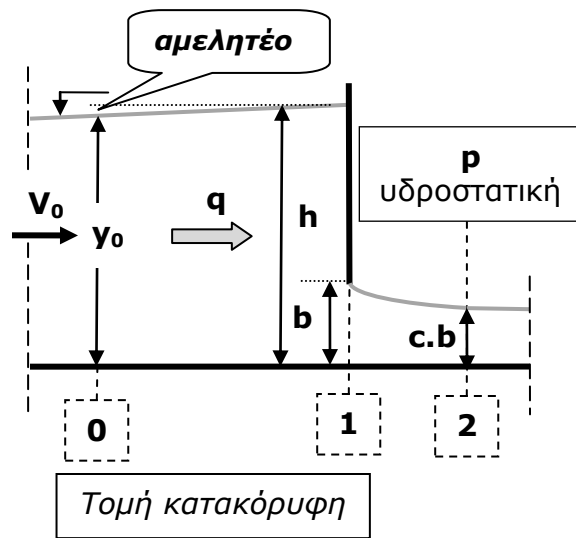
- Παροχή **Q**: $Q = \mu \cdot b \cdot B \cdot (2 \cdot g)^{1/2} \cdot h^{1/2}$ (128)

- Ταχύτητα προσαγωγής **V₀** στον αγωγό: $V_0 = \frac{Q}{y_0 \cdot B} \approx \frac{Q}{h \cdot B}$ (129)

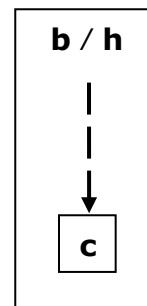
- Συντελεστής παροχής **μ**: $\mu = \frac{c}{\left(1 + c \cdot \frac{b}{h}\right)^{1/2}}$ (130)

Κατακόρυφα (μόνο) συντελεστής πλήρους συστολής **c**: από **Πίνακα Rajer** [**b / h**]

Γενικώς συντελεστής πλήρους συστολής **c**: **Πειραματικά**



Πίνακας Pajet



8.5.3 Υπολογισμοί βασικών μεγεθών σε κατακόρυφα – καθολικά θυροφράγματα

- Βασικά μεγέθη: **Q, B, q, y₀ ≈ h, b**
- Διαδικασία υπολογισμού σε διώρυγες
 - **q**, όταν είναι γνωστά τα **y₀ ≈ h** και **b**.
 - **Q**, όταν είναι γνωστά τα **y₀ ≈ h** και **b** και το **B**.
 - Απ' ευθείας υπολογισμός:
 - Από **Πίνακα Pajet** [**b / h**] → **c**
 - Από (130) → **μ**
 - Από (126) → **q**, ή από (128) → **Q**
 - **b**, όταν είναι γνωστά τα **y₀ ≈ h** και **q**.
 - **b**, όταν είναι γνωστά τα **y₀ ≈ h, q** και **B**.

$$\text{Από (126)} \rightarrow b_{i+1} = \frac{A_6}{\mu(b_i)} \quad (131) \text{ και } A_6 = 0,2258 \cdot \frac{q}{h^{1/2}} \quad (132)$$

$$\text{Από (128)} \rightarrow b_{i+1} = \frac{A_7}{\mu(b_i)} \quad (133) \text{ και } A_7 = 0,2258 \cdot \frac{Q}{B \cdot h^{1/2}} \quad (134)$$

- Υπολογίζω από (132), ή (134) τις σταθερές **A₆** ή **A₇** κατά περίπτωση.
- Επιλέγω ως 1η τιμή εκκίνησης:
b₁ = A₆/0,56, ή **b₁ = A₇/0,56** κατά περίπτωση.

- Υπολογίζω από **Πίνακα Pajet** [$\mathbf{b}_1 / \mathbf{h}$] $\rightarrow \mathbf{c}_1$
- Υπολογίζω από (130) $\rightarrow \mu_1$
- Υπολογίζω από (133) , ή από (134) $\rightarrow \mathbf{b}_2$
- Ελέγχω: $\left| \frac{b_2 - b_1}{b_1} \right| \leq 2\%$, εάν δεν ισχύει:
- Επανυπολογίζω από **Πίνακα Pajet** [$\mathbf{b}_2 / \mathbf{h}$] $\rightarrow \mathbf{c}_1$
- Επανυπολογίζω από (130) $\rightarrow \mu_2$
- Επανυπολογίζω από (133) , ή από (134) $\rightarrow \mathbf{b}_3$
- Επανελέγχω: $\left| \frac{b_3 - b_2}{b_2} \right| \leq 2\%$, εάν (*απίθανο*) δεν ισχύει επανεφαρμόζω...
- Εάν πληρούνται το κριτήριο σύγκλισης, ισχύουν τελικώς τα $\mathbf{b}_{\text{ΤΕΛΙΚΟ}}$ και $\mathbf{c}_{\text{ΤΕΛΙΚΟ}}$

8.6 Ερωτήσεις κατανόησης και Εφαρμογές υπολογισμού

8.6.1 (μία μόνο απάντηση είναι ορθή)

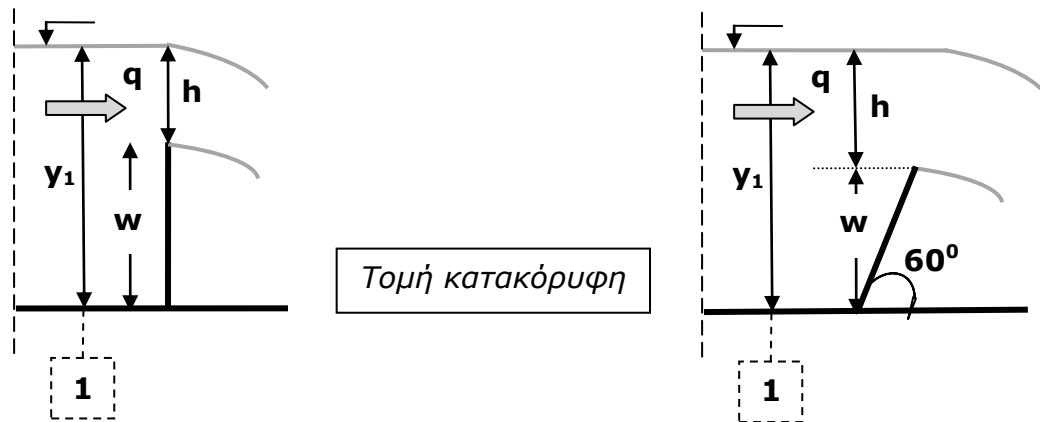
	Απαραίτητη προϋπόθεση, ώστε η θεωρία των ιδεατών ρευστών να είναι δυνατό να εφαρμοσθεί με ικανοποιητική ακρίβεια στα αποτελέσματα σε ορισμένα προβλήματα πραγματικών ρευστών:
	Το πεδίο ροής να είναι αστρόβιλο
	Η ροή να είναι στρωτή
✓	Να εξασφαλίζεται η συνέχεια του ρευστού
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω
	Το φαινόμενο της σπηλαιώσης μεταξύ άλλων...
✓	Συσχετίζεται με τα όρια στη σχέση απόλυτης πίεσης και τάσης ατμών του ρέοντος ρευστού σε συγκεκριμένη θερμοκρασία
	Σε αγωγούς με Ροή υπό Πίεση εμφανίζεται σε περιοχές όπου η πίεση αυξάνει
	Σε αγωγούς με Ροή υπό Πίεση εμφανίζεται σε περιοχές αμέσως κατάντη αντλίας
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω
	Στο φαινόμενο της αποκόλλησης μεταξύ άλλων...
	Μέρος του ρευστού – μακριά από τα στερεά όρια – κινείται αντίρροπα από την κύρια διεύθυνση της κίνησης
✓	Εμφανίζονται στροβιλισμοί και σημαντικές απώλειες ενέργειας
	Μέρος του ρευστού – κοντά στα στερεά όρια κινείται κατά την κύρια διεύθυνση κίνησης
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω
	Τα φαινόμενα της σπηλαιώσης και αποκόλλησης είναι επιθυμητά διότι...
	Μεγιστοποιείται η παροχή
	Ελαχιστοποιούνται οι κίνδυνοι αστοχίας και το κόστος της κατασκευής
✓	Απαιτείται προσεκτικός σχεδιασμός από έμπειρο Μηχανικό
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω
	Σε εκροή από οπή υπό την επίδραση Πίεσης, αμελουμένης της βαρύτητας στην αρχή της φλέβας ισχύει γενικώς:
✓	Στα όρια της φλέβας η πίεση είναι ατμοσφαιρική
	Η ταχύτητα έχει σταθερό μέγεθος στις παρειές της φλέβας
	Η μορφή της φλέβας είναι συμμετρική
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω
	Σε εκροή από οπή υπό την επίδραση της Βαρύτητας:
	Οι οριακές γραμμές ροής συγκλίνουν σε μικρή απόσταση από την οπή
	Η κατανομή των ταχυτήτων μέσα στη φλέβα είναι ασύμμετρη
	Η μορφή της φλέβας είναι ασύμμετρη
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

8.6.2 Η εφαρμογή αφορά σε καθολικό – κατακόρυφο ή κεκλιμένο υπερχειλιστή

Σε οριζόντια ορθογωνική διώρυγα προβλέπεται καθολικός υπερχειλιστής λεπτής στέψης με ύψος $w = 1,25$ m. Η μεταφερόμενη παροχή ανά μέτρο πλάτους είναι q και το βάθος ροής στη διώρυγα ολίγον ανάντη του υπερχειλιστή είναι $y_1 = 2,00$ m. Ο υπερχειλιστής προβλέπεται κατακόρυφος ή κεκλιμένος με γωνία 60° (βλ. σχήμα).

Ζητείται να υπολογιστεί η μεταφερόμενη παροχή q ανά μέτρο πλάτους:

1. Με τον *εμπειρικό τύπο* του Rehbock, στην περίπτωση του κατακόρυφου.
2. Με υπολογισμό του συντελεστή πλήρους συστολής c από τον Πίνακα Von Mises στην περίπτωση του κατακόρυφου.
3. Με υπολογισμό του συντελεστή πλήρους συστολής c από τον Πίνακα Von Mises στην περίπτωση του κεκλιμένου.



$$w = 1,25 \text{ m}, y_1 = 2,00 \text{ m} \rightarrow h = 0,75 \text{ m}$$

1. (106) $\rightarrow \mu = 0,654333$ και (104) $\rightarrow q = 1,255016$
2. Πίνακας Von Mises $[0,375, 90^\circ]$ και γραμμική παρεμβολή $\rightarrow c = 0,62875$
 - ο (112) $\rightarrow A_1 = 0,602981$ - εφαρμόζω την (116)
 - ο Επιλέγω ως 1η τιμή εκκίνησης: $V_{01} = A_1$

V_{01}	V_{02}	$\Delta V_{(2-1)}\%$	V_{03}	$\Delta V_{(3-2)}\%$
0,602981	0,618298	+2,54	0,619050	+0,12 ✓

$\rightarrow q = 1,238099$ (Η τιμή διαφέρει ελάχιστα $< 2\%$, εάν εφαρμόσουμε τους δύο τρόπους).

3. Πίνακας Von Mises $[0,375, 60^\circ]$ και διπλή γραμμική παρεμβολή $\rightarrow c = 0,70875$
 - ο (112) $\rightarrow A_1 = 0,679702$ - εφαρμόζω την (116)
 - ο Επιλέγω ως 1η τιμή εκκίνησης: $V_{01} = A_1$

V_{01}	V_{02}	$\Delta V_{(2-1)}\%$	V_{03}	$\Delta V_{(3-2)}\%$
0,679702	0,701394	+3,19	0,702727	+0,19 ✓

$\rightarrow q = 1,405454$ (Οι τιμές κατακόρυφου / κεκλιμένου διαφέρουν αισθητά $> 10\%$).

8.6.3 Η εφαρμογή αφορά σε καθολικό – κατακόρυφο ή κεκλιμένο υπερχειλιστή

Στην οριζόντια ορθογωνική διώρυγα της εφαρμογής 8.6.2 η μεταφερόμενη παροχή ανά μέτρο πλάτους είναι $q=1,25 \text{ m}^2/\text{s}$ και το βάθος ροής στη διώρυγα ολίγον ανάντη του υπερχειλιστή είναι $y_1=2,00 \text{ m}$ (βλ. σχήμα).

Ζητείται να υπολογιστεί το ύψος w του υπερχειλιστή:

1. Με τον *εμπειρικό τύπο* του Rehbock, στην περίπτωση του κατακόρυφου.
2. Με υπολογισμό του συντελεστή πλήρους συστολής c από τον Πίνακα Von Mises στην περίπτωση του κατακόρυφου.
3. Με υπολογισμό του συντελεστή πλήρους συστολής c από τον Πίνακα Von Mises στην περίπτωση του κεκλιμένου.

$$y_1=2,00 \text{ m} \rightarrow h+w=2,00 \text{ m}$$

1.

- ο (118) $\rightarrow A_3=0,563953$ - εφαρμόζω την (117)
- ο Επιλέγω ως 1η τιμή εκκίνησης: $h_1=0,751937$

h_1	w_1	μ_1	h_2	w_2	$\Delta w_{(2-1)}\%$
0,751937	1,248063	0,654529	0,748096	1,251294	+0,31 ✓

$$\rightarrow w=1,251 \text{ m}$$

2. Πίνακας Von Mises [$h_i / 2,00$, 90°]

- ο (118) $\rightarrow A_3=0,563953$ - εφαρμόζω την (123)
- ο Επιλέγω ως 1η τιμή εκκίνησης: $h_1=0,751937$

h_1	w_1	c_1	μ_1	h_2	w_2	$\Delta w_{(2-1)}\%$
0,751937	1,248063	0,628837	0,651268	0,750591	1,249409	+0,11 ✓

$$\rightarrow w=1,249 \text{ m} \text{ (Η τιμή διαφέρει ελάχιστα αν εφαρμόσουμε τους δύο τρόπους).}$$

3. Πίνακας Von Mises [$h_i / 2,00$, 60°]

- ο (118) $\rightarrow A_3=0,563953$ - εφαρμόζω την (123)
- ο Επιλέγω ως 1η τιμή εκκίνησης: $h_1=0,751937$

h_1	w_1	c_1	μ_1	h_2	w_2	$\Delta w_{(2-1)}\%$
0,751937	1,248063	0,708786	0,734068	0,693030	1,306970	+4,72

c_3	μ_3	h_3	w_3	$\Delta w_{(3-2)}\%$
0,707706	0,737389	0,690948	1,309052	+0,16 ✓

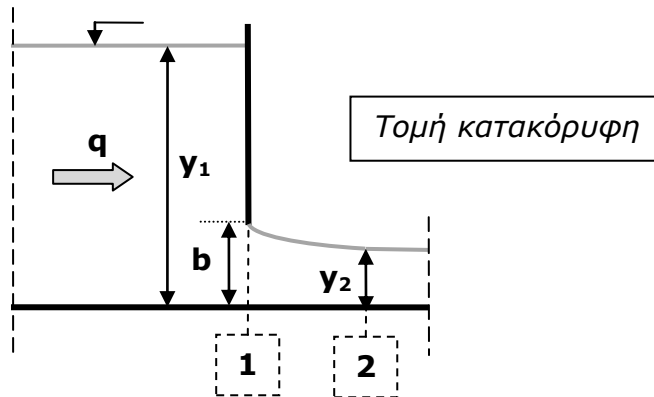
$$\rightarrow w=1,309 \text{ m} \text{ (Οι τιμές κατακόρυφου / κεκλιμένου διαφέρουν αισθητά).}$$

8.6.4 Η εφαρμογή αφορά σε καθολικό – κατακόρυφο θυρόφραγμα

Σε οριζόντια ορθογωνική διώρυγα προβλέπεται καθολικό κατακόρυφο θυρόφραγμα λεπτής ακμής. Η μεταφερόμενη παροχή ανά μέτρο πλάτους είναι q , το βάθος ροής στη διώρυγα *ολίγον* ανάντη του υπερχειλιστή είναι $y_1 = 2,00$ m και το άνοιγμα του θυροφράγματος είναι $b = 0,45$ m (βλ. σχήμα).

Ζητούνται να υπολογιστούν:

1. Η μεταφερόμενη παροχή q ανά μέτρο πλάτους.
2. Το βάθος ροής y_2 στη διατομή πλήρους συστολής κατάντη του θυροφράγματος.



$b / h = 0,225$

1. Από **Πίνακα Pajér** [b / h] και γραμμική παρεμβολή $\rightarrow c = 0,604350$

Από (130) $\rightarrow \mu = 0,567027$

Από (126) $\rightarrow q = 1,598381 \text{ m}^2/\text{s}$

2. $y_2 = c \cdot b = 0,272$ m

8.6.5 Η εφαρμογή αφορά σε καθολικό – κατακόρυφο θυρόφραγμα

Στην οριζόντια ορθογωνική διώρυγα της εφαρμογής 8.6.4 η μεταφερόμενη παροχή ανά μέτρο πλάτους είναι $q = 1,60 \text{ m}^2/\text{s}$ και το βάθος ροής στη διώρυγα *ολίγον* ανάντη του θυροφράγματος είναι $y_1 = 2,00$ m (βλ. σχήμα).

Ζητούνται να υπολογιστούν:

1. Η μεταφερόμενη παροχή q ανά μέτρο πλάτους.
2. Το βάθος ροής y_2 στη διατομή πλήρους συστολής κατάντη του θυροφράγματος.

ο Από (132) $\rightarrow A_6 = 0,255464$ - εφαρμόζω την (131)

ο Επιλέγω ως 1η τιμή εκκίνησης: $b_1 = 0,456185$

b_1	c_1	μ_1	h_2	$\Delta h_{(2-1)}\%$
0,456185	0,604319	0,566533	0,450924	-1,15 ✓

$\rightarrow b = 0,451$ m και $y_2 = 0,273$ m