

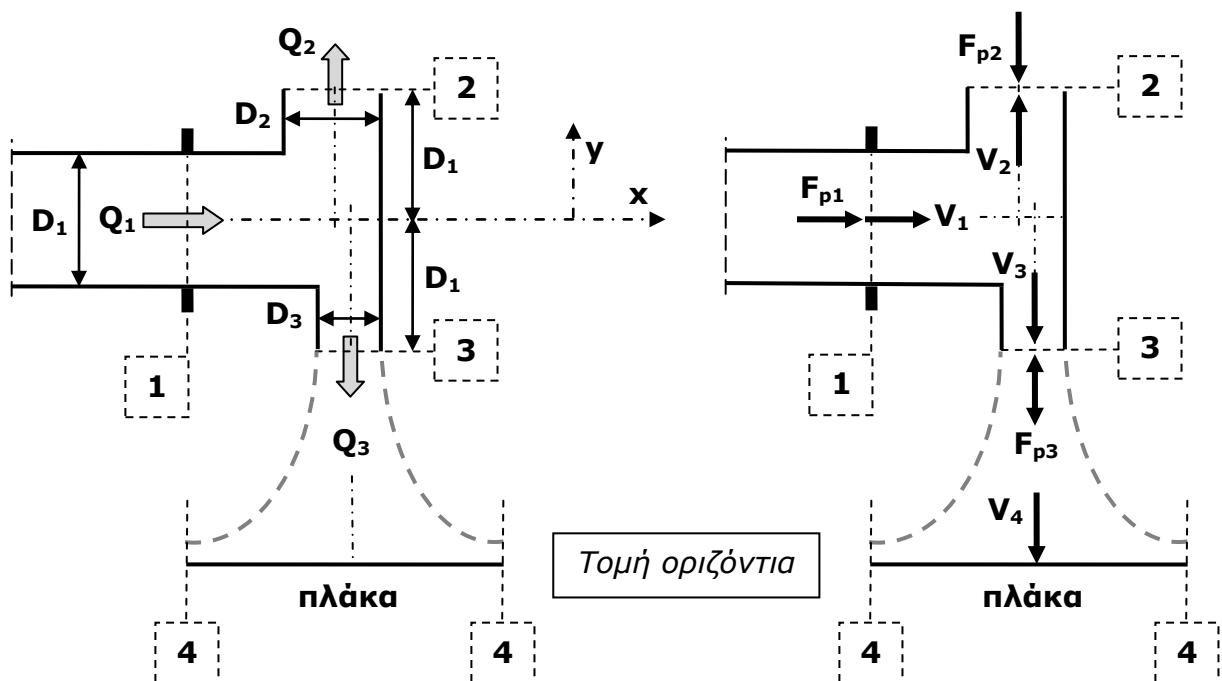
5.3.5 Η εφαρμογή αφορά σε Ροή υπό Πίεση σε συνδυασμό με Ροή τρισδιάστατης Φλέβας στην Ατμόσφαιρα

Σε συνέχεια της εφαρμογής 5.3.2 θεωρούμε ότι, σε πολύ μικρή (*) απόσταση από τη διατομή **3** υπάρχει επίπεδη πλάκα, τοποθετημένη κάθετα στον άξονα της φλέβας (βλ. σχήμα). Όλες οι παραδοχές για τους συντελεστές συνόρθωσης και τις (μηδενικές) απώλειες ενέργειας εξακολουθούν να ισχύουν.

(*) Σημείωση: Θεωρούμε ότι, η φλέβα δεν έχει καμπυλωθεί κατά το κατακόρυφο επίπεδο και διατηρεί τη μορφή και διαστάσεις της, όπως στη διατομή εξόδου από το ειδικό τεμάχιο.

Να υπολογιστεί η συνολική δύναμη F' , (μέτρο και διεύθυνση), η οποία ασκείται στην πλάκα.

Αριθμητική εφαρμογή: $Q_1 = 150 \text{ lt/s}$, $D_1 = 0,4 \text{ m}$, $D_2 = 0,2 \text{ m}$, $D_3 = 0,1 \text{ m}$.



- Επιλέγουμε κατάλληλο **όγκο αναφοράς**: Απαιτείται **ιδιαίτερη προσοχή**!
 - Εάν απλώς προεκτείνουμε τον όγκο της 5.3.2, ώστε να συμπεριληφθούν τα στερεά όρια της φλέβας και η πλάκα, τότε **παραλείπεται** – **εξαφανίζεται** η διατομή **3** και μαζί της η πολύτιμη πληροφορία για τη γνωστή (ατμοσφαιρική) πίεση σε αυτή! ☹
 - Άρα, ακολουθώντας τις οδηγίες της 5.1.6, θα επιλέξουμε λύση με **δύο όγκους** αναφοράς:
 - Αυτών της 5.3.2
 - Πρόσθετο όγκο με τα παρακάτω στοιχεία:
 - Στερεά όρια: διαχωριστική επιφάνεια φλέβας / αέρα και πλάκα.
 - Διατομή εισόδου η διατομή **3**.
 - Διατομή εξόδου η διατομή **4**: ενιαία – **δακτύλιος** (εκ περιστροφής).

- Επιλέγουμε χρηστικό **σύστημα αξόνων** και **επίπεδο αναφοράς κοινό** και για τους δύο όγκους (βλ. 5.3.2).
- Τα αποτελέσματα της επίλυσης της 5.3.2 προφανώς θα τα θεωρήσουμε γνωστά και συνεχίζουμε την επίλυση με την αξιοποίηση του πρόσθετου όγκου.
- Καταστρώνουμε το σύνολο των εξισώσεων:

$$(52\gamma) \rightarrow V_3 \cdot E_3 - V_4 \cdot E_4 = Q_3 - Q_4 = 0$$

$$(57\delta) \rightarrow H_3 = H_4$$

$$\rightarrow z_3 + \frac{p_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2 \cdot g} = z_4 + \frac{p_4}{\gamma} + \frac{V_4^2}{2 \cdot g} \quad (\text{όπου } z_3 = z_4 = 0 \text{ και } p_3 = 0)$$

$$(53\delta) \rightarrow -\rho \cdot \left[(\vec{V}_3 \cdot \vec{Q}_3) - (\vec{V}_4 \cdot \vec{Q}_4) \right] = \sum_3^4 (\vec{F}_{pi}) + \vec{F}_g + \vec{F}$$

$$\rightarrow -\rho \cdot (-V_4 \cdot Q_4) = p_4 \cdot E_4 + F_x$$

$$\text{και } \rho \cdot (V_3 \cdot Q_3) = -(p_3 \cdot E_3) + F_y \quad (\text{όπου } p_3 = 0).$$

Άγνωστα μεγέθη: $E_4, V_4, Q_4, p_4, F_x, F_y$

- Επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων:

$$Q_3 = Q_4$$

Οι τιμές των E_4, V_4, p_4 δεν μας ενδιαφέρουν!

Η **διανομή** τους είναι **συμμετρική** και οι αντίστοιχες δυνάμεις αλληλοαναιρούνται!

$$\rightarrow F_x = 0$$

$$\rightarrow F_y = \frac{4 \cdot \gamma \cdot Q_1^2}{\pi \cdot g} \cdot \frac{D_3^2}{(D_2^2 + D_3^2)^2}$$

Αριθμητική εφαρμογή:

$$F_x = 0 \text{ και } F_y = + 0,011681 \text{ t}$$

$$\rightarrow \mathbf{F'_x} = \mathbf{0} \text{ και } \mathbf{F'_y} = - \mathbf{0,011681 \text{ t}} \text{ (συνιστώσες της δύναμης στην πλάκα)}$$

$$\rightarrow \mathbf{F'} = - \mathbf{0,011681 \text{ t}} \text{ ή } \mathbf{0,1146 \text{ kN, } \underline{\text{κάθετη}} \text{ στην πλάκα.}}$$

$$(52\gamma) \rightarrow V_3 \cdot E_3 - V_4 \cdot E_4 = Q_3 - Q_4 = 0$$

$$\text{και } V_3 \cdot E_3 - V_M \cdot E_M = Q_3 - Q_M = 0$$

$$(57\delta) \rightarrow H_3 = H_4 = H_M$$

$$\rightarrow z_3 + \frac{p_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2 \cdot g} = z_M + \frac{p_M}{\gamma} + \frac{V_M^2}{2 \cdot g}$$

$$(\text{όπου } z_3 = -D_1, z_4 = z_M = -(D_1 + Z) \text{ και } p_3 = p_M = 0)$$

Άγνωστα μεγέθη: E_M, V_M, Q_M

- Επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων:

$$Q_M = Q_3, V_M = (V_3^2 + 2 \cdot g \cdot Z)^{1/2}$$

$$\rightarrow D_M = \left(\frac{V_3^2}{V_3^2 + 2 \cdot g \cdot Z} \right)^{1/4} \cdot D_3 < D_3 !$$

Αριθμητική εφαρμογή:

$$V_M = 7,507385 \text{ m/s}$$

$$D_M = 0,087353 \text{ m}$$

5.3.7 Η εφαρμογή αφορά σε Ροή με Ελεύθερη Επιφάνεια

Διώρυγα συμμετρικής τραπεζοειδούς διατομής με πλάτος στον πυθμένα **b** και κλίση πρανών **z** σχεδιάζεται με οριζόντιο πυθμένα (μηδενική κατά μήκος κλίση) και μεταφέρει νερό με παροχή **Q₁**.

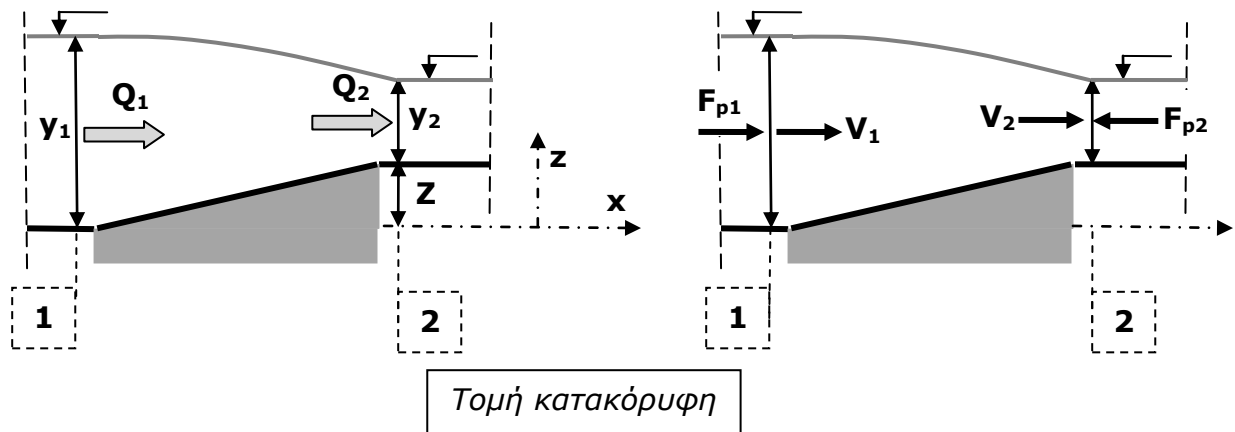
Σε μία περιοχή υπάρχει ομαλή – βαθμιαία ανύψωση του πυθμένα κατά **Z** (*συναρμογή*), ενώ κατάντη της *συναρμογής* η διώρυγα σχεδιάζεται και πάλι με οριζόντιο πυθμένα, πλάτος στον πυθμένα **b**, αλλά με ορθογωνική διατομή.

Τα βάθη ομοιόμορφης ροής στις διατομές **1** – *ολίγον* ανάντη της συναρμογής και **2** – *ολίγον* κατάντη της συναρμογής είναι **y₁** και **y₂** αντιστοίχως (βλ. σχήμα).

Αμελώντας απώλειες ενέργειας και θεωρώντας όλους τους συντελεστές συνόρθωσης σε όλες τις διατομές ίσους με τη μονάδα, να υπολογιστούν:

1. Η μεταφερόμενη παροχή **Q₁**.
2. Η οριζόντια συνιστώσα της δύναμης, οποία πρέπει να αναληφθεί στη *συναρμογή* από το *ειδικό στοιχείο σκυροδέματος*, θεωρώντας ότι η δύναμη η οποία αναλαμβάνεται από τα κατακόρυφα τοιχώματα είναι αμελητέα.

Αριθμητική εφαρμογή: **b = 2,0 m, z = 1, y₁ = 1,20 m, y₂ = 0,86 m, Z = 0,12 m.**



- Επιλέγουμε κατάλληλο **όγκο αναφοράς**:
 - Στερεά όρια = πυθμένας, κατακόρυφα τοιχώματα και ελεύθερη επιφάνεια.
 - Διατομή εισόδου η διατομή **1** και εξόδου η διατομή **2**, **όχι** οι **ακραίες** διατομές της συναρμογής (και του ειδικού στοιχείου σκυροδέματος)! ☹️
 - Διότι **δεν** είναι διατομές **ομοιόμορφης ροής**! ☹️
 - Εκεί τα βάθη ροής είναι **άγνωστα** και η κατανομή των πιέσεων **δεν** είναι **υδροστατική**! ☹️
 - Σε αντίθεση με την 5.3.2 είμαστε υποχρεωμένοι να συμβιβαστούμε και να περιλάβουμε δυνάμεις, οι οποίες ασκούνται απευθείας στους αγωγούς.
- Επιλέγουμε χρηστικό **σύστημα αξόνων** και **επίπεδο αναφοράς**:
 - Άξονας x, ο άξονας του αγωγού, άξονας z κατακόρυφος - κάθετος στον x.
 - Επίπεδο αναφοράς οριζόντιο, αυτό το οποίο ορίζεται από τον πυθμένα του αγωγού ανάντη της συναρμογής.
- Καταστρώνουμε το σύνολο των εξισώσεων:

$$(52\gamma) \rightarrow V_1 \cdot E_1 - V_2 \cdot E_2 = Q_1 - Q_2 = 0$$

$$(57\delta) \rightarrow H_1 = H_2$$

$$\rightarrow z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2 \cdot g}$$

$$(53\delta) \rightarrow -\rho \cdot \left[(\bar{V}_1 \cdot Q_1) - (\bar{V}_2 \cdot Q_2) \right] = \sum_1^2 (\bar{F}_{pi}) + \bar{F}_g + \bar{N}$$

$$\rightarrow -\rho \cdot \left[(V_1 \cdot Q_1) - (V_2 \cdot Q_2) \right] = (\gamma \cdot y_1 \cdot E_1) - (\gamma \cdot y_2 \cdot E_2) + N_x$$

Άγνωστα μεγέθη: $E_1, y_1, V_1, Q_1, E_2, y_2, V_2, Q_2, N_x$

- Επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων:

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow V_1 = \frac{Q_1}{E_1}, V_2 = \frac{Q_1}{E_2}, \text{ όπου: } E_1 = (b + \gamma_1) \cdot \gamma_1 \text{ και } E_2 = b \cdot \gamma_2$$

$$\gamma_1 + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = Z + \gamma_2 + \frac{V_2^2}{2 \cdot g} \text{ (διότι } z_1 = 0 \text{ και } z_2 = Z)$$

$$\rightarrow Q_1 = \left[\frac{2 \cdot g \cdot (\gamma_1 - \gamma_2 - Z)}{E_1^2 - E_2^2} \right] \cdot E_1 \cdot E_2$$

$$\rightarrow N_x = \frac{\gamma \cdot Q_1^2 \cdot (E_1 - E_2)}{g \cdot E_1 \cdot E_2} - (\gamma \cdot \gamma_1 \cdot E_1) + (\gamma \cdot \gamma_2 \cdot E_2)$$

$$\text{όπου: } \gamma_1 = \frac{(3 \cdot b + 2 \cdot \gamma_1) \cdot \gamma_1}{6 \cdot (b + \gamma_1)} \text{ και } \gamma_2 = \frac{\gamma_2}{2}$$

Αριθμητική εφαρμογή:

$$E_1 = 3,840 \text{ m}^2 \text{ και } E_2 = 1,720 \text{ m}^2$$

$$Q_1 = Q_2 = 3,996825 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$V_1 = 1,040840 \text{ m /s και } V_2 = 2,323736 \text{ m /s}$$

$$\gamma_1 = 0,525 \text{ m και } \gamma_2 = 0,430 \text{ m}$$

$$N_x = - 0,753718 \text{ t}$$

$$\rightarrow N'_x = + 0,753718 \text{ t} = + 7,394 \text{ kN}$$

(οριζόντια συνιστώσα της δύναμης στο ειδικό στοιχείο σκυροδέματος)

5.3.8 Η εφαρμογή αφορά σε Ροή με Ελεύθερη Επιφάνεια

Διώρυγα ορθογωνικής διατομής με πλάτος b_1 σχεδιάζεται με οριζόντιο πυθμένα (μηδενική κατά μήκος κλίση) και μεταφέρει νερό με παροχή Q_1 .

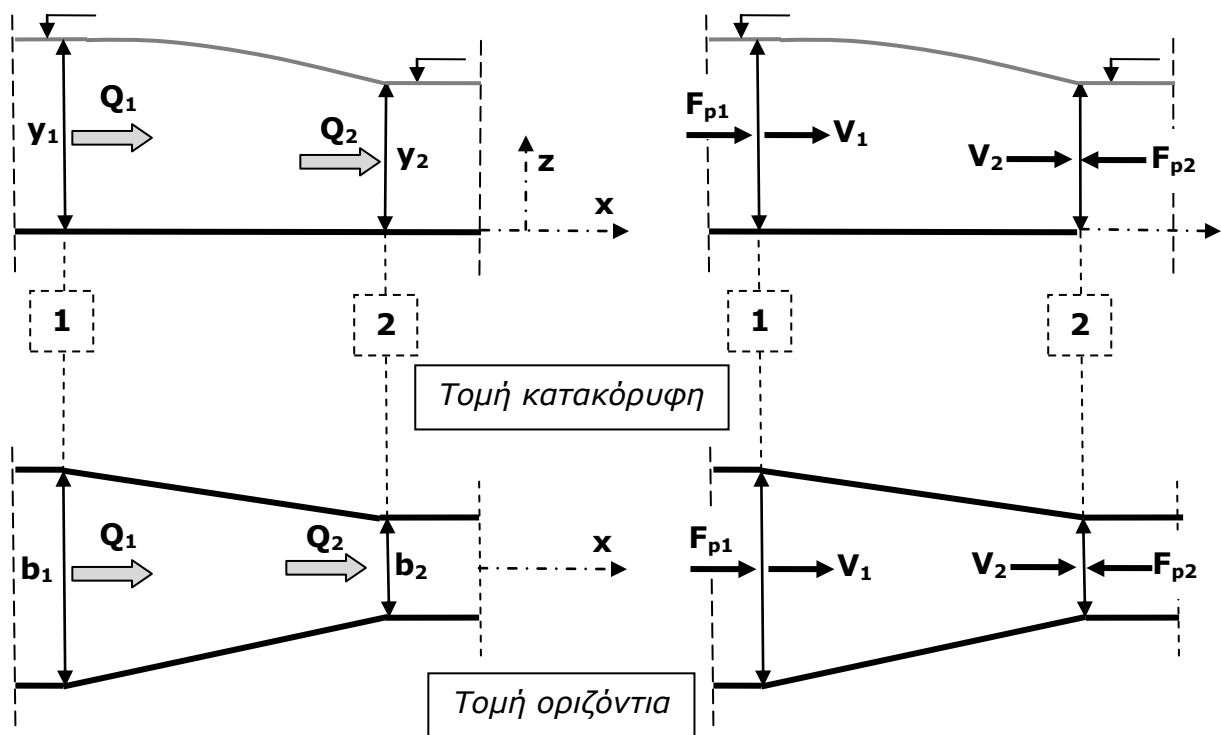
Σε μία περιοχή υπάρχει ομαλή – βαθμιαία μείωση του πλάτους (*συναρμογή*), ενώ κατάντη της *συναρμογής* η διώρυγα σχεδιάζεται και πάλι με οριζόντιο πυθμένα, ορθογωνική διατομή και πλάτος στον πυθμένα b_2 .

Τα βάθη ομοιόμορφης ροής στις διατομές **1** – ολίγον ανάντη της *συναρμογής* και **2** – ολίγον κατάντη της *συναρμογής* είναι y_1 και y_2 αντιστοίχως (βλ. σχήμα).

Αμελώντας απώλειες ενέργειας και θεωρώντας όλους τους συντελεστές συνόρθωσης σε όλες τις διατομές ίσους με τη μονάδα, να υπολογιστούν:

1. Το βάθος ομοιόμορφης ροής y_2 . ($y_2 > 0,74$)
2. Το ελάχιστο πλάτος b_{2min} , για το οποίο είναι δυνατό να παροχετευθεί η Q_1 και το αντίστοιχο βάθος ομοιόμορφης ροής y_2^* .
3. Η οριζόντια συνιστώσα της δύναμης, οποία πρέπει να αναληφθεί στη *συναρμογή*, για τα μεγέθη του ερωτήματος 2.

Αριθμητική εφαρμογή: $Q_1 = 4,0 \text{ m}^3/\text{s}$, $b_1 = 2,94 \text{ m}$, $b_2 = 2,00 \text{ m}$, $y_1 = 1,13 \text{ m}$.



- Επιλέγουμε κατάλληλο **όγκο αναφοράς** (βλ. 5.3.7).
- Επιλέγουμε χρηστικό **σύστημα αξόνων** και **επίπεδο αναφοράς** (βλ. 5.3.7).

- Καταστρώνουμε το σύνολο των εξισώσεων:

$$(52\gamma) \rightarrow V_1 \cdot E_1 - V_2 \cdot E_2 = Q_1 - Q_2 = 0$$

$$(57\delta) \rightarrow H_1 = H_2$$

$$\rightarrow z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2 \cdot g}$$

$$(53\delta) \rightarrow -\rho \cdot \left[(\vec{V}_1 \cdot \vec{Q}_1) - (\vec{V}_2 \cdot \vec{Q}_2) \right] = \sum_1^2 (\vec{F}_{pi}) + \vec{F}_g + \vec{N}$$

$$\rightarrow -\rho \cdot \left[(V_1 \cdot Q_1) - (V_2 \cdot Q_2) \right] = (\gamma \cdot y_1 \cdot E_1) - (\gamma \cdot y_2 \cdot E_2) + N_x$$

Άγνωστα μεγέθη: $E_1, y_1, V_1, E_2, y_2, V_2, Q_2, b_2, N_x$

- Επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων:

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow V_1 = \frac{Q_1}{E_1}, V_2 = \frac{Q_1}{E_2}, \text{ όπου: } E_1 = b_1 \cdot y_1 \text{ και } E_2 = b_2 \cdot y_2$$

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2 \cdot g} \text{ (διότι } z_1 = z_2 = 0 \text{)}$$

$$\rightarrow y_1 + \frac{Q_1^2}{2 \cdot g \cdot b_1^2 \cdot y_1^2} = y_2 + \frac{Q_1^2}{2 \cdot g \cdot b_2^2 \cdot y_2^2}$$

$$\rightarrow y_2^3 - \left(y_1 + \frac{Q_1^2}{2 \cdot g \cdot b_1^2 \cdot y_1^2} \right) \cdot y_2^2 + \frac{Q_1^2}{2 \cdot g \cdot b_2^2} = 0$$

$$\rightarrow y_2^3 - 1,203887 \cdot y_2^2 + 0,203874 = 0$$

Εφαρμόζουμε την αριθμητική επίλυση 2.4.4 **Προτείνεται** ως μέθοδος!

Δεν απαιτείται μετασχηματισμός: $y_2^3 - 1,203887 \cdot y_2 + 0,203874 = 0$

a	b	c	d
1	-1,203887	0	0,203874

$$(17) \rightarrow y_{2v+1} = y_v - \frac{y_{2v}^3 - 1,203887 \cdot y_{2v}^2 + 0,203874}{3 \cdot y_{2v}^2 - 2,407774 \cdot y_{2v}}$$

Για τη 1^η τιμή εκκίνησης: **αμελούμε** το **<+0,203874>** $\rightarrow y_{21} = 1,203887$

(Επί της ουσίας σημαίνει ότι, έχουμε αμελήσει τον όρο κινητικής ενέργειας $\frac{V_2^2}{2 \cdot g}$)

y_{21}	y_{22}	y_{23}	y_{24}
1,203887	1,063221	1,009260	1,000270 ✓

→ $y_2 = 1,00$ m. Ο περιορισμός $y_2 > 0,74$ καλύπτεται.

Εφαρμόζουμε τη μαθηματική λύση 2.4.3 **ΔΕΝ προτείνεται** ως μέθοδος!

A	B	C	D	p	q	Δ
1	-1,203887	0	0,203874	-0,161038	0,037313	-0,002784 < 0

cos φ	φ	y_{21}	y_{22}	y_{23}
-0,577384	125,266730	1,000023	0,564813	-0,360949

→ $y_2 = 1,00$ m. Ο περιορισμός $y_2 > 0,74$ καλύπτεται.

Ενώ δεν καλύπτεται για την επίσης θετική ρίζα: **0,564813** * (βλ. 5.2.6).

- Συνεχίζουμε με το ερώτημα 2.

$$\text{Εξίσωση ενέργειας: } y_1 + \frac{Q_1^2}{2 \cdot g \cdot b_1^2 \cdot y_1^2} = y_2 + \frac{Q_1^2}{2 \cdot g \cdot b_2^2 \cdot y_2^2}$$

- ο Η ενέργεια στη διατομή **1** είναι **σταθερή** και **δεδομένη**.
- ο Η ενέργεια στη διατομή **2** είναι ίση με την προηγούμενη, άρα είναι **σταθερή** αλλά, αποτελεί συνάρτηση των μεταβλητών (αγνώστων) **y_2 και b_2** !

$$\text{Η παράγωγός της εξίσωσης ενέργειας: } y_2 + \frac{Q_1^2}{2 \cdot g \cdot b_2^2 \cdot y_2^2} - \left(y_1 + \frac{Q_1^2}{2 \cdot g \cdot b_1^2 \cdot y_1^2} \right) = 0$$

$$\text{δηλαδή της } y_2^3 - \left(y_1 + \frac{Q_1^2}{2 \cdot g \cdot b_1^2 \cdot y_1^2} \right) \cdot y_2^2 + \frac{Q_1^2}{2 \cdot g \cdot b_2^2} = 0, \text{ ως προς } y_2 \text{ είναι:}$$

$$3 \cdot y_2^2 - 2 \cdot \left(y_1 + \frac{Q_1^2}{2 \cdot g \cdot b_1^2 \cdot y_1^2} \right) \cdot y_2 \text{ και ο μηδενισμός της μας δίνει τις οριακές τιμές:}$$

$$3 \cdot y_2^{*2} - 2 \cdot \left(y_1 + \frac{Q_1^2}{2 \cdot g \cdot b_1^2 \cdot y_1^2} \right) = 0 \rightarrow y_2^* = \frac{2}{3} \cdot \left(y_1 + \frac{Q_1^2}{2 \cdot g \cdot b_1^2 \cdot y_1^2} \right)$$

$$\text{και } b_{2\min} = \left(\frac{3,375}{g} \right)^{1/2} \cdot \frac{Q_1}{\left(y_1 + \frac{Q_1^2}{2 \cdot g \cdot b_1^2 \cdot y_1^2} \right)^{3/2}}$$

Συνεχίζουμε με το ερώτημα 3.

$$\rightarrow N_x = \frac{\gamma \cdot Q_1^2 \cdot (E_1 - E_2^*)}{g \cdot E_1 \cdot E_2^*} - (\gamma \cdot y_1 \cdot E_1) + (\gamma \cdot y_2^* \cdot E_2^*) \text{ όπου: } y_1 = \frac{y_1}{2} \text{ και } y_2^* = \frac{y_2^*}{2}$$

Αριθμητική εφαρμογή:

$$E_1 = 3,322200 \text{ m}^2 \text{ και } V_1 = 1,204021 \text{ m/s}$$

$$y_2 = 1,00 \text{ m}$$

$$E_2 = 2,000046 \text{ m}^2 \text{ και } V_2 = 1,999954 \text{ m/s}$$

$$y_2^* = 0,802591 \text{ m και } b_{2\min} = 1,776166 \text{ m}$$

$$y_1 = 0,565 \text{ m και } y_2^* = 0,500 \text{ m}$$

$$N_x = -0,552548 \text{ t}$$

$$\rightarrow N'_x = +0,552548 \text{ t} = +5,028 \text{ kN}$$

(οριζόντια συνιστώσα της δύναμης στη *συναρμογή*)

5.3.9 Η εφαρμογή αφορά σε συνδυασμό Ροής με Ελεύθερη Επιφάνεια και Ροής υπό Πίεση

Αγωγός κυκλικής διατομής με διάμετρο **D** σχεδιάζεται με οριζόντιο πυθμένα (μηδενική κατά μήκος κλίση), μεταφέρει νερό με παροχή **Q₁** και καταλήγει σε *φρεάτιο*. Κατάντη του *φρεατίου* η παροχή διοχετεύεται σε αγωγό κυκλικής διατομής με διάμετρο **D** και οριζόντιο πυθμένα.

Το βάθος ομοιόμορφης ροής στη διατομή **1** – ολίγον ανάντη του *φρεατίου* είναι **y₁**. Ολίγον κατάντη του *φρεατίου*, σε διατομή ομοιόμορφης ροής **2**, είναι τοποθετημένο απλό πιεζόμετρο, του οποίου η ένδειξη - εκτός του αγωγού - είναι **h** (βλ. σχήμα).

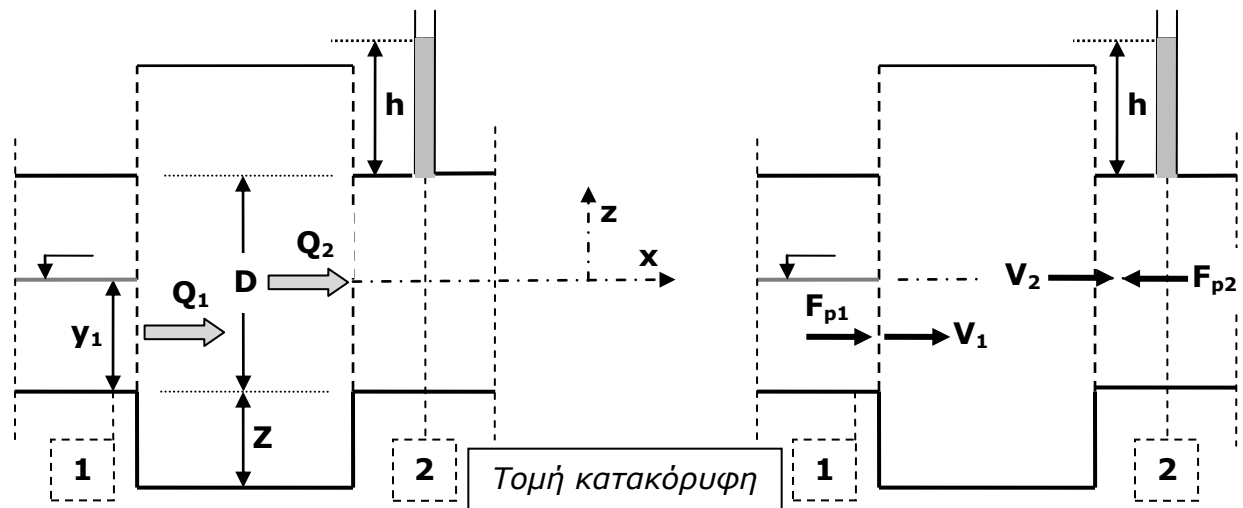
Οι απώλειες ενέργειας μεταξύ της διατομής εισόδου και της διατομής εξόδου δίδονται από τη σχέση: $\Delta H_{1-2} = V_2^2 / 4 \cdot g$.

Θεωρούμε όλους τους συντελεστές συνόρθωσης σε όλες τις διατομές ίσους με τη μονάδα.

Ζητούνται να υπολογιστούν:

1. Η ένδειξη **h** στο πιεζόμετρο.
2. Η οριζόντια συνιστώσα της δύναμης, οποία ασκείται στο *φρεάτιο*.

Αριθμητική εφαρμογή: **Q₁ = 4,5 m³/s, D = 1,5 m, y₁ = 0,75 m, Z = 0,75 m.**



- Επιλέγουμε κατάλληλο **όγκο αναφοράς** (βλ. 5.3.7).
- Επιλέγουμε χρηστικό **σύστημα αξόνων** και **επίπεδο αναφοράς** (βλ. 5.3.7).
 - ο Άξονας x, ο άξονας των αγωγών, άξονας z κατακόρυφος - κάθετος στον x.
 - Επίπεδο αναφοράς οριζόντιο, αυτό το οποίο ορίζεται από την ελεύθερη επιφάνεια του αγωγού ανάντη του *φρεατίου*, η οποία ταυτίζεται με τον άξονα του αγωγού κατάντη του *φρεατίου*.
- Καταστρώνουμε το σύνολο των εξισώσεων:
 - ο **Προσοχή**: Στη διατομή **1**, η ροή είναι με **Ελεύθερη Επιφάνεια**, παρότι ο αγωγός έχει γεωμετρικά κλειστή μορφή ☛
 - ο Στη διατομή **2**, η ροή είναι **Υπό Πίεση**.

$$(52\gamma) \rightarrow V_1 \cdot E_1 - V_2 \cdot E_2 = Q_1 - Q_2 = 0$$

$$(57\delta) \rightarrow H_1 = H_2 + \Delta H_{1-2}$$

$$\rightarrow z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2 \cdot g} + \Delta H_{1-2}$$

$$(53\delta) \rightarrow -\rho \cdot \left[(\bar{V}_1 \cdot Q_1) - (\bar{V}_2 \cdot Q_2) \right] = \sum_1^2 (\bar{F}_{pi}) + \bar{F}_g + \bar{N}$$

$$\rightarrow -\rho \cdot \left[(V_1 \cdot Q_1) - (V_2 \cdot Q_2) \right] = (\gamma \cdot y_1 \cdot E_1) - (p_2 \cdot E_2) + N_x$$

Άγνωστα μεγέθη: $E_1, y_1, V_1, E_2, V_2, Q_2, N_x$

- Επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων:

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow V_1 = \frac{Q_1}{E_1}, V_2 = \frac{Q_1}{E_2}, \text{ όπου: } E_1 = \frac{\pi \cdot D^2}{8} \text{ και } E_2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$\frac{V_1^2}{2 \cdot g} = h + \frac{D}{2} + \frac{3 \cdot V_2^2}{4 \cdot g} \text{ (διότι } z_1 = -y_1, z_2 = 0, \frac{p_2}{\gamma} = h + \frac{D}{2} \text{ ☛ και } \Delta H_{1-2} = \frac{V_2^2}{4 \cdot g} \text{)}$$

$$\rightarrow h = \left(\frac{2 \cdot V_1^2 - 3 \cdot V_2^2}{4 \cdot g} \right) - \frac{D}{2} = \frac{20 \cdot Q_1^2}{\pi^2 \cdot g \cdot D^4} - \frac{D}{2} \text{ (ανεξάρτητο του } Z \text{ ☛)}$$

$$y_1 = \frac{2 \cdot D}{3 \cdot \pi} \text{ και } p_2 = \gamma \cdot \left(h + \frac{D}{2} \right)$$

$$\rightarrow N_x = \frac{4 \cdot \gamma \cdot Q_1^2}{\pi \cdot g \cdot D^2} - \frac{\gamma \cdot D^3}{12} + \gamma \cdot \left(h + \frac{D}{2} \right) \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \text{ (ανεξάρτητο του } Z \text{ ☛)}$$

Αριθμητική εφαρμογή:

$$E_1 = 0,883573 \text{ m}^2, V_1 = 5,092958 \text{ m/s}, E_2 = 1,767146 \text{ m}^2, V_2 = 2,546479 \text{ m/s}$$

$$h = 0,076269 \text{ m}$$

$$\gamma_1 = 0,318310 \text{ m και } p_2 = 0,796269 \text{ t/m}^2$$

$$N_x = -0,010777 \text{ t}$$

$$\rightarrow N'_x = +0,010777 \text{ t} = +0,106 \text{ kN}$$

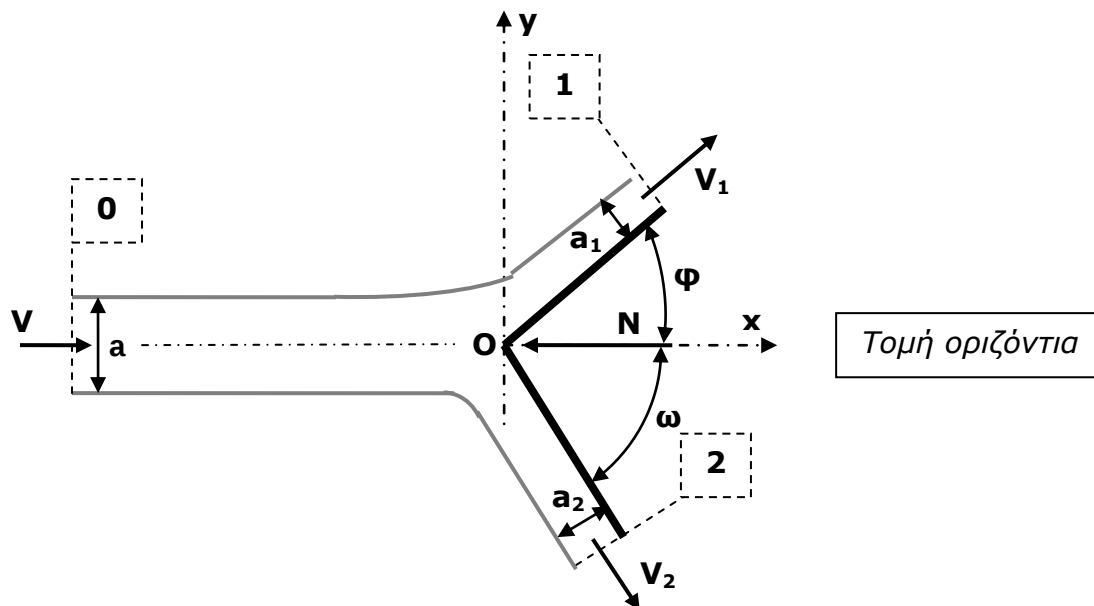
(οριζόντια συνιστώσα της δύναμης στο φρεάτιο)

5.3.6 Η εφαρμογή αφορά σε Ροή δισδιάστατης Φλέβας στην Ατμόσφαιρα

4.1 Δισδιάστατο πτερύγιο, μορφής L με γωνία 90° , σε οριζόντιο επίπεδο δέχεται εκτοξευόμενη δισδιάστατη φλέβα νερού πάχους a , με ταχύτητα V . Με δεδομένο ότι η συνολική αντίδραση N της στήριξης του πτερυγίου είναι ομοαξονική με τη φλέβα (βλ. σχήμα), αμελώντας απώλειες ενέργειας και θεωρώντας όλους τους συντελεστές συνόρθωσης σε όλες τις διατομές ίσους με τη μονάδα, ζητούνται:

1. Να υπολογιστούν τα πάχη των φλεβών a_1 και a_2 συναρτήσει των a , φ και ω .
2. Να υπολογιστεί η αντίδραση της στήριξης N (ανά μέτρο πλάτους καθέτως στο οριζόντιο επίπεδο).
3. Αν το πτερύγιο μπορεί να στραφεί περί το O, παραμένοντας απαραμόρφωτο, να υπολογιστεί η μέγιστη τιμή της αντίδρασης $N'_{\max}$ και οι αντίστοιχες (ως προς τον άξονα της φλέβας) γωνίες, όπου αυτή εμφανίζεται.

Αριθμητική εφαρμογή : $a = 45 \text{ cm}$, $V = 3,5 \text{ m/s}$, $\varphi = 30^\circ$, $\omega = 60^\circ$.



- Επιλέγουμε κατάλληλο **όγκο αναφοράς**:
 - ο Στερεά όρια: διαχωριστική επιφάνεια φλέβας / αέρα και πτερύγιο.
 - ο Διατομή εισόδου η **0** στην ατμόσφαιρα.
 - ο Διατομές εξόδου οι **1** και **2** στην ατμόσφαιρα.
- Επιλέγουμε χρηστικό **σύστημα αξόνων** και **επίπεδο αναφοράς**:
 - Αξονας x, ο άξονας της φλέβας, άξονας y οριζόντιος - κάθετος στον x.
 - Επίπεδο αναφοράς οριζόντιο, αυτό το οποίο ορίζεται από τους άξονες x και y
→ Οι αποστάσεις z_i στην εξίσωση ενέργειας μηδενίζονται 🎵

- Καταστρώνουμε το σύνολο των εξισώσεων:

$$(52\gamma) \rightarrow V \cdot a - V_1 \cdot a_1 - V_2 \cdot a_2 = q_0 - q_1 - q_2 = 0$$

$$(57\delta) \rightarrow H_0 = H_1 = H_2$$

$$\rightarrow z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2 \cdot g}$$

$$\text{και } z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{V^2}{2 \cdot g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g}$$

$$(53\delta) \rightarrow -\rho \cdot \left[(\vec{V} \cdot \vec{q}_0) - (\vec{V}_1 \cdot \vec{q}_1) - (\vec{V}_2 \cdot \vec{q}_2) \right] = \sum_1^3 (\vec{F}_{pi}) + \vec{F}_g + \vec{N}$$

$$\rightarrow -\rho \cdot [V \cdot q_0 - V_1 \cdot q_1 \cdot \cos \phi - V_2 \cdot q_2 \cdot \cos \omega] = \sum_1^3 (F_{pix}) + N_x$$

$$\text{και } -\rho \cdot [-V_1 \cdot q_1 \cdot \sin \phi + V_2 \cdot q_2 \cdot \sin \omega] = \sum_1^3 (F_{piy}) + N_y$$

Άγνωστα μεγέθη: $q_0, a_1, V_1, q_1, a_2, V_2, q_2, N_x, N_y$

- Επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2 \cdot g} \rightarrow V_1 = V_2 \text{ (διότι } z_1 = z_2 = 0 \text{ και } p_1 = p_2 = 0)$$

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{V^2}{2 \cdot g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} \rightarrow V = V_1 = V_2 \rightarrow a = a_1 + a_2 \text{ (διότι } z_0 = 0 \text{ και } p_0 = 0)$$

Εκφώνηση: «*Η συνολική αντίδραση **N** της στήριξης του πτερυγίου είναι ομοαξονική με τη φλέβα*» → **N_y = 0** 🎵

$$\rightarrow V_1 \cdot q_1 \cdot \sin \phi - V_2 \cdot q_2 \cdot \sin \omega = 0 \rightarrow a_1 = \frac{\sin \omega}{\sin \omega + \sin \phi} \cdot a \text{ και } a_2 = \frac{\sin \phi}{\sin \omega + \sin \phi} \cdot a$$

$$\rightarrow N = N_x = - \frac{\gamma \cdot V^2 \cdot a}{g} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sin \omega + \cos \omega} \right)$$

Συνεχίζουμε με το ερώτημα 3.

Πρέπει να μεγιστοποιηθεί ο όρος $\sin \omega + \cos \omega \rightarrow \omega = \phi = 45^\circ$

$$\rightarrow N_{\max} = N_{x\max} = - \frac{\gamma \cdot V^2 \cdot a}{g} \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot \sin 45^\circ} \right)$$

Αριθμητική εφαρμογή:

$$V_1 = V_2 = V = 3,5 \text{ m/s}$$

$$a_1 = 0,285289 \text{ m και } a_2 = 0,164711 \text{ m}$$

$$q_0 = 1,575000 \text{ m}^2/\text{s}, q_1 = 0,998512 \text{ m}^2/\text{s και } q_2 = 0,5764 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$N_x = - 0,150568 \text{ t/m και } N_y = 0$$

$$\rightarrow N'_x = + 0,150568 \text{ t/m και } N'_y = 0 \text{ (συνιστώσες της δύναμης στο πτερύγιο)}$$

$$\rightarrow N' = + 0,150568 \text{ t/m} = 1,477 \text{ kN/m}$$

$$N_{x\max} = - 0,164584 \text{ t/m}$$

$$\rightarrow N'_{\max} = + 0,164584 \text{ t} = 1,615 \text{ kN/m και } \omega = \phi = 45^\circ$$