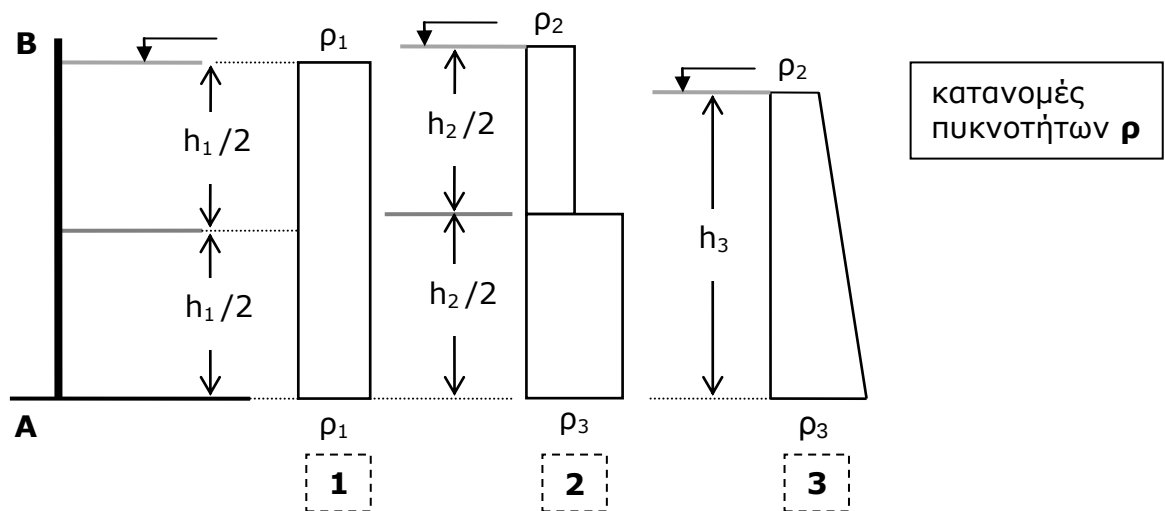


1.1 Σε μία λίμνη με μεγάλο πλάτος σχεδιάζεται η κατασκευή κατακόρυφου φράγματος AB, το οποίο είναι πρόβολος με πάκτωση στο A. Εξετάζονται τρεις περιπτώσεις κατανομής της πυκνότητας στο υγρό της λίμνης, με πυκνότητες ρ_1, ρ_2, ρ_3 και αντίστοιχα βάθη h_1, h_2, h_3 (βλ. σχήμα).

Να υπολογιστούν:

1. Τα βάθη h_2 και h_3 ως συναρτήσεις του βάθους h_1 , ώστε η ροπή πάκτωσης M (ανά μέτρο πλάτους) να έχει την ίδια τιμή για όλες τις περιπτώσεις.
2. Η αντίστοιχη συνολική δύναμη F από υδροστατικές πιέσεις, η οποία ασκείται σε αυτό (ανά μέτρο πλάτους) για τα παραπάνω βάθη σε όλες τις περιπτώσεις.

Αριθμητική εφαρμογή: $h_1 = 20$ m, $\rho_1 = 1.050$ kg/m³, $\rho_2 = 1.000$ kg/m³ και $\rho_3 = 1.100$ kg/m³



<βλ. 2.3.2 FM NV401_2 A>

$$\rho_1 = g \cdot \rho_1 \cdot h_1, F_1 = \frac{g \cdot \rho_1 \cdot h_1^2}{2}, M_1 = \frac{g \cdot \rho_1 \cdot h_1^3}{6}$$

$$\rho_2 = \frac{g \cdot (\rho_2 + \rho_3) \cdot h_2}{2}, F_2 = \frac{g \cdot (3 \cdot \rho_2 + \rho_3) \cdot h_2^2}{8}, M_2 = \frac{g \cdot (7 \cdot \rho_2 + \rho_3) \cdot h_2^3}{48}$$

$$\rho_3 = \frac{g \cdot (\rho_2 + \rho_3) \cdot h_3}{2}, F_2 = \frac{g \cdot (2 \cdot \rho_2 + \rho_3) \cdot h_3^2}{6}, M_3 = \frac{g \cdot (3 \cdot \rho_2 + \rho_3) \cdot h_3^3}{24}$$

$$M_1 = M_2 \rightarrow h_2 = \left(\frac{8 \cdot \rho_1}{7 \cdot \rho_2 + \rho_3} \right)^{1/3} \cdot h_1$$

$$M_1 = M_3 \rightarrow h_3 = \left(\frac{4 \cdot \rho_1}{3 \cdot \rho_2 + \rho_3} \right)^{1/3} \cdot h_1$$

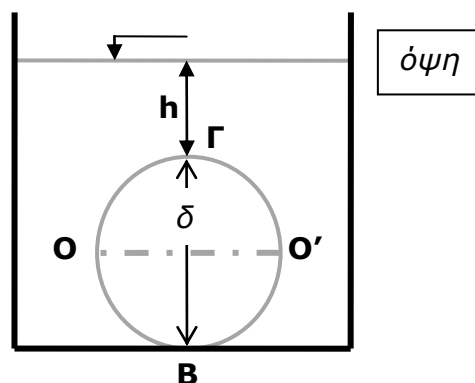
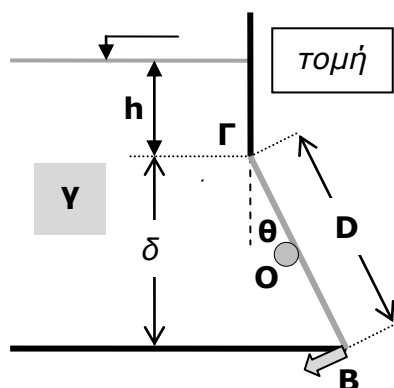
	h [m]	M [t.m/m]	F [t/m]
1	20,000000	1.400,0	210,000000
2	20,243926	1.400,0	210,030987
3	20,161297	1.400,0	210,013586

1.2 Στο τοίχωμα δεξαμενής, η οποία περιέχει νερό, προβλέπεται κυκλική θυρίδα, με διάμετρο **D** και βάρος **w** (ανά μονάδα επιφανείας). Το τοίχωμα έχει κλίση με γωνία **θ** και το βάθος μέχρι τη θυρίδα είναι **h**. Η θυρίδα είναι στρεπτή (γραμμική άρθρωση) περί οριζόντιο άξονα στη διάμετρό της **ΟΟ'**, στηρίζεται με απλή στήριξη (κύλιση) στο **B** και κινείται ελεύθερα στο **Γ** (βλ. σχήμα).

Να υπολογιστούν:

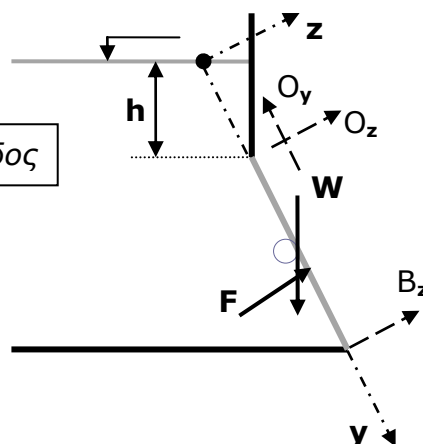
1. Οι αντιδράσεις των στηρίξεων.
2. Η συνολική δύναμη η οποία ασκείται στη θυρίδα από υδροστατικές πιέσεις. (μέτρο, διεύθυνση, σημείο εφαρμογής).

Αριθμητική εφαρμογή: **D = 2,5 m**, **h = 1,0 m**, **w = 5,0 t / m²**, **θ = 30°**.



<βλ. 2.3.2 FM NV401_2 A>

Αναλυτική μέθοδος



Το σύστημα αξόνων είναι **ορισμένο** από τη μέθοδο

$$(9) \rightarrow F = \gamma \cdot \left(h + \frac{D \cdot \cos \theta}{2} \right) \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \rightarrow \mathbf{F = 10,222604 \text{ t} = 100,284 \text{ kN}}$$

$$(10) \rightarrow y_{\pi} = \left(\frac{h}{\cos \theta} + \frac{D}{2} \right) + \frac{D^2}{16 \cdot \left(\frac{h}{\cos \theta} + \frac{D}{2} \right)}$$

$$\rightarrow e_{OF} = \frac{D^2}{16 \cdot \left(\frac{h}{\cos \theta} + \frac{D}{2} \right)} = \mathbf{0,162442 \text{ m}}$$

$$W = w \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \rightarrow \mathbf{W = 24,543693 \text{ t} = 240,774 \text{ Kn}} \text{ και } e_{OW} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -O_y + W \cdot \cos \theta = 0 \rightarrow \mathbf{O_y = 21,255461 \text{ t} = 208,516 \text{ kN}}$$

$$\sum M_o = 0 \rightarrow B_z \cdot \frac{D}{2} + F \cdot e_{OF} = 0 \rightarrow \mathbf{B_z = -1,328466 \text{ t} = -12,845 \text{ kN}}$$

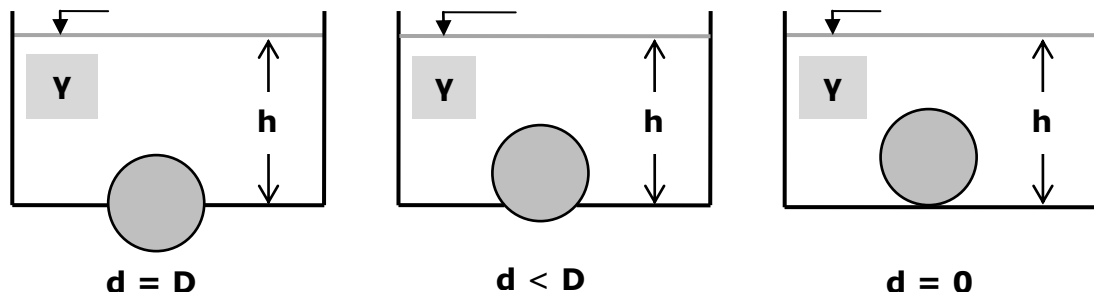
$$\sum F_z = 0 \rightarrow O_z + B_z + F - W \cdot \sin \theta = 0 \rightarrow \mathbf{O_z = 3,377709 \text{ t} = 33,135 \text{ kN}}$$

Η συνολική δύναμη και το σημείο εφαρμογής της έχουν ήδη υπολογιστεί: $\mathbf{F, y_n}$
 Η διεύθυνση της: κάθετη στη θυρίδα $\rightarrow 30^\circ$ ως προς οριζόντιο άξονα.

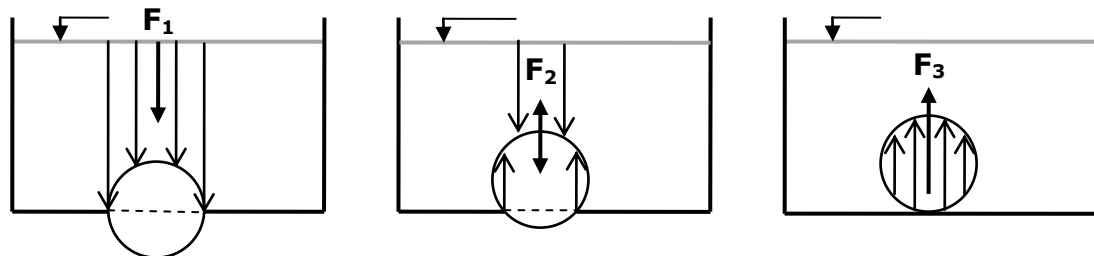
1.3 Σφαίρα διαμέτρου $\mathbf{D}$ φράσσει οπή διαμέτρου $\mathbf{d}$ στον πυθμένα δοχείου, όπου υπάρχει υγρό με ειδικό βάρος $\mathbf{\gamma}$ και βάθος $\mathbf{h}$.

Να ευρεθεί σε ποια από τις παρακάτω περιπτώσεις (βλ. σχήμα), ασκείται στη σφαίρα η μεγαλύτερη άνωση (= κατακόρυφη δύναμη προς τα άνω).

Υπόδειξη: Τεκμηριώστε την απάντησή σχεδιάζοντας σκαρίφημα των κατακόρυφων δυνάμεων.



<βλ. 2.3.6 FM NV401_2 A>



κύλινδρος βάσης $\mathbf{D}$ μείον
 ημισφαίριο διαμέτρου $\mathbf{D}$

κύλινδρος βάσης $\mathbf{d}$ μείον
 σφαιρικό τμήμα διαμέτρου $\mathbf{D}$

μείον
 σφαίρα διαμέτρου $\mathbf{D}$

$$F_1 = \frac{\pi \cdot D^2 \cdot h}{4} - \frac{\pi \cdot D^3}{12} = \frac{\pi \cdot D^2 \cdot (3 \cdot h - D)}{12} \Downarrow$$

$$F_2 = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{4} - \frac{\pi \cdot D^3}{12} \cdot \left[1 + (1 - a^2)^{1/2} + \frac{a^2 \cdot (1 - a^2)^{1/2}}{2} \right] \Uparrow, \text{ όπου: } a = \frac{d}{D}$$

$$F_3 = -\frac{\pi \cdot D^3}{6} \Uparrow$$

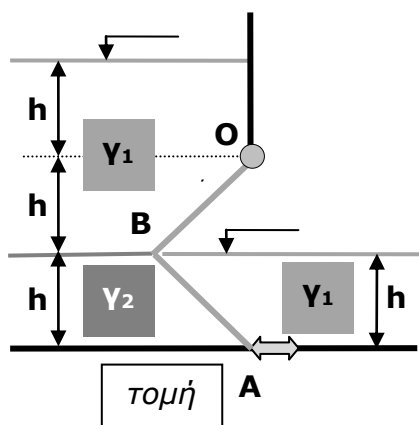
Σημείωση: Η σχέση για την $\mathbf{F_2}$ είναι γενικότερη και απλοποιείται:
 Για την $\mathbf{F_1}$ με $\mathbf{d = D} \rightarrow \mathbf{a = 1}$ και για την $\mathbf{F_3}$ με $\mathbf{d = 0} \rightarrow \mathbf{a = 0}$.

1.4 Ορθογωνική διατομή διώρυγας φράζεται με αβαρές, άκαμπτο θυρόφραγμα **ΑΒΟΑ** σε όλο το πλάτος της **b**. Η γωνία του θυροφράγματος στο Β είναι 90° . Το θυρόφραγμα στηρίζεται με γραμμική άρθρωση στον οριζόντιο άξονα **Ο** και απλή γραμμική στήριξη (κύλιση) στον οριζόντιο άξονα **Α**. Ανάντη του θυροφράγματος η διώρυγα περιέχει δύο στρώσεις υγρών με βάθη **2.h** και **h** και ειδικά βάρη **γ_1** και **γ_2** αντιστοίχως. Κατόντη περιέχει μία στρώση υγρού με βάθος **h** και ειδικό βάρος **γ_1** (βλ. σχήμα).

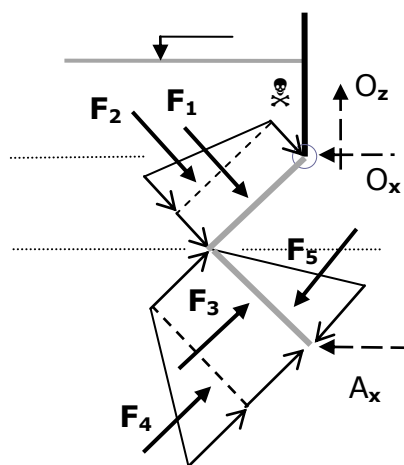
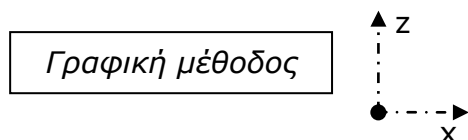
Να υπολογιστούν:

1. Οι αντιδράσεις των στηρίξεων, ανά μέτρο πλάτους του θυροφράγματος.
2. Η συνολική δύναμη, η οποία ασκείται στο θυρόφραγμα από υδροστατικές πιέσεις. (μέτρο, διεύθυνση, κλίση ως προς οριζόντιο άξονα)

Αριθμητική εφαρμογή: **h = 2 m**, **b = 6 m**, **$\gamma_1 = 1,00 \text{ t/m}^3$** , **$\gamma_2 = 1,10 \text{ t/m}^3$** .



<βλ. 2.3.9 FM NV401_2 A>



Η **επιλογή** του συστήματος αξόνων **καθορίστηκε** από τις **αντιδράσεις**

Σχεδιάζουμε τα διαγράμματα από πιέσεις στις επιφάνειες του φορέα

Τα μήκη των πλευρών AB και BO είναι: $\sqrt{2} \cdot h$

$$F_1 = \sqrt{2} \cdot \gamma_1 \cdot h^2 \cdot b \text{ και } e_{OF1} = \frac{\sqrt{2} \cdot h}{2}, e_{AF1} = \frac{\sqrt{2} \cdot h}{2}$$

$$F_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \gamma_1 \cdot h^2 \cdot b \text{ και } e_{OF2} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot h}{3}, e_{AF2} = \frac{\sqrt{2} \cdot h}{3}$$

$$F_3 = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \gamma_1 \cdot h^2 \cdot b \text{ και } e_{OF3} = \frac{\sqrt{2} \cdot h}{2}, e_{AF3} = \frac{\sqrt{2} \cdot h}{2}$$

$$F_4 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \gamma_2 \cdot h^2 \cdot b \text{ και } e_{OF4} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot h}{3}, e_{AF4} = \frac{\sqrt{2} \cdot h}{3}$$

$$F_5 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \gamma_1 \cdot h^2 \cdot b \text{ και } e_{OF5} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot h}{3}, e_{AF5} = \frac{\sqrt{2} \cdot h}{3}$$

$$\sum M_O = 0 \rightarrow A_x \cdot 2 \cdot h - \sum_1^4 M_{OFi} + M_{OF5} = 0 \rightarrow A_x = \frac{9 \cdot \gamma_1 + 2 \cdot \gamma_2}{6} \cdot h^2 \cdot b$$

$$\rightarrow \mathbf{A_x = 44,800 \text{ t} = 153,036 \text{ kN} \rightarrow A_x/m = 7,467 \text{ t/m} = 73,248 \text{ kN/m}}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow O_x \cdot 2 \cdot h - \sum_1^4 M_{AFi} + M_{AF5} = 0 \rightarrow O_x = \frac{9 \cdot \gamma_1 + \gamma_2}{6} \cdot h^2 \cdot b$$

$$\rightarrow \mathbf{O_x = 40,400 \text{ t} = 396,324 \text{ kN} \rightarrow O_x/m = 6,733 \text{ t/m} = 66,054 \text{ kN/m}}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow O_z - \left(\sum_1^2 F_i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \left(\sum_3^4 F_i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) - \left(F_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0 \rightarrow O_z = -\frac{\gamma_2}{2} \cdot h^2 \cdot b$$

$$\rightarrow \mathbf{O_z = -13,200 \text{ t} = -129,492 \text{ kN} \rightarrow O_z/m = -2,200 \text{ t/m} = -21,582 \text{ kN/m}}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x + O_x - \left(\sum_1^4 F_i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \left(F_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0$$

$$F_{O\Lambda} = \left[\left(\sum_1^5 F_{ix} \right)^2 + \left(\sum_1^5 F_{iz} \right)^2 \right]^{1/2} = \left[(6 \cdot \gamma_1 + \gamma_2)^2 + (\gamma_2)^2 \right]^{1/2} \cdot \frac{h^2 \cdot b}{2}$$

$$\rightarrow \mathbf{F_{O\Lambda} = 86,216 \text{ t} = 845,784 \text{ kN}}$$

$$\tan \theta = \frac{\sum_1^5 F_{iz}}{\sum_1^5 F_{ix}} = \frac{\gamma_2}{6 \cdot \gamma_1 + \gamma_2} \rightarrow \tan \theta = 0,154930 \rightarrow \theta = 8,807^\circ$$

