

Εξίσωση συνέχειας

$$\left. \begin{array}{l} \text{Αρχή διατήρησης μάζας: } \frac{D}{Dt} \int dm = 0 \\ \text{Ομογενή ρευστά} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\text{Εξίσωση συνέχειας}}$$

Θεώρημα μεταφοράς Reynolds εφαρμοζόμενο

για σταθερό πεπερασμένο όγκο αναφοράς:

$$\boxed{\alpha=1}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_U \rho dU - \int_E \rho (\vec{V} d\vec{E}) = 0$$

ανά μονάδα χρόνου
μεταβολή της μάζας μέσα
στον όγκο αναφοράς U

καθαρή εισροή της
μάζας μέσα στον όγκο
αναφοράς U, μέσω της
επιφάνειας E

Άλλες μορφές

- ◆ Εάν το ρευστό εξακολουθεί να καταλαμβάνει μετά χρόνο Δt ολόκληρο τον όγκο U :

$$\int_U \frac{\partial \rho}{\partial t} dU - \int_E \rho(\vec{V} d\vec{E}) = 0$$

- ◆ Μόνιμη ροή:

$$\int_E \rho(\vec{V} d\vec{E}) = 0$$

- ◆ $\rho = \text{σταθ.}$:

$$\int_E \vec{V} d\vec{E} = 0$$

Εξίσωση συνέχειας

◆ Διαφορετικά ρ

$$\Sigma(\rho Q)_1 = \Sigma(\rho Q)_2 \Rightarrow \Sigma(\rho VE)_1 = \Sigma(\rho VE)_2$$

◆ $\rho = \text{σταθ.}$

$$\Sigma Q_1 = \Sigma Q_2 \Rightarrow \Sigma(VE)_1 = \Sigma(VE)_2$$

$$\text{όπου: } V_i = V_{\mu i} = Q_i / E_i$$

Εξίσωση ποσότητας κίνησης

$$\sum \vec{F}_{pEi} + \vec{N} + \vec{F}_g = \sum (\beta \rho Q \vec{V})_2 - \sum (\beta \rho Q \vec{V})_1$$

N = δύναμη από τα τοιχώματα στο ρευστό

$$\sum (F_{pEi})_x + N_x + F_{gx} = \sum (\beta \rho Q V_x)_2 - \sum (\beta \rho Q V_x)_1$$

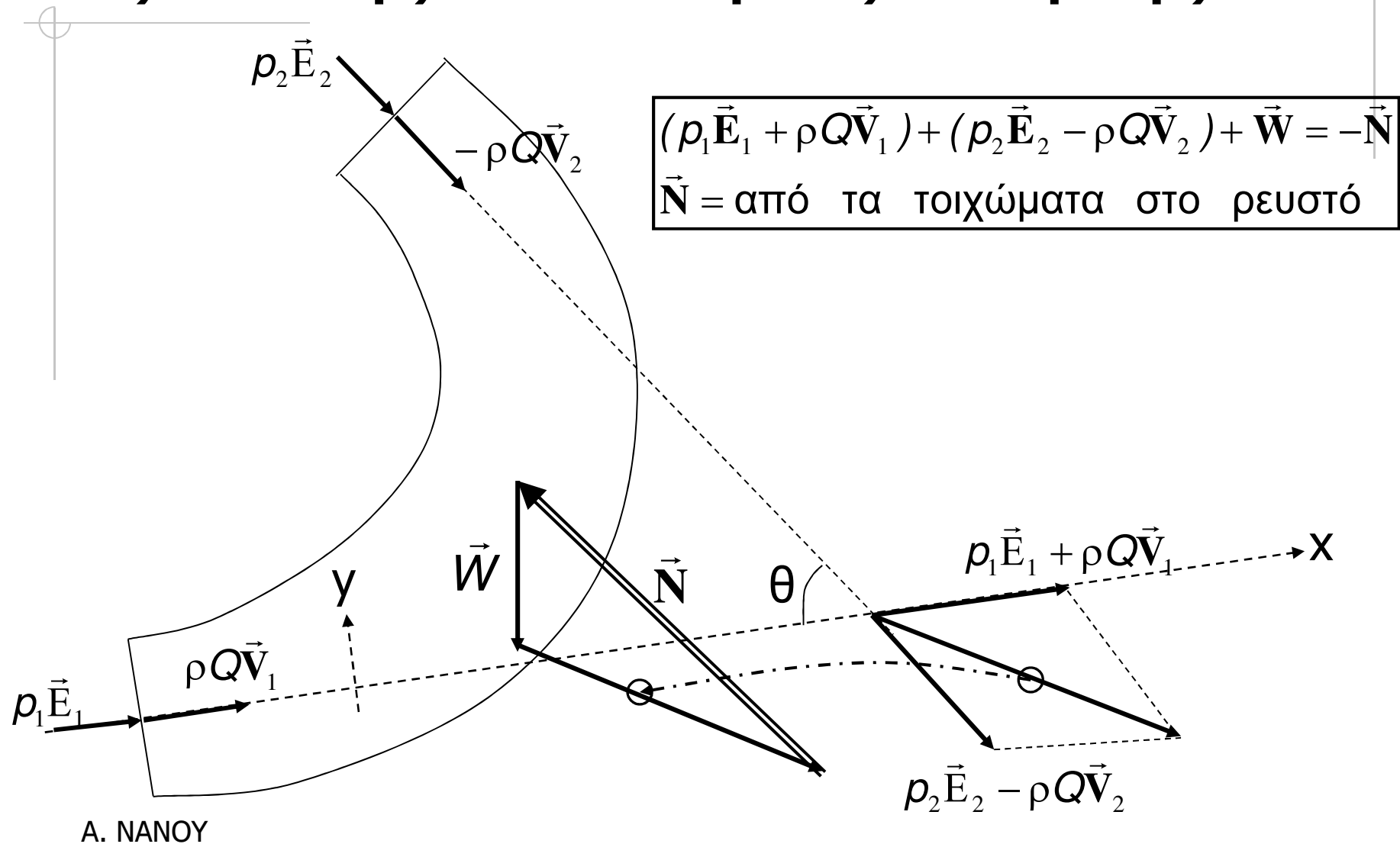
$$\sum (F_{pEi})_y + N_y + F_{gy} = \sum (\beta \rho Q V_y)_2 - \sum (\beta \rho Q V_y)_1$$

$$\sum (F_{pEi})_z + N_z + F_{gz} = \sum (\beta \rho Q V_z)_2 - \sum (\beta \rho Q V_z)_1$$

Διατομή υπό πίεση $\vec{F}_{pE} = p\vec{E}$

Διατομή με ελεύθερη επιφάνεια $\vec{F}_{pE} = \gamma t_o \vec{E}$

Γραφική απεικόνιση της εξίσωσης ποσότητας κίνησης



Εξίσωση ενέργειας (απλή μορφή)

$$\frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta W_{\mu}}{dt} = \left[l + \frac{p}{\rho} + gh + \alpha \frac{V^2}{2} \right]_2 (\rho Q)_2 - \left[l + \frac{p}{\rho} + gh + \alpha \frac{V^2}{2} \right]_1 (\rho Q)_1$$

$$\left. \begin{aligned} (\rho Q)_1 &= (\rho Q)_2 = \rho Q \\ \rho &= \text{σταθ.} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\gamma Q} \left[\frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta W_{\mu}}{dt} \right] = \left[h + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g} \right]_2 - \left[h + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g} \right]_1 + \frac{l_2 - l_1}{g} \Rightarrow$$

$$\left[h + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g} \right]_1 = \left[h + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g} \right]_2 + \frac{1}{\gamma Q} \cdot \frac{\delta W_{\mu}}{dt} + \left[-\frac{1}{\gamma Q} \cdot \frac{\delta Q}{dt} + \frac{l_2 - l_1}{g} \right] \Rightarrow$$

$$H_1 = H_2 + \Delta H_{\mu} + \Delta H_{\alpha(1-2)}$$

A. NANOY

όπου

$$H = h + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

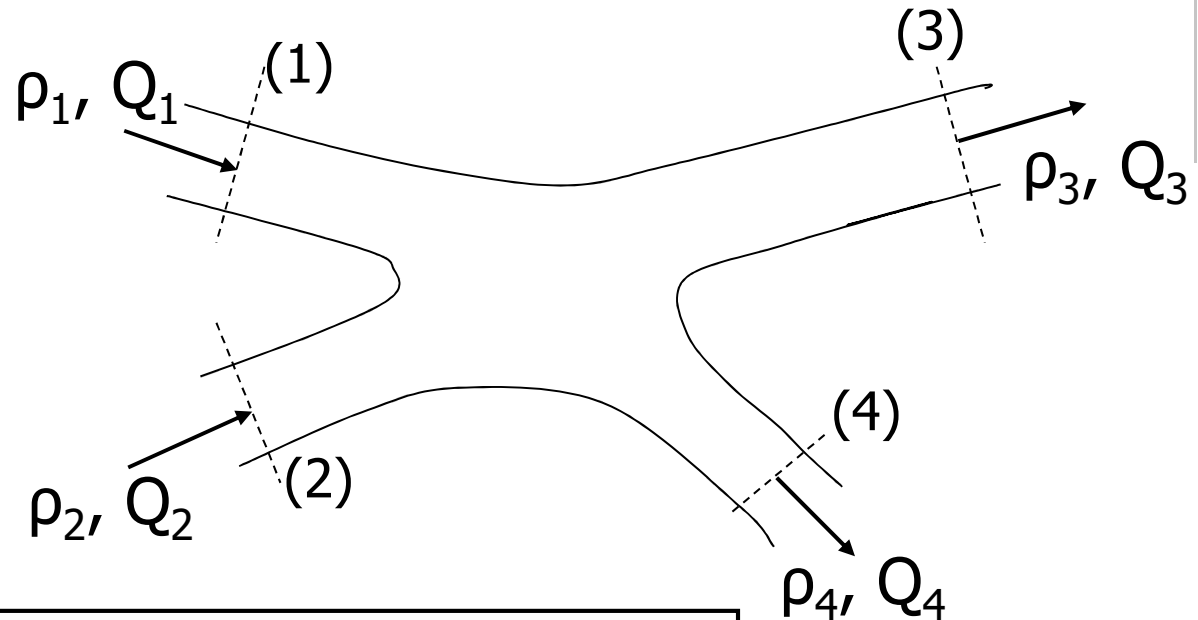
Άλλες μορφές

◆ $\Delta H_\mu = 0 \Rightarrow H_1 = H_2 + \Delta H_{a(1-2)}$

◆ Μονοδιάστατη εξίσωση Bernoulli

$$\Delta H_{a(1-2)} = 0 \Rightarrow H_1 = H_2$$

Εξίσωση ενέργειας Γενικευμένη μορφή



$$\gamma_1 Q_1 H_1 + \gamma_2 Q_2 H_2 = \gamma_3 Q_3 H_3 + \gamma_4 Q_4 H_4 + \Delta E_\mu + \Delta E_\alpha \Rightarrow$$

$$\sum (\gamma Q H)_1 = \sum (\gamma Q H)_2 + \Delta E_\mu + \Delta E_\alpha$$

Εξίσωση συνέχειας $\sum (\gamma Q)_1 = \sum (\gamma Q)_2$

$$\Delta E_\mu = 0, \Delta E_\alpha = 0 \Rightarrow H_1 = H_2 = H = \text{σταθ.}$$