

3. ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ

Αναπτύσσονται **συνοπτικώς** οι μέθοδοι περιγραφής της κίνησης των ρευστών και τα χαρακτηριστικά κίνησης και παραμόρφωσης στοιχειωδών ρευστών στοιχείων. **Είναι απαραίτητη η εμβάθυνση σε έννοιες και σχετική ανάλυση με αξιοποίηση των διανεμομένων συγγραμμάτων.**

3.1 Μέθοδοι περιγραφής της κίνησης ρευστού

3.1.1 Εισαγωγή

- Οι μέθοδοι βασίζονται στη θεωρητική οντότητα του **ρευστού σωματιδίου** (βλ. 1.1.1) και την παρακολούθηση του. Δηλαδή την καταγραφή των μεταβολών στις **ιδιότητές** του, στις **πληροφορίες** τις οποίες φέρει.
- Ιδιότητες – πληροφορίες ενδεικτικώς είναι:
 - ο Η **ταχύτητα** (διανυσματικό μέγεθος)
 - ο Η **επιτάχυνση** (διανυσματικό μέγεθος)
 - ο Η **θέση** σε σύστημα τεσσάρων διαστάσεων, συμπεριλαμβανομένης της διάστασης του χρόνου
 - ο Αλλά και η μάζα, η πυκνότητα, η ενέργεια, η ποσότητα κίνησης (ορμή), η θερμοκρασία, το χρώμα, η περιεκτικότητα σε ραδιενέργεια, η γεύση... και ότι άλλο είναι σε θέση να προσθέσει ο νους σας!..

3.1.2 Μέθοδος Lagrange

- Τεκμηριώνει την παρακολούθηση του **ρευστού σωματιδίου** μέσω της καταγραφής της **ιστορίας – χρονικής διαδρομής** του, σε σύστημα τεσσάρων διαστάσεων, όπου τα αρχικά σημεία <0> των τριών χωρικών διαστάσεων και της διάστασης του χρόνου ταυτίζονται.
 - ο Στις 13:00 ένα αυτοκίνητο Renault Mégane χρώματος μπλε αναχωρεί (αρχική ταχύτητα μηδέν – επιτάχυνση μικρή) από το κτίριο Υδραυλικής του ΕΜΠ την Πέμπτη 17/03/2011.
 - ο Στις 13:05 κινείται με σταθερή ταχύτητα (άρα μηδενική επιτάχυνση) στο σημείο διασταύρωσης προς τα κτίρια Διοίκησης και Βιβλιοθήκης.
 - ο Στις 13:10 επιβραδύνει και μετ' ολίγον ακινητοποιείται (ταχύτητα και επιτάχυνση μηδενικές) στην αριστερή λωρίδα στη διασταύρωση με τη λεωφόρο αμέσως κατόπιν της «πύλης Κατεχάκη». Εκεί ομάδα διαμαρτυρίας το μπουγγελώνει με κόκκινο χρώμα...
 - ο Στις 13:15 ένα αυτοκίνητο Porsche Cayenne χρώματος λευκού ακινητοποιείται στην αριστερή λωρίδα στη διασταύρωση με τη λεωφόρο αμέσως κατόπιν της «πύλης Κατεχάκη» και βεβαίως η ομάδα διαμαρτυρίας το μπουγγελώνει με κόκκινο χρώμα...
 - ο Στις 13:20 το πρώην μπλε – νυν κόκκινο αυτοκίνητο επιβραδύνει και κατευθύνεται δεξιά προς Παπάγο – Χολαργό στην αντίστοιχη διασταύρωση της λεωφόρου.
 - ο Στις 13:20 το πρώην λευκό – νυν κόκκινο αυτοκίνητο επιβραδύνει και κατευθύνεται δεξιά προς Βύρωνα στην αντίστοιχη διασταύρωση της λεωφόρου.

- Ανάλυση: Σε κάθε χρονική στιγμή t_i αποτυπώνεται η θέση του <επιτηρούμενου> ρευστού σωματιδίου (με βάση κάποιο σύστημα συντεταγμένων) και οι ιδιότητες του:
 - ο π.χ. $\{x_i, y_i, z_i$ - καρτεσιανό}, ή $\{r_i, \theta_i, \varphi_i$ - σφαιρικό}, ή $\{r_i, \theta_i, z_i$ - κυλινδρικό}.
 - ο Με βάση την αρχική θέση στο χώρο: π.χ. $\{x_0, y_0, z_0\}$, ή $\{r_0, \theta_0, \varphi_0\}$, ή $\{r_0, \theta_0, z_0\}$, η οποία αντιστοιχεί στην αρχή του χρόνου: $t_0 = 0$.
 - ο Οι υπόλοιπες πληροφορίες κίνησης: Ταχύτητα – Επιτάχυνση βρίσκονται από τη μεταβολή της θέσης συναρτήσει του χρόνου.
- Εργαλεία γραφικής αποτύπωσης της μεθόδου αποτελούν:
 - ο Η **τροχιά**: Διαδοχικές θέσεις - διαδρομή **ενός** ρευστού σωματιδίου σε διαδοχικές – διαφορετικές χρονικές στιγμές.
 - ο Η **ακολουθία**: Οι θέσεις **όλων** των ρευστών σωματιδίων σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή, τα οποία σε προγενέστερες χρονικές στιγμές πέρασαν από συγκεκριμένο - σταθερό σημείο του χώρου.
 - ο Την τροχιά 13:00 έως 13:20 του Renault Mégane η/ο οξυδερκής Μαθητευόμενος Μηχανικός είναι σε θέση νοητικώς να συλλάβει...
 - ο Η ακολουθία στις 13:20 των Renault Mégane και Porsche Cayenne είναι η γραμμή η οποία συνδέει τις δύο διασταυρώσεις της λεωφόρου Κατεχάκη προς Παπάγο – Χολαργό και Βύρωνα...
- Η μέθοδος έχει περιορισμένη εφαρμογή στο παρόν μάθημα.
Θα την αξιοποιήσουμε κυρίως σε ένα πεδίο του Κεφαλαίου **8**.

3.1.3 Μέθοδος Euler

- Τεκμηριώνει την παρακολούθηση της **ροής** μέσω της καταγραφής των διαδοχικώς διερχομένων ρευστών σωματιδίων από **σταθερό σημείο** του **χώρου**.
 - ο Στις 13:15 ένα αυτοκίνητο Renault Mégane χρώματος μπλε εισέρχεται με σταθερή ταχύτητα (επιτάχυνση μηδενική) από την αριστερή λωρίδα στη διασταύρωση με τη λεωφόρο αμέσως κατόπιν της «πύλης Κατεχάκη».
 - ο Στις 13:15 ένα αυτοκίνητο Porsche Cayenne χρώματος λευκού επίσης εισέρχεται με σταθερή ταχύτητα (επιτάχυνση μηδενική) από τη δεξιά λωρίδα στη διασταύρωση με τη λεωφόρο αμέσως κατόπιν της «πύλης Κατεχάκη».
 - ο Στις 13:17 ένα αυτοκίνητο Toyota Prius χρώματος πρασίνου εισέρχεται με σταθερή ταχύτητα (επιτάχυνση μηδενική) από την αριστερή λωρίδα στη διασταύρωση με τη λεωφόρο αμέσως κατόπιν της «πύλης Κατεχάκη».
 - ο Στις 13:20 το μπλε αυτοκίνητο επιβραδύνει και εξέρχεται δεξιά προς Παπάγο – Χολαργό στην αντίστοιχη διασταύρωση της λεωφόρου.
 - ο Στις 13:20 το λευκό αυτοκίνητο επιβραδύνει και εξέρχεται δεξιά προς Βύρωνα στην αντίστοιχη διασταύρωση της λεωφόρου.
 - ο Στις 13:20 το πράσινο αυτοκίνητο επιβραδύνει κινούμενο σε ευθεία πίσω από το μπλε αυτοκίνητο επί της λεωφόρου.
- Ανάλυση: Σε κάθε χρονική στιγμή t_i αποτυπώνονται οι ιδιότητες **όποιου** ρευστού σωματιδίου διέρχεται από την <επιτηρούμενη> σταθερή θέση στο χώρο:
 - ο π.χ. $\{x_A, y_A, z_A\}$, ή $\{r_A, \theta_A, \varphi_A\}$, ή $\{r_A, \theta_A, z_A\}$.
 - ο Οι υπόλοιπες πληροφορίες κίνησης: Ταχύτητα – Επιτάχυνση βρίσκονται από τα διαφορετικά ρευστά σωματίδια συναρτήσει του χρόνου.

- Εργαλείο γραφικής αποτύπωσης της μεθόδου αποτελεί:
 - ο Η **γραμμή ροής** (ή ροϊκή γραμμή): Ίδια χρονική στιγμή (φωτογραφία) – εφαιπόμενη σε κάθε ένα από τα διανύσματα της ταχύτητας **όλων** των διαφορετικών ρευστών σωματιδίων. (Ροϊκός σωλήνας βλ. ■)
 - ο Η γραμμή ροής κοντά στην έξοδο προς Παπάγο – Χολαργό στις 13:20 (Renault Mégane και Toyota Prius) είναι η καμπύλη γραμμή η οποία συνδέει το <προς τα δεξιά της λεωφόρου> άνυσμα της ταχύτητας του 1^{ου} και το <επί της λεωφόρου> άνυσμα της ταχύτητας του 2^{ου}.
 - ο Κρατήστε στο νου σας τις παρακάτω εκφράσεις - όρους, τους οποίους θα επανέλθουμε και αξιοποιήσουμε στο Κεφάλαιο **5**:
 - <Είσοδος στη λεωφόρο>, <Έξοδος προς Παπάγο – Χολαργό>, <Έξοδος προς Βύρωνα>.
 - Στις 13:15 ένα μπλε ... από την αριστερή λωρίδα στη διασταύρωση με τη λεωφόρο... και ένα λευκό ... από τη δεξιά λωρίδα στη διασταύρωση με τη λεωφόρο...
Οι δύο θέσεις καταγραφής - <επιτήρησης> συμπεριλαμβάνουν ολόκληρη τη <διατομή Εισόδου> της ροής των αυτοκινήτων στη λεωφόρο.
- Η μέθοδος έχει ευρύτατη εφαρμογή στο παρόν μάθημα και όχι μόνο...
Ήδη την εφαρμόσαμε στο 2.2.3!..
 - ο Επικεντρωθήκαμε στα ρευστά σωματίδια, τα οποία βρέχουν τις επιφάνειες του φορέα, σε κάποια χρονική στιγμή (για την ακρίβεια σε όλες τις χρονικές στιγμές), χωρίς να εξετάσουμε την ιστορία τους: πως βρέθηκαν εκεί...
 - ο Βεβαίως τα σωματίδια έχουν μηδενικές ταχύτητα και επιτάχυνση, αλλά μας ενδιέφερε η ιδιότητα τους: <πίεση>.
- Αναλόγως με τα χαρακτηριστικά της ροής είναι δυνατό τα ως άνω διακριτά εργαλεία γραφικής αποτύπωσης των δύο μεθόδων να συμπίπτουν «οπτικώς - γραφικώς», όχι να ταυτίζονται εννοιολογικώς!
 - ο Π.χ. στα παραπάνω παραδείγματα από την «καθημερινή ζωή»: Η τροχιά του μπλε αυτοκινήτου μεταξύ 13:17 και 13:20 και η γραμμή ροής των μπλε και πράσινου αυτοκινήτων στις 13:00 συμπίπτουν σε μεγάλο τμήμα τους.
- Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων {**x, y, z**} τα διανύσματα της ταχύτητας **V** και της επιτάχυνσης **a** αναλύονται αντιστοίχως σε συνιστώσες {**u, v, w**} και {**a_x, a_y, a_z**} (καλούνται ολικές ή υλικές παράγωγοι):

$$u = \frac{dx}{dt}, \quad v = \frac{dy}{dt} \quad \text{και} \quad w = \frac{dz}{dt} \quad (24)$$

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] \quad (25a)$$

$$a_y = \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] \quad (25\beta)$$

$$a_z = \frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + \left[u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] \quad (25\gamma)$$

- Οι συνιστώσες των επιταχύνσεων στην (25) αποτελούνται από **δύο όρους**:

- $$\alpha_A = \frac{\partial A}{\partial t} \quad (25\delta)$$

Τοπική επιτάχυνση = **μεταβολή** της ταχύτητας (του ρευστού σωματιδίου) στο συγκεκριμένο σημείο, άρα **ως προς το χρόνο**

- $$\alpha_A = \left[A \frac{\partial A}{\partial x} + B \frac{\partial A}{\partial y} + C \frac{\partial A}{\partial z} \right] \quad (25\epsilon)$$

Μεταθετική επιτάχυνση = **μεταβολή** της ταχύτητας (λόγω μετάβασης του ρευστού σωματιδίου) σε **γειτονικό σημείο**, άρα **ως προς το χώρο**

- Σε καρτεσιανές συντεταγμένες η αναλυτική μορφή των γραμμών ροής

προκύπτει από ολοκλήρωση της σχέσης:
$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \quad (26)$$

3.1.4 Κινηματικός χαρακτηρισμός της ροής

- Όταν όλες οι συνιστώσες της **τοπικής επιτάχυνσης** έχουν (σε δεδομένο σημείο) **μηδενική τιμή**, η **ροή** χαρακτηρίζεται ως **μόνιμη**. Η ταχύτητα είναι δυνατό:
 - Να **μεταβάλλεται** από **σημείο** σε **σημείο** του **χώρου** του πεδίου ροής
 - Αλλά, παραμένει **αμετάβλητη** στο **ίδιο σημείο** του **χώρου** με την **πάροδο** του **χρόνου**
 - Δηλαδή η **ταχύτητα** είναι συνάρτηση μόνο του **χώρου**
 - Εάν δεν** ισχύει η παραπάνω συνθήκη η ροή χαρακτηρίζεται ως **μη μόνιμη**
 - Στη μόνιμη ροή τροχιά, ακολουθία και γραμμή ροής συμπίπτουν!
- Όταν όλες οι συνιστώσες της **μεταθετικής επιτάχυνσης** (σε δεδομένη χρονική στιγμή) έχουν **μηδενική τιμή**, η **ροή** χαρακτηρίζεται ως **ομοιόμορφη**. Η ταχύτητα είναι δυνατό:
 - Να **μεταβάλλεται** στο **ίδιο σημείο** με την **πάροδο** του **χρόνου**
 - Αλλά να έχει την **ίδια διεύθυνση** και **φορά**, **όχι όμως** (οπωσδήποτε) το **ίδιο μέτρο** από **σημείο** σε **σημείο** του **χώρου** του πεδίου ροής
 - Εάν δεν** ισχύει η παραπάνω συνθήκη η ροή χαρακτηρίζεται ως **ανομοιόμορφη**
- Είναι προφανές, ότι προκύπτουν τέσσερις (4) πιθανότητες - ζεύγη χαρακτηρισμού της ροής:
 - Μόνιμη και Ομοιόμορφη
 - Μη μόνιμη και Ομοιόμορφη
 - Μόνιμη και Ανομοιόμορφη
 - Μη μόνιμη και Ανομοιόμορφη

3.2 Κίνηση και παραμόρφωση ρευστού στοιχείου σε μόνιμη ροή

3.2.1 Στοιχειώδες επίπεδο ορθογωνικό στοιχείο ABCD

- Ταχύτητες σε κάθε σημείο

- $u_A = u$ και $v_A = v$ (27α)

- $u_B = u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$ και $v_B = v + \frac{\partial v}{\partial x} dx$ (27β)

- $u_C = u + \frac{\partial u}{\partial y} dy$ και $v_C = v + \frac{\partial v}{\partial y} dy$ (27γ)

- $u_D = u + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy$ και $v_D = v + \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy$ (27δ)

- Επί μέρους συνιστώσες της κίνησης

- **Απλή μετάθεση** (ως άκαμπτο στερεό).

Οφείλεται στους κοινούς όρους: ***u, v*** της ταχύτητας όλων των σημείων

- **Γραμμική παραμόρφωση** (επιμηκύνσεις των πλευρών).

- Οφείλεται στους πρόσθετους όρους στην ίδια διεύθυνση μεταξύ των σημείων κάθε πλευράς, π.χ. ο όρος $\frac{\partial u}{\partial x} dx$ μεταξύ των σημείων A και B

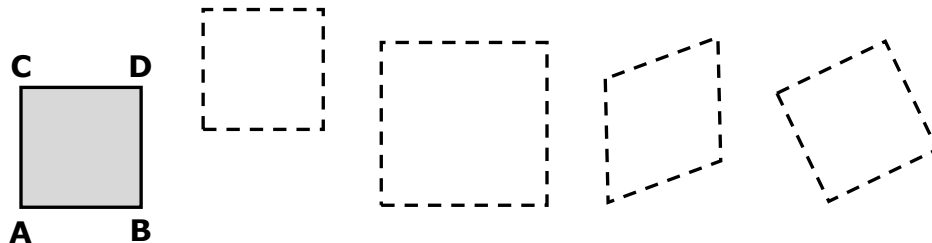
- **Γωνιακή παραμόρφωση** (μετατροπή σε «ρόμβο»).

Οφείλεται στους πρόσθετους όρους στην κάθετη διεύθυνση μεταξύ των σημείων κάθε πλευράς, π.χ. ο όρος $\frac{\partial v}{\partial x} dx$ μεταξύ των σημείων A και B

- **Περιστροφή** (ως άκαμπτο στερεό).

Γωνιακή ταχύτητα περιστροφής περί άξονα z κάθετο στο επίπεδο στοιχείο:

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (28)$$



3.2.2 Στοιχειώδες τρισδιάστατο κυβικό στοιχείο

- Γενίκευση των παραπάνω σε οκτώ σημεία, δώδεκα πλευρές, τρεις ταχύτητες και τις αντίστοιχες **τέσσερις** συνιστώσες της κίνησης, με πολλαπλάσιες βεβαίως *δυνατότητες*...
- Διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής:

$$\vec{\omega} = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \cdot \vec{i} \right] + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \cdot \vec{j} \right] + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \cdot \vec{k} \right] \quad (29)$$

3.3 Στροβιλότητα - κυκλοφορία

3.3.1 Στροβιλότητα ζ

- Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ισούται με το ήμισυ της στροβιλότητας του

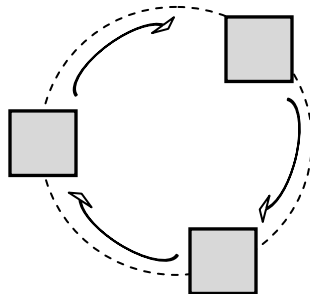
πεδίου ταχυτήτων: $\vec{\omega} = \frac{1}{2} \text{rot} \vec{V} = \frac{1}{2} \vec{\zeta}$ (30)

- Εάν $\text{rot} \vec{V} = 0 \rightarrow \vec{\omega} = 0$ (31α), το πεδίο καλείται **αστρόβιλο**
- Εάν $\text{rot} \vec{V} \neq 0 \rightarrow \vec{\omega} \neq 0$ (31β), το πεδίο καλείται **στροβιλό**
- Οι αναλυτικές συνθήκες για να ισχύει η (31α) είναι:

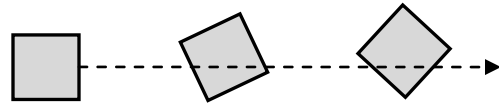
$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} \text{ και } \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial z} \text{ και } \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (32\alpha) - \text{σε τρισδιάστατο πεδίο ροής}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} \quad (32\beta) - \text{σε δισδιάστατο πεδίο ροής}$$

- Προσοχή: Στην **αστρόβιλη** ροή τα ρευστά στοιχεία **διατηρούν** τον **προσανατολισμό** τους. Είναι όμως δυνατό να διαγράφουν καμπυλόγραμμη, ακόμη και περιστροφική στο χώρο μετακίνηση $\bullet^*$



αστρόβιλη κίνηση - κυκλική μετακίνηση



στροβιλή κίνηση - ευθύγραμμη μετακίνηση

3.3.2 Κυκλοφορία Γ

- Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα της εφαπτομενικής συνιστώσας της ταχύτητας πάνω σε μια τυχούσα κλειστή γραμμή **S** του χώρου:

$$\Gamma = \oint_S (u \cdot dx + v \cdot dy + w \cdot dz) \quad (33)$$

- Σε τυχούσα επιφάνεια **E**, οποία έχει ως όριο την **S**:

$$\Gamma = \iint_E \text{rot} \vec{V} \cdot d\vec{E} = \iint_E 2 \cdot \vec{\omega} \cdot d\vec{E} \quad (34)$$

- Η κυκλοφορία σηματοδοτεί τη στροβιλότητα του πεδίου ανά μονάδα επιφανείας. Επομένως, σε **αστρόβιλο** πεδίο η **κυκλοφορία** είναι **μηδενική**!

3.4 Οριακές συνθήκες ταχυτήτων

3.4.1 Εισαγωγή

- Στα όρια ενός ρευστού, δηλαδή είτε στη διαχωριστική επιφάνειά του με άλλο μη μιννυόμενο ρευστό, είτε στην επιφάνεια επαφής του με στερεό όριο, ισχύουν **οριακές συνθήκες** για την **ταχύτητά** του.
- Είναι κατ' αρχήν προφανές ότι, **δεν** είναι **δυνατό**:
 - Να υπάρχει **κενό** μεταξύ του ρευστού και του άλλου ρευστού ή του στερεού ορίου, *η φύση το απεχθάνεται...*
 - Να υπάρχει **δείσδυση** στο άλλο ρευστό, *διότι είναι μη μιννυόμενα...*
 - Να υπάρχει **διαφυγή** έξω από το στερεό όριο, *διότι το στερεό όριο δεν είναι σουρωτήρι...*

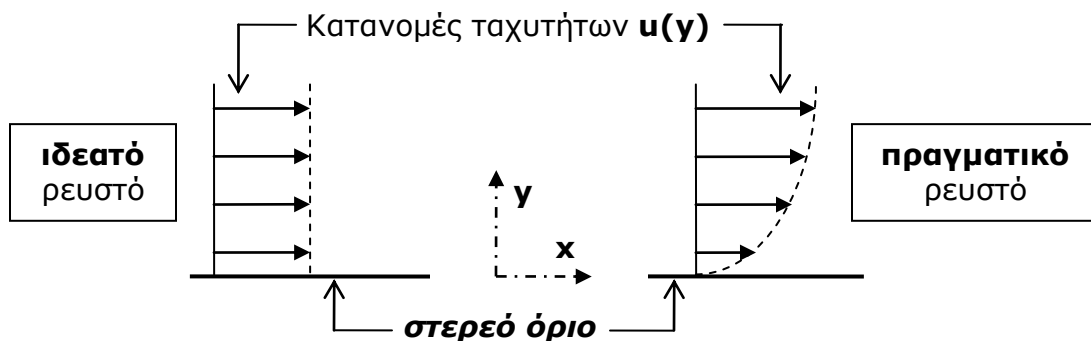
3.4.2 Κινηματική οριακή συνθήκη

- Η **κάθετη συνιστώσα** της **σχετικής ταχύτητας** ρευστού, είτε στη διαχωριστική επιφάνειά του με άλλο μη μιννυόμενο ρευστό, είτε στην επιφάνεια επαφής του με στερεό όριο, είναι **μηδενική**.
- Με βάση την 3.4.1 η συνθήκη ισχύει **πάντοτε**: Σε **ιδεατά και πραγματικά** ρευστά (βλ. 1.1.1).

3.4.3 Φυσική οριακή συνθήκη

- Η **εφαπτομενική συνιστώσα** της **σχετικής ταχύτητας** ρευστού, είτε στη διαχωριστική επιφάνειά του με άλλο μη μιννυόμενο ρευστό, είτε στην επιφάνεια επαφής του με στερεό όριο, είναι **μηδενική**.
- Η συνθήκη ισχύει **μόνο** σε **πραγματικά** ρευστά και καλείται επίσης συνθήκη της μη ολίσθησης.

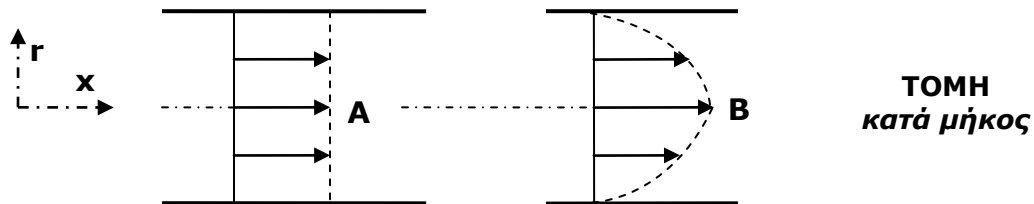
3.4.4 Διαγράμματα κατακόρυφης κατανομής ταχυτήτων στη γειτονία στερεού ορίου



3.5 Ερωτήσεις κατανόησης και Εφαρμογές υπολογισμού

3.5.1 (μία μόνο απάντηση είναι ορθή)

Κατανομές ταχυτήτων $u(r)$ σε αγωγό κυκλικής διατομής



	Στο παραπάνω σχήμα το διάγραμμα ταχυτήτων:
	Στην περίπτωση A αντιστοιχεί σε πραγματικό ρευστό
	Στην περίπτωση B αντιστοιχεί σε ιδεατό ρευστό
	Στην περίπτωση A η ροή είναι στροβιλή
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
✓	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Σε ένα πραγματικό ρευστό:
	Η κάθετη προς ακίνητο στερεό όριο συνιστώσα της ταχύτητας είναι μηδενική
	Η παράλληλη προς ακίνητο στερεό όριο συνιστώσα της ταχύτητας είναι μηδενική
	Η κινηματική συνεκτικότητα μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Σε ένα ιδεατό ρευστό:
✓	Η κάθετη προς ακίνητο στερεό όριο συνιστώσα της ταχύτητας είναι μηδενική
	Η παράλληλη προς ακίνητο στερεό όριο συνιστώσα της ταχύτητας είναι μηδενική
	Η συμπίεστικότητα μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Σε ένα ροϊκό σωλήνα:
	Η κάθετη στον άξονά του διατομή είναι κύκλος
	Περιλαμβάνεται ένα πεπερασμένο πλήθος γραμμών ροής
✓	Τα όρια του συμπεριφέρονται ως αδιαπέρατα τοιχώματα
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

3.5.2 Η εφαρμογή αναφέρεται στα 3.1.4 και 3.3.1

Οι συνιστώσες της ταχύτητας ενός δισδιάστατου πεδίου ταχυτήτων $\vec{V}(u, v)$ δίνονται από τις σχέσεις: $u = \frac{x^2}{2 \cdot L^2} \cdot V_0$ και $v = -\frac{x \cdot y}{L^2} \cdot V_0$, όπου L και V_0 είναι σταθερά μεγέθη μήκους και ταχύτητας αντιστοίχως.

1. Να εξεταστεί εάν η ροή είναι Μόνιμη, Ομοιόμορφη, Αστροβίλη.
2. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση στο σημείο $\mathbf{A}(x = 2 \cdot L, y = L)$
3. Να προσδιοριστεί η εξίσωση των γραμμών ροής

1. $(25\delta) \rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \rightarrow$ ροή μόνιμη

Υπολογίζουμε: $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{x}{L^2} \cdot V_0$ και $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$

$$(25\alpha) \rightarrow u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \rightarrow \left[\left(\frac{x^2}{2 \cdot L^2} \cdot V_0 \right) \cdot \left(\frac{x}{L^2} \cdot V_0 \right) \right] + \left[\left(-\frac{x \cdot y}{L^2} \cdot V_0 \right) \cdot 0 \right] = \frac{V_0^2}{2 \cdot L^4} \cdot x^3 \neq 0$$

$\rightarrow$ ροή ανομοιόμορφη, μη μηδενική τιμή της $\mathbf{a_x}$ αρκεί για το χαρακτηρισμό 🎵

Υπολογίζουμε: $\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{y}{L^2} \cdot V_0$, είναι και $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$

$(28) \rightarrow \omega_z = -\frac{V_0}{L^2} \cdot y \neq 0 \rightarrow$ ροή στροβιλή

2. Έχουμε ήδη υπολογίσει την $\alpha_{Ax} = \frac{V_0^2}{2 \cdot L^4} \cdot x^3 \rightarrow \alpha_{Ax} = \frac{4 \cdot V_0^2}{L}$

Υπολογίζουμε: $\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{y}{L^2} \cdot V_0$ και $\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{x}{L^2} \cdot V_0$

$$(25\beta) \rightarrow \alpha_y = \left[\left(\frac{x^2}{2 \cdot L^2} \cdot V_0 \right) \cdot \left(-\frac{y}{L^2} \cdot V_0 \right) \right] + \left[\left(-\frac{x \cdot y}{L^2} \cdot V_0 \right) \cdot \left(-\frac{x}{L^2} \cdot V_0 \right) \right] = \frac{V_0^2}{2 \cdot L^4} \cdot x^2 \cdot y$$

$$\rightarrow \alpha_{Ay} = \frac{2 \cdot V_0^2}{L}$$

$$\rightarrow \alpha_A = \sqrt{\alpha_{Ax}^2 + \alpha_{Ay}^2} = \frac{\sqrt{20} \cdot V_0^2}{L}$$

3. $(28) \rightarrow u \cdot dy - v \cdot dx = 0 \rightarrow \frac{dx}{x} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{dy}{y} \rightarrow 2 \cdot \ln|x| = \ln|y| + C$