

Δεκέμβριος 2010

### Άσκηση 8

Η πεζογέφυρα κάτω διαβάσεως του σχήματος 1 αποτελείται από δύο δικτυωτές κύριες δοκούς, διαδοκίδες ανά 1,50m, οριζόντιους συνδέσμους δυσκαμψίας και πλάκα σκυροδέματος πάχους 0,18m.

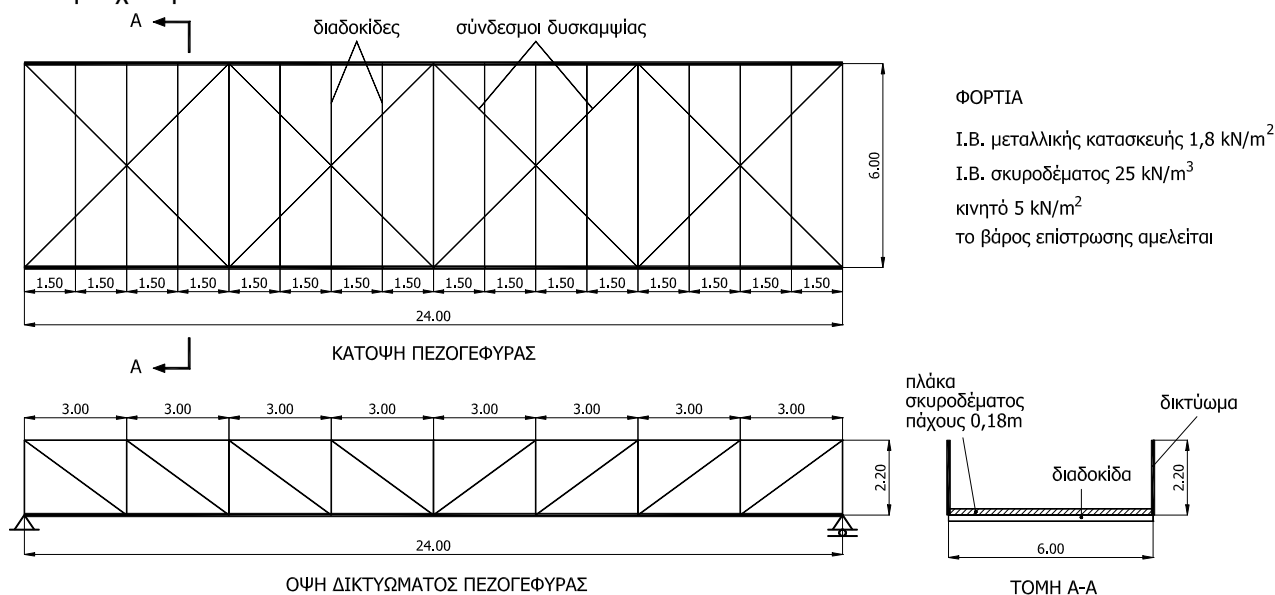
Ζητείται:

α) να επιλεγεί, για το κάτω πέλμα των κύριων δικτυωτών δοκών, η ελάχιστη απαιτούμενη διατομή από τη σειρά HEA σύμφωνα με την αντοχή της πλήρους διατομής σε διαρροή λόγω εφελκυσμού

β) να γίνει ελαστικός έλεγχος της διατομής που επιλέχθηκε σε οριακή κατάσταση αστοχίας λόγω σύνθετης εντατικής κατάστασης.

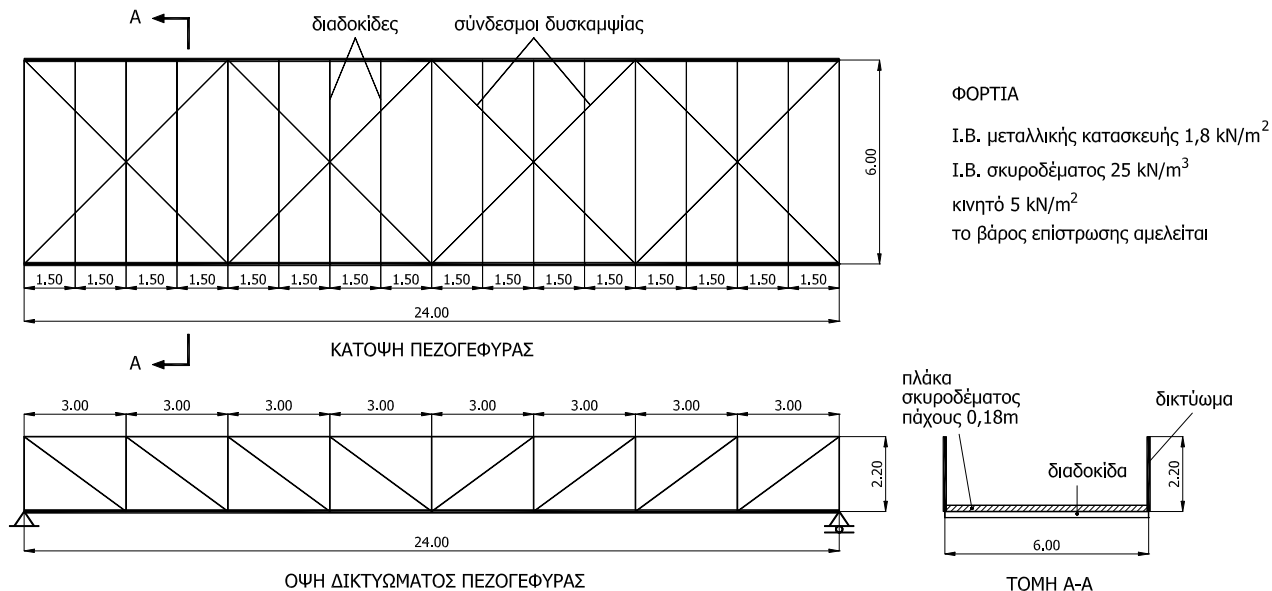
γ) να γίνει πλαστικός έλεγχος της διατομής που επιλέχθηκε σε οριακή κατάσταση αστοχίας λόγω σύνθετης εντατικής κατάστασης.

Ποιότητα χάλυβα S355.



Σχήμα 1: Γεωμετρία πεζογέφυρας

## ΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΗΣ 8

**Υλικά**Ποιότητα δομικού χάλυβα S355  $f_y=355\text{MPa}=35,5\text{kN/cm}^2$   $f_u=510\text{MPa}=51,0\text{kN/cm}^2$ **1. ΦΟΡΤΙΑ**

Σχήμα 1: Γεωμετρία πεζογέφυρας

Τα φορτία που λαμβάνονται υπόψη είναι:

I.B. μεταλλικής κατασκευής

Πλάκα σκυροδέματος πάχους 18cm

Κινητό φορτίο πεζογέφυρας

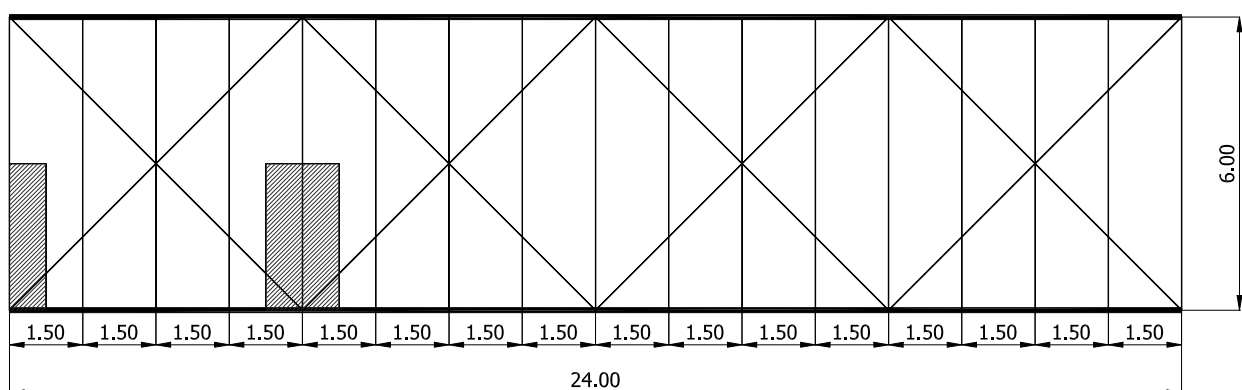
$$g = 1,80\text{kN/m}^2$$

$$g_{\text{πλάκας}} = 0,18\text{m} \times 25\text{kN/m}^3 = 4,50\text{kN/m}^2$$

$$p = 5,00\text{kN/m}^2$$

**2. ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΦΟΡΤΙΣΕΩΝ**

$$1,35(g + g_{\text{πλάκας}}) + 1,50p = 1,35 \times (1,80\text{kN/m}^2 + 4,50\text{kN/m}^2) + 1,50 \times 5,00\text{kN/m}^2 = 16,0\text{kN/m}^2$$



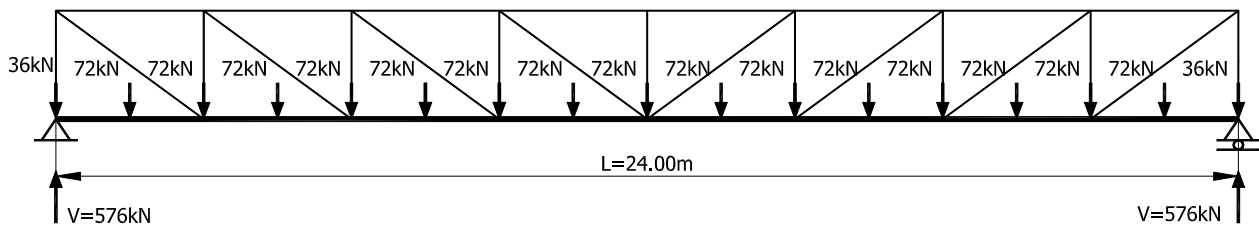
Σχήμα 2: Ζώνη επιρροής για επικόμβια φορτία

Τα φορτία του καταστρώματος καταλήγουν στα δύο δικτύωματα μέσω εγκάρσιων διαδοκίδων με εύρος ζώνης επιρροής 1,50m. Έτσι η κάθε διαδοκίδα μεταφέρει φορτίο στις κύριες δοκούς ίσο με:

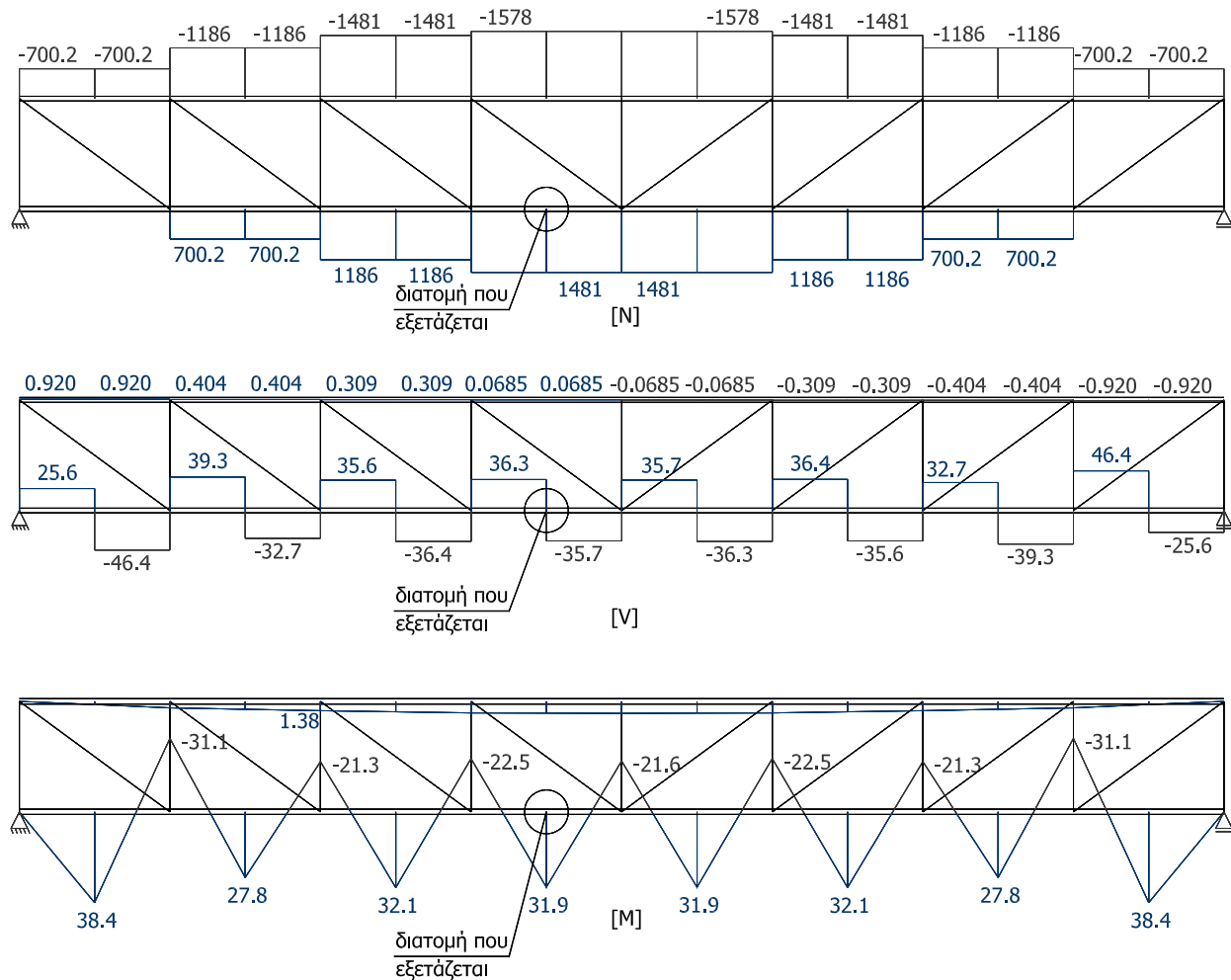
$$16,0\text{kN/m}^2 \times 1,50\text{m} \times 6,00\text{m}/2 = 72\text{kN/κόμβο.}$$

Στους ακραίους κόμβους το εύρος επιρροής είναι το μισό, επομένως εφαρμόζεται φορτίο ίσο με:

$$P = 72\text{kN}/2 = 36\text{kN/ακραίο κόμβο.}$$

**3. ΣΤΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΙΩΣΗ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ**

Σχήμα 3: Επικόμβια φορτία στο δικτύωμα



Σχήμα 4: Εντατικά μεγέθη στα μέλη του δικτύωματος

Από την στατική επίλυση του δικτύωματος προκύπτει ότι η δοκός του κάτω πέλματος, στα δύο κεντρικά ανοίγματα του δικτύωματος, υπόκειται σε εφελκυστική δύναμη  $N_{Ed}=1481\text{kN}$  (μέγιστη εφελκυστική δύναμη στο κάτω πέλμα του δικτύωματος), καμπτική ροπή  $M_{Ed}=31,90\text{kNm}$  και τέμνουσα δύναμη  $V_{Ed}=36,30\text{kN}$ .

**4. ΕΠΙΛΟΓΗ ΔΙΑΤΟΜΗΣ****4.1. Επιλογή διατομής**

Η επιλογή της διατομής του κάτω πέλματος του δικτύωματος της πεζογέφυρας γίνεται με βάση το κριτήριο αντοχής της πλήρους διατομής σε διαρροή λόγω εφελκυσμού:

$$N_{Ed} \leq N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M_0}} \Rightarrow A \geq \frac{N_{Ed} \gamma_{M_0}}{f_y} \Rightarrow A \geq \frac{1481 \times 1,00}{35,5} = 41,72 \text{ cm}^2$$

Από τους πίνακες των προτύπων διατομών HEA, βλέπουμε ότι η διατομή που έχει εμβαδόν λίγο μεγαλύτερο από το απαιτούμενο είναι η HEA180 ( $A=45,30 \text{ cm}^2$ ), αλλά επιλέγουμε την αμέσως μεγαλύτερη έτσι ώστε να υπάρχει περιθώριο αντοχής για συνδυασμό αξονικής δύναμης και καμπτικής ροπής. Έτσι επιλέγεται η διατομή HEA200.

HEA200

$A=53,83 \text{ cm}^2$

$G=42,3 \text{ kg/m}$

$W_{pl}=429,50 \text{ cm}^3$

$W_{el}=388,60 \text{ cm}^3$

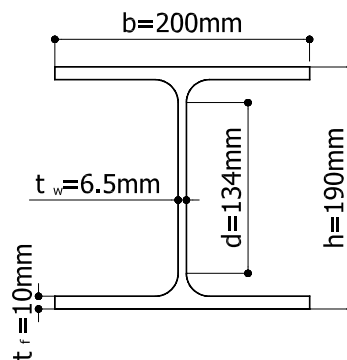
$b=200 \text{ mm}$

$h=190 \text{ mm}$

$t_w=6,5 \text{ mm}$

$t_f=10,0 \text{ mm}$

$r=18 \text{ mm}$



Σχήμα 5: Διατομή HEA200

## 5. ΕΛΑΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

### 5.1. Τάσεις λόγω ροπής κάμψης

Σύμφωνα με τον ελαστικό έλεγχο η τάση στην ακραία ίνα της διατομής λόγω ροπής κάμψης θα είναι:

$$\sigma = \frac{M_{Ed}}{W_{el}} = \frac{3190 \text{ kNcm}}{388,6 \text{ cm}^3} = 8,20 \text{ kN/cm}^2$$

### 5.2. Τάσεις λόγω αξονικής εφελκυστικής δύναμης

Η τάση λόγω αξονικής εφελκυστικής δύναμης θα είναι ομοιόμορφη σε όλη τη διατομή:

$$\sigma = \frac{N_{Ed}}{A} = \frac{1481 \text{ kN}}{53,83 \text{ cm}^2} = 27,51 \text{ kN/cm}^2$$

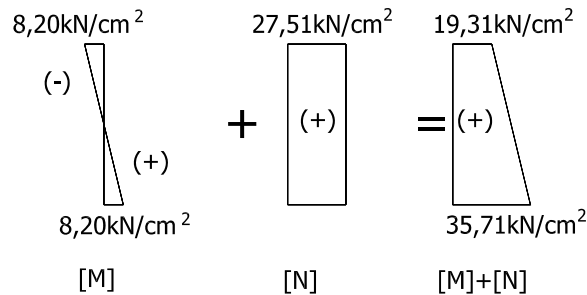
### 5.3. Συνολικές τάσεις στη διατομή

Τάση στην κάτω ίνα της διατομής

$$\sigma^+ = 8,20 + 27,51 = 35,71 \text{ kN/cm}^2$$

Τάση στην άνω ίνα της διατομής

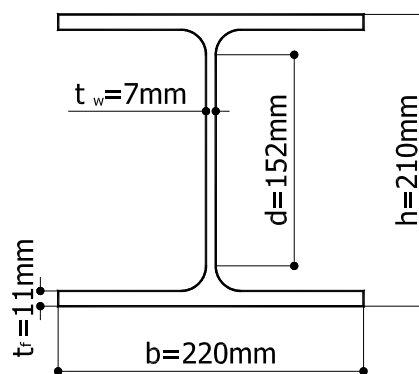
$$\sigma^- = -8,20 + 27,51 = 19,31 \text{ kN/cm}^2$$



Σχήμα 6: Διάγραμμα τάσεων για HEA200

Παρατηρείται ότι η τάση στην κάτω ακραία ίνα είναι μεγαλύτερη από το όριο διαρροής ( $\sigma^+ = 35,71 \text{ kN/cm}^2 > f_y = 35,50 \text{ kN/cm}^2$ ), που σημαίνει ότι δεν επαρκεί η διατομή σε ελαστικό έλεγχο και απαιτείται μεγαλύτερη διατομή. Επιλέγεται έτσι η αμέσως επόμενη διατομή HEA220 με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

HEA220

 $A = 64,34 \text{ m}^2$   
 $b = 220 \text{ mm}$ 
 $G = 50,5 \text{ kg/m}$   
 $h = 210 \text{ mm}$ 
 $W_{pl} = 568,5 \text{ cm}^3$   
 $t_w = 7,0 \text{ mm}$ 
 $W_{el} = 515,2 \text{ cm}^3$   
 $t_f = 11,0 \text{ mm}$ 
 $r = 18 \text{ mm}$ 

Σχήμα 7: Διατομή HEA220

#### 5.4. Τάσεις λόγω ροπής κάμψης

Σύμφωνα με τον ελαστικό έλεγχο η τάση στην ακραία ίνα της διατομής λόγω ροπής κάμψης θα είναι:

$$\sigma = \frac{M_{Ed}}{W_{el}} = \frac{3190 \text{ kNcm}}{515,20 \text{ cm}^3} = 6,19 \text{ kN/cm}^2$$

#### 5.5. Τάσεις λόγω αξονικής εφελκυστικής δύναμης

Η τάση λόγω αξονικής εφελκυστικής δύναμης θα είναι ομοιόμορφη σε όλη τη διατομή:

$$\sigma = \frac{N_{Ed}}{A} = \frac{1481 \text{ kN}}{64,34 \text{ cm}^2} = 23,02 \text{ kN/cm}^2$$

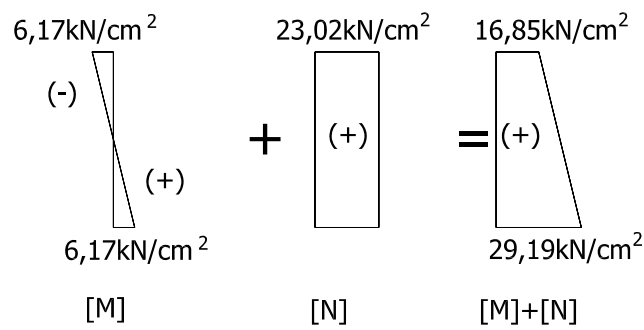
#### 5.6. Συνολικές τάσεις στη διατομή

Τάση στην κάτω ίνα της διατομής

$$\sigma^+ = 6,17 + 23,02 = 29,19 \text{ kN/cm}^2$$

Τάση στην άνω ίνα της διατομής

$$\sigma^- = -6,17 + 23,02 = 16,85 \text{ kN/cm}^2$$



Σχήμα 8: Διάγραμμα τάσεων για HEA220

Παρατηρούμε ότι οι τάσεις στη διατομή είναι μικρότερες από το όριο διαρροής και μάλιστα η διατομή βρίσκεται όλη υπό εφελκυσμό επομένως δεν χρειάζεται κατάταξη.

### 5.7. Ελαστικός έλεγχος διατμητικών τάσεων

Το εμβαδόν του κορμού είναι:

$$A_w = h_w \times t_w = (21,00 \text{ cm} - 2 \times 1,10 \text{ cm}) \times 0,7 \text{ cm} = 13,16 \text{ cm}^2$$

Σύμφωνα με τον ελαστικό έλεγχο διατμητικών τάσεων θα πρέπει να ισχύει:

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{A_w} < \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}$$

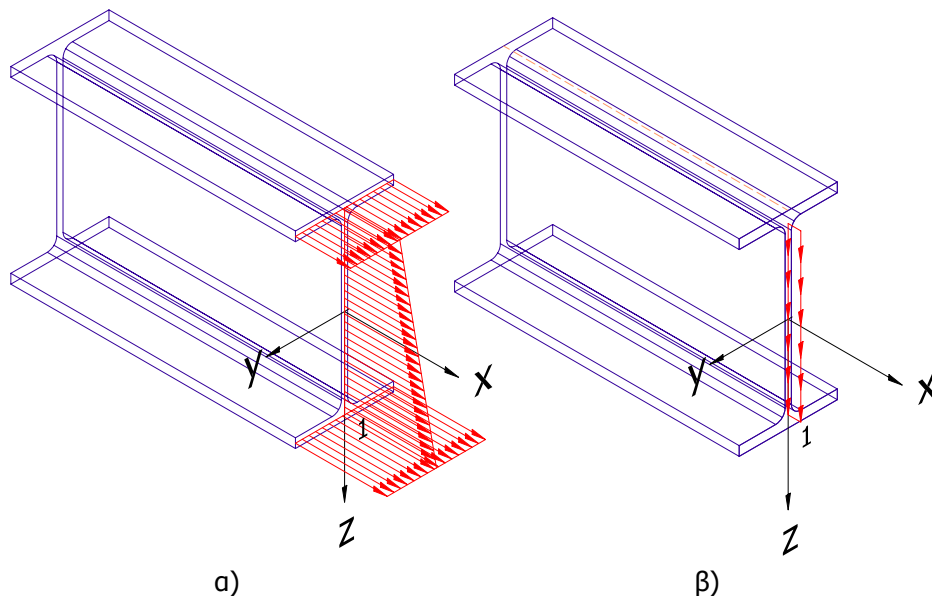
Έλεγχος διατμητικών τάσεων κατά τον τοπικό άξονα z:

$$\tau_{Ed,z} = \frac{V_{Ed,z}}{A_w} = \frac{36,30 \text{ kN}}{13,16 \text{ cm}^2} = 2,76 \text{ kN/cm}^2 < \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = \frac{35,5 \text{ kN/cm}^2}{\sqrt{3} \cdot 1,00} = 20,50 \text{ kN/cm}^2$$

### 5.8. Ελαστικός έλεγχος σύνθετων τάσεων von Mises

Σύμφωνα με τον σύνθετο έλεγχο κατά Von Mises θα πρέπει να ισχύει σε κάθε σημείο της διατομής:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{Ed,xy}^2 + 3\tau_{Ed,xz}^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Σχήμα 9: α) Ορθές τάσεις  $\sigma_x$  και β) διατμητικές τάσεις  $\tau_{xz}$  κάτω πέλματος δικτυώματος

Εξετάζεται η διατομή στο μέσον των κεντρικών ανοιγμάτων του δικτυώματος όπου παρουσιάζεται η μέγιστη εφελκυστική δύναμη και πιο συγκεκριμένα το σημείο 1 όπου παρουσιάζεται η μέγιστη ορθή τάση και η μέγιστη διατμητική τάση στη διατομή.

Στο σημείο 1 η ισοδύναμη τάση Von Mises θα είναι:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xz}^2} = \sqrt{29,19^2 + 3 \times 2,76^2} = 29,58 \text{ kN/cm}^2 < \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 35,5 \text{ kN/cm}^2$$

Επομένως ο σύνθετος έλεγχος κατά Von Mises της διατομής του κάτω πέλματος του δικτυώματος της πεζογέφυρας ικανοποιείται.

## 6. ΠΛΑΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

Εξετάζεται η διατομή που επιλέχθηκε αρχικά, δηλαδή η HEA200, η οποία πιθανόν να επαρκεί, διότι ο ελαστικός έλεγχος για την συγκεκριμένη διατομή δεν ικανοποιείται οριακά.

### 6.1. Πλαστικός έλεγχος διάτμησης

Σύμφωνα με τον πλαστικό έλεγχο διάτμησης θα πρέπει να ισχύει:

$$V_{Ed} \leq V_{c,Rd}$$

όπου

$$V_{Ed} = 36,30 \text{ kN}$$

$$V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = A_v \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}$$

και

$$A_v = A - 2 \times b \times t_f + (t_w + 2 \times r) \times t_f = 53,83 \text{ cm}^2 - 2 \times 20,0 \text{ cm} \times 1,00 \text{ cm} + (0,65 \text{ cm} + 2 \times 1,8 \text{ cm}) \times 1,00 \text{ cm} = 18,08 \text{ cm}^2$$

Επομένως θα έχουμε:

$$V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = A_v \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 18,08 \text{ cm}^2 \frac{35,5 \text{ kN/cm}^2}{\sqrt{3} \cdot 1,00} = 370,57 \text{ kN} > V_{Ed} = 36,30 \text{ kN}$$

Ο έλεγχος της διατομής σε διάτμηση ικανοποιείται.

### 6.2. Έλεγχος απομείωσης των αντοχών λόγω παρουσίας διάτμησης

Παρατηρούμε ότι  $V_{Ed} < 0,5V_{pl,Rd}$  επομένως δεν χρειάζεται απομείωση της αντοχής σε ροπή κάμψης και σε αξονική δύναμη λόγω παρουσίας διάτμησης.

### 6.3. Έλεγχος σε κάμψη και αξονική δύναμη

Για διατομές κατηγορίας 1 πρέπει να ικανοποιείται το παρακάτω κριτήριο:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

όπου  $M_{N,Rd}$  είναι η πλαστική ροπή αντοχής μειωμένη λόγω της αξονικής δύναμης  $N_{Ed}$ .

Για διατομές διπλής συμμετρίας I δεν χρειάζεται να γίνει πρόβλεψη για την επίδραση της αξονικής δύναμης στην πλαστική ροπή αντοχής περί τον άξονα γ-γ, όταν ικανοποιούνται και τα δύο παρακάτω κριτήρια:

$$\alpha) N_{Ed} \leq 0,25 N_{pl,Rd}$$

$$\text{όπου } N_{pl,Rd} = A f_y = 53,83 \text{ cm}^2 \times 35,50 \text{ kN/cm}^2 = 1910,97 \text{ kN}$$

$$0,25 N_{pl,Rd} = 0,25 \times 1910,97 \text{ kN} = 477,74 \text{ kN}$$

και

$$\beta) N_{Ed} \leq \frac{0,5 h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{0,5 \times (19 \text{ cm} - 2 \times 1,0 \text{ cm}) \times 0,65 \text{ cm} \times 35,5 \text{ kN/cm}^2}{1,00} = 196,14 \text{ kN}$$

$$\text{όπου } N_{Ed} = 1481 \text{ kN.}$$

Κανένα από τα δύο κριτήρια δεν ικανοποιείται, επομένως χρειάζεται απομείωση της πλαστικής ροπής αντοχής λόγω αξονικής δύναμης.

Για διατομές όπου οι οπές κοχλιών δεν λαμβάνονται υπόψη, οι παρακάτω προσεγγίσεις μπορούν να χρησιμοποιούνται για ελατές διατομές I ή H.

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} (1-n)/(1-0,5a)$$

αλλά

$$M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

όπου

$$M_{pl,y,Rd} = W_{pl,y} \times f_y / \gamma_{M0} = 429,5 \text{ cm}^3 \times 35,5 \text{ kN/cm}^2 / 1,00 = 15247,25 \text{ kNcm}$$

$$n = N_{Ed} / N_{pl,Rd} = 1481 \text{ kN} / 1910,97 \text{ kN} = 0,77$$

$$a = (A - 2bt_f) / A = (53,83 \text{ cm}^2 - 2 \times 20,0 \text{ cm} \times 1,0 \text{ cm}) / 53,83 \text{ cm}^2 = 0,26 < 0,50$$

Θα πρέπει πάντα να ισχύει  $a \leq 0,5$  που στην προκειμένη περίπτωση ισχύει.

Επομένως βάσει των προηγούμενων σχέσεων θα έχουμε:

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} (1-0,77)/(1-0,5 \times 0,26) = 15247,25 \text{ kNcm} \times 0,26 = 4030,88 \text{ kNcm}$$

Ισχύει:  $M_{Ed} = 3190 \text{ kNcm} < M_{N,y,Rd} = 4030,88 \text{ kNcm}$

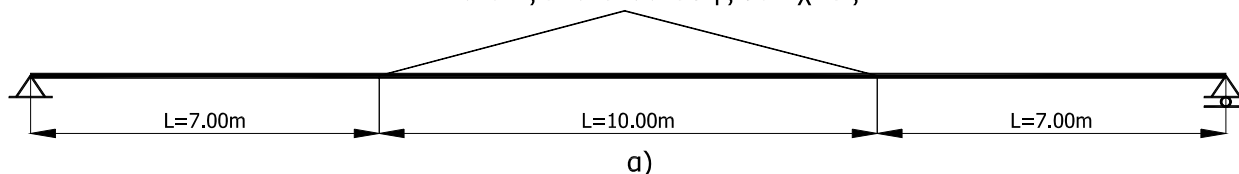
Επομένως η διατομή HEA200 επαρκεί σε πλαστικό έλεγχο διατομής.

## 7. ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

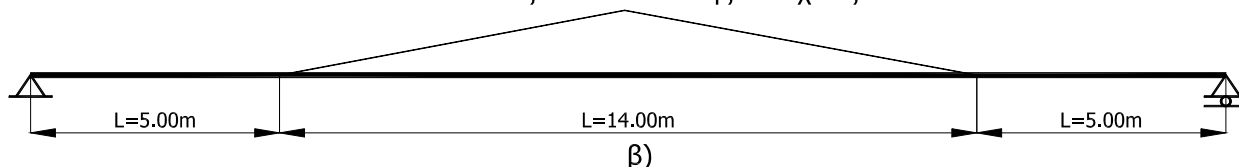
1) Η διατομή του κάτω πέλματος του δικτυώματος θα μπορούσε να είναι μεταβλητή, συνήθως όμως τηρείται ενιαία σε όλο το μήκος του δικτυώματος.

2) Για την κοχλιωτή αποκατάσταση συνέχειας της διατομής του κάτω πέλματος του δικτυώματος θα επιλέγαμε να απομακρύνουμε τις θέσεις αποκατάστασης από τη θέση μέγιστης αξονικής δύναμης. Γι' αυτό θα επιλέγαμε π.χ. δύο ακραία τεμάχια των 7,00m και ένα τεμάχιο στη μέση των 10,00m (Σχήμα 10α), ή ακόμα καλύτερα, δύο ακραία τεμάχια των 5,00m και ένα τεμάχιο στη μέση των 14,00m (Σχήμα 10β).

θέσεις αποκατάστασης συνέχειας



θέσεις αποκατάστασης συνέχειας



Σχήμα 10: Προτεινόμενες θέσεις αποκατάστασης συνέχειας

Έτσι ο έλεγχος της απομειωμένης διατομής σε θραύση θα γινόταν για μία πολύ μικρότερη εφελκυστική δύναμη, και η σύνδεση αποκατάστασης δεν θα βρισκόταν στην ίδια θέση με τις συνδέσεις των ορθοστατών. Στην δεύτερη περίπτωση (Σχήμα 10β) η αξονική δύναμη είναι ακόμα μικρότερη από αυτή της πρώτης περίπτωσης (Σχήμα 10α), όπως βλέπουμε και από το διάγραμμα των αξονικών δυνάμεων στο Σχήμα 4.