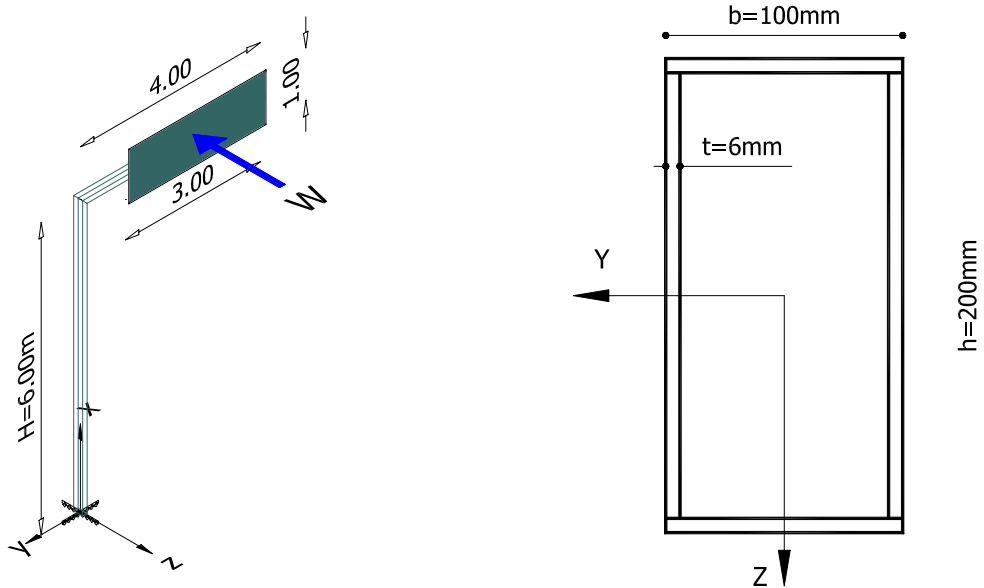


Ιανουάριος 2011

Άσκηση 9

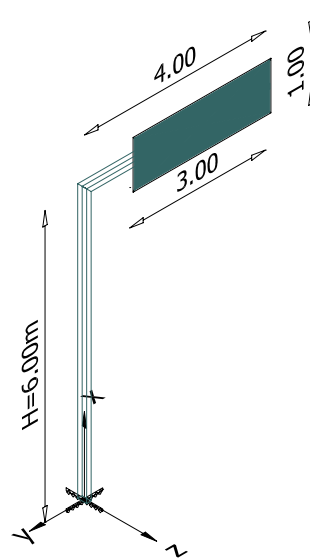
Να γίνει έλεγχος επάρκειας της διατομής του στύλου μεταλλικής πινακίδας του Σχήματος 1α για φορτίο ανέμου $w=1,00\text{kN/m}^2$. Η διατομή του στύλου είναι συγκολλητή κοίλη ορθογωνική όπως φαίνεται στο σχήμα 1β. Δίνεται ποιότητα χάλυβα S235. Να ληφθεί υπόψη το ίδιο βάρος της πινακίδας ίσο με $0,50\text{kN}$ και το ίδιο βάρος των μεταλλικών στοιχείων ίσο με $78,5\text{kN/m}^3$.



α) β)
Σχήμα 1: α) Μεταλλική πινακίδα β) Συγκολλητή διατομή στύλου

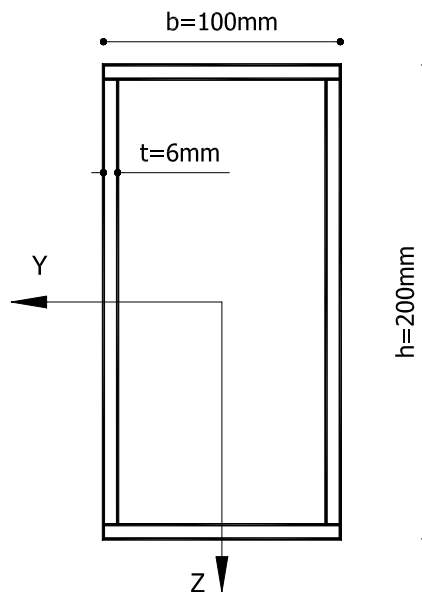
ΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΗΣ 9

1. ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ



Σχήμα 1: Γεωμετρία κατασκευής και τοπικό σύστημα αξόνων υποστυλώματος

2. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΤΟΜΗΣ



Σχήμα 2: Συγκολλητή διατομή στύλου

$$\begin{aligned}
 b &= 100\text{mm} & h &= 200\text{mm} & t &= 6\text{mm} \\
 b' &= (100 - 2 \times 6)\text{mm} = 88\text{mm} \text{ (εσωτερικό πλάτος διατομής)} \\
 b_m &= (100 - 6)\text{mm} = 94\text{mm} \text{ (μέσο πλάτος διατομής)} \\
 h' &= (200 - 2 \times 6)\text{mm} = 188\text{mm} \text{ (εσωτερικό ύψος διατομής)} \\
 h_m &= (200 - 6)\text{mm} = 194\text{mm} \text{ (μέσο ύψος διατομής)} \\
 A &= (10,0\text{cm} \times 20,0\text{cm}) - (8,80\text{cm} \times 18,80\text{cm}) = 34,56\text{cm}^2
 \end{aligned}$$

$$I_y = \frac{10 \times 20^3}{12} - \frac{8,8 \times 18,8^3}{12} = 1793,91\text{cm}^4$$

$$I_z = \frac{20 \times 10^3}{12} - \frac{18,8 \times 8,8^3}{12} = 599,03 \text{ cm}^4$$

$$W_{el,y} = I_y / (h_m/2) = 1793,91 \text{ cm}^4 / (19,4 \text{ cm}/2) = 184,94 \text{ cm}^3$$

$$W_{el,z} = I_z / (b_m/2) = 599,03 \text{ cm}^4 / (9,4 \text{ cm}/2) = 127,45 \text{ cm}^3$$

3. ΦΟΡΤΙΑ

Ίδιο βάρος μεταλλικών στοιχείων

Η τιμή σχεδιασμού για το κατανεμημένο ίδιο βάρος των μεταλλικών στοιχείων θα είναι:

$$g = 1,35 \times A \times 78,5 \text{ kN/m}^3 = 1,35 \times 0,003456 \times 78,5 = 0,37 \text{ kN/m}$$

Βάρος πινακίδας

Το βάρος της πινακίδας θεωρείται ότι εφαρμόζεται στο κέντρο βάρους της πινακίδας δηλαδή το σημείο εφαρμογής του φορτίου που απέχει από τον κόμβο του υποστυλώματος απόσταση ίση με:

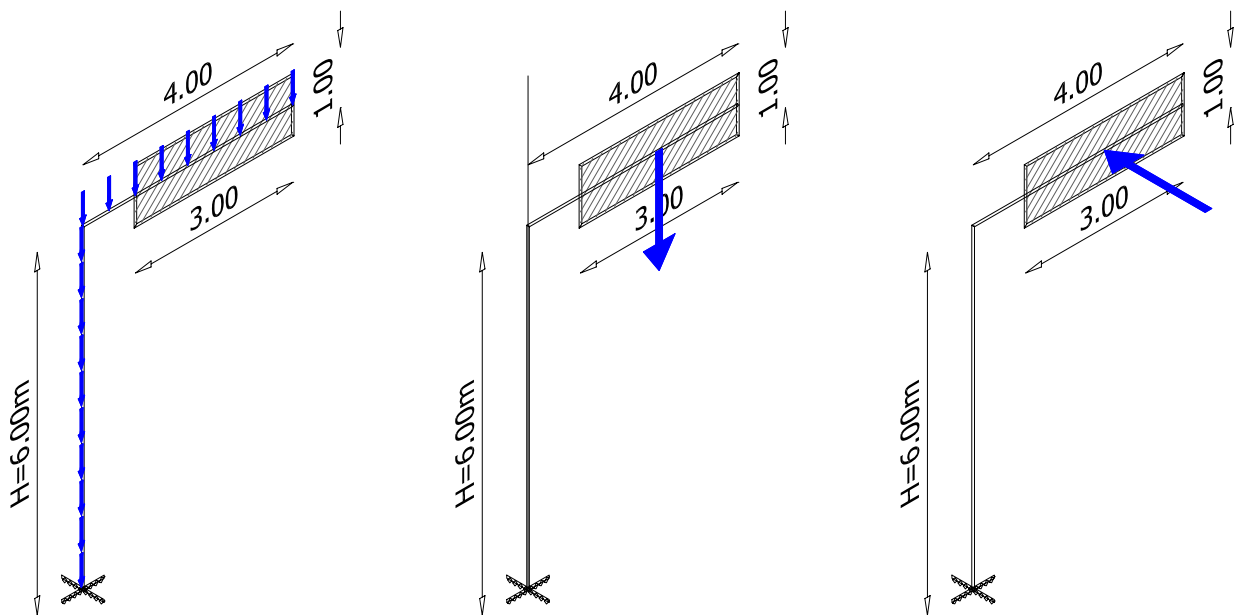
$$a = 1,00 \text{ m} + 3,00 \text{ m}/2 = 2,50 \text{ m} \text{ και η τιμή σχεδιασμού θα είναι:}$$

$$G = 1,35 \times 0,50 \text{ kN} = 0,675 \text{ kN}$$

Άνεμος

Ο άνεμος θεωρείται ότι εφαρμόζεται ως συγκεντρωμένο φορτίο στο κέντρο της πινακίδας με τιμή σχεδιασμού:

$$W = 1,50 \times 1,00 \text{ kN/m}^2 \times 3,00 \text{ m} \times 1,00 \text{ m} = 4,50 \text{ kN}.$$



α) β) γ)
Σχήμα 3: Φορτία α) ίδιο βάρος μεταλλικών στοιχείων, β) βάρος πινακίδας, γ) άνεμος

4. ΕΝΤΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Στη βάση του στύλου αναπτύσσονται τα μεγαλύτερα εντατικά μεγέθη τα οποία είναι:

Αξονική δύναμη λόγω ίδιου βάρους μεταλλικών στοιχείων και βάρους πινακίδας

$$N_{Ed} = 0,37 \text{ kN/m} \times (4,00 \text{ m} + 6,00 \text{ m}) + 0,675 \text{ kN} = 4,38 \text{ kN}$$

Κάμψη κατά τον τοπικό γ λόγω ανέμου

$$M_{Ed,y} = PH = 4,50 \text{ kN} \times 6,00 \text{ m} = 27,00 \text{ kNm} = 2700 \text{ kNcm}$$

Κάμψη κατά τον τοπικό z λόγω ίδιου βάρους μεταλλικών στοιχείων και βάρους πινακίδας

$$M_{Ed,z} = 0,37 \text{ kN/m} \times 4,00 \text{ m} \times 2,00 \text{ m} + 0,675 \text{ kN} \times 2,50 \text{ m} = 4,65 \text{ kNm} = 465 \text{ kNcm}$$

Διάτμηση κατά τον τοπικό y

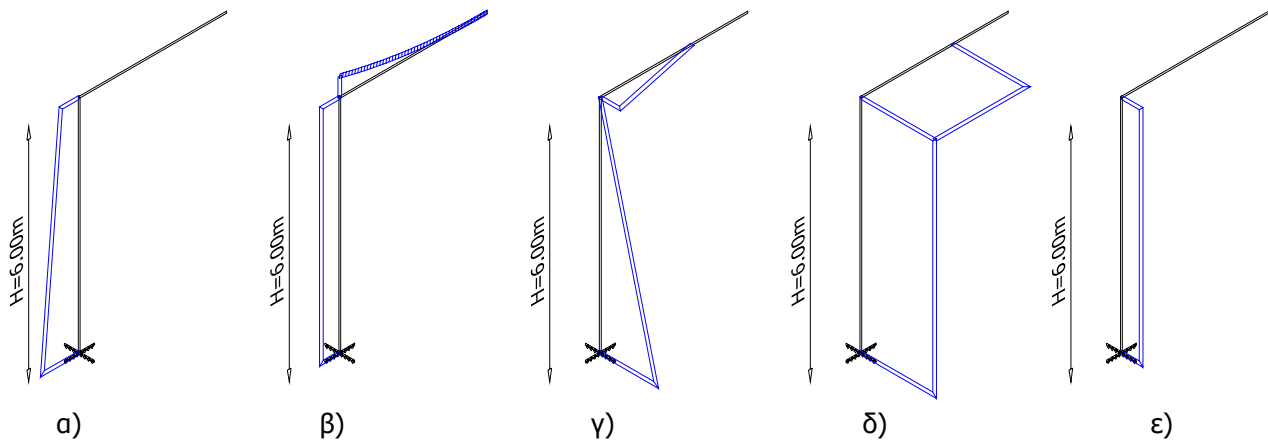
Δεν υπάρχουν οριζόντια φορτία παράλληλα με το επίπεδο της πινακίδας και επομένως δεν αναπτύσσονται διατμητικές δυνάμεις V_y στο υποστύλωμα.

Διάτμηση κατά τον τοπικό z

$$V_{Ed,z} = W = 4,50 \text{ kN}$$

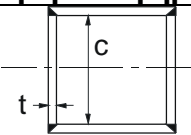
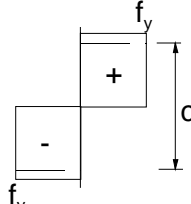
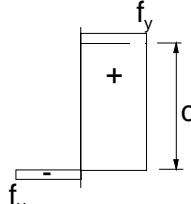
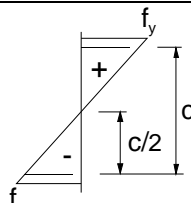
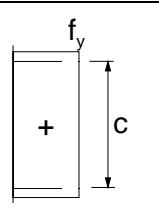
Στρέψη περί τον τοπικό x

$$T_{t,Ed} = M_t = W \times a = 4,50 \text{ kN} \times 2,50 \text{ m} = 11,25 \text{ kNm} = 1125 \text{ kNcm}$$



Σχήμα 4: α) Διάγραμμα αξονικών δυνάμεων, β) Διάγραμμα καμπτικών ροπών M_z , γ) Διάγραμμα καμπτικών ροπών M_y , δ) Διάγραμμα τεμνουσών δυνάμεων V_z , ε) Διάγραμμα στρεπτικών ροπών T_t

5. ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ ΔΙΑΤΟΜΗΣ**5.1. Κατηγορία διατομής****Πίνακας 1: Μέγιστοι λόγοι πλάτους προς πάχος για θλιβόμενα τμήματα:
Εσωτερικά θλιβόμενα τμήματα**

		
Κατηγορία	Τμήμα που υπόκειται σε κάμψη	Τμήμα που υπόκειται σε θλίψη
Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική)		
1	$c/t \leq 72\varepsilon$	$c/t \leq 33\varepsilon$
2	$c/t \leq 83\varepsilon$	$c/t \leq 38\varepsilon$
Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική)		
3	$c/t \leq 124\varepsilon$	$c/t \leq 42\varepsilon$
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235
	ε	1,00

Για την κατάταξη διατομής μπορούμε να υποθέσουμε ότι όλη η διατομή υπόκειται σε καθαρή θλίψη.

Τοιχώματα πλάτους 200mm

$c/t=188/6=31<33\varepsilon$ (κατηγορία 1)

Τοιχώματα πλάτους 100mm

$c/t=88/6=14,67<33\varepsilon$ (κατηγορία 1)

όπου c η εσωτερική διάσταση των τοιχωμάτων που εξετάζονται της κοίλης διατομής

Επομένως η διατομή ανήκει στην κατηγορία 1.

6. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΑΣΕΩΝ**Υπολογισμός ορθών τάσεων διατομής λόγω αξονικής δύναμης**

$$\sigma_{Ed,x,N} = \frac{N_{Ed}}{A} = \frac{4,38 \text{ kN}}{34,56 \text{ cm}^3} = 0,13 \text{ kN/cm}^2$$

Υπολογισμός ορθών τάσεων διατομής λόγω καμπτικής ροπής περί τον τοπικό άξονα z

$$\sigma_{Ed,x,Mz} = \frac{M_{Ed,z}}{W_{el,z}} = \frac{465 \text{ kNcm}}{127,45 \text{ cm}^3} = 3,65 \text{ kN/cm}^2$$

Υπολογισμός ορθών τάσεων διατομής λόγω καμπτικής ροπής περί τον τοπικό άξονα y

$$\sigma_{Ed,x,My} = \frac{M_{Ed,y}}{W_{el,y}} = \frac{2700 \text{ kNcm}}{184,94 \text{ cm}^3} = 14,60 \text{ kN/cm}^2$$

Υπολογισμός διατμητικών τάσεων λόγω τέμνουσας δύναμης κατά τον τοπικό άξονα zΤο εμβαδόν A_w μιας κοίλης ορθογωνικής διατομής είναι:

$$A_w = 2h_m \times t = 2 \times 19,4 \text{ cm} \times 0,6 \text{ cm} = 23,28 \text{ cm}^2$$

Η διατμητική τάση λόγω τέμνουσας $V_{Ed,z}$ είναι:

$$\tau_{Ed,xz} = \frac{V_{Ed,z}}{A_w} = \frac{4,50 \text{ kN}}{23,28 \text{ cm}^2} = 0,19 \text{ kN/cm}^2$$

Τάσεις από καθαρή στρέψη λόγω στρεπτικής ροπής

Στην περίπτωση ενός μέλους με κλειστή διατομή, κυριαρχεί η καθαρή στρέψη, η στρέβλωση επιτρέπεται (κανονιστικά) να αμελείται και να θεωρείται ότι το σύνολο της στρεπτικής ροπής παραλαμβάνεται μέσω ανάπτυξης διατμητικών τάσεων.

Η ροπή στρέψης στις λεπτότοιχες μονοκυψελικές διατομές παραλαμβάνεται μέσω ομοιόμορφης διατμητικής ροής $T = \tau t$ στα τοιχώματα της διατομής και δίνεται τότε από την επόμενη σχέση η οποία αποτελεί και τον 1^ο τύπο του Bredt:

$$T_{t,Ed} = 2 \times \tau \times t \times A_m$$

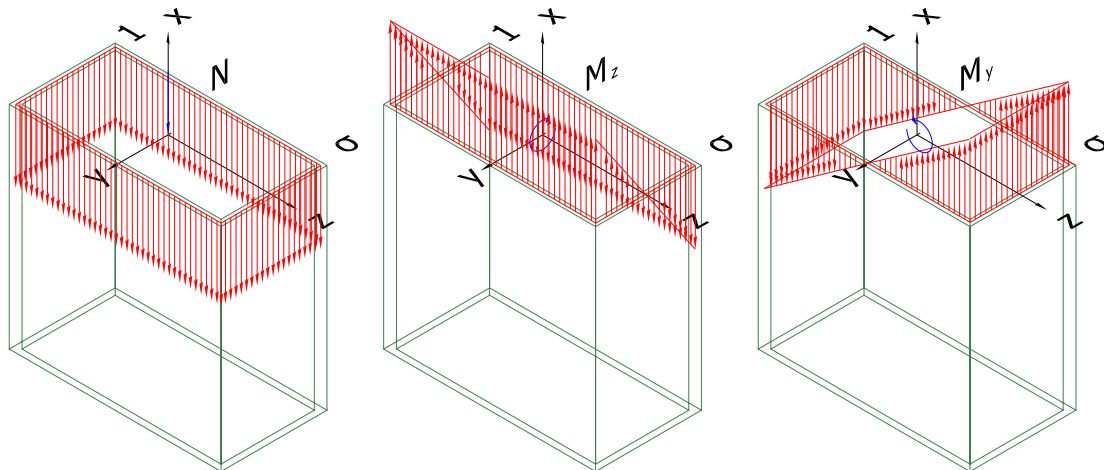
Επομένως θα έχουμε:

$$A_m = b_m \times h_m = 9,4 \text{ cm} \times 19,4 \text{ cm} = 182,36 \text{ cm}^2$$

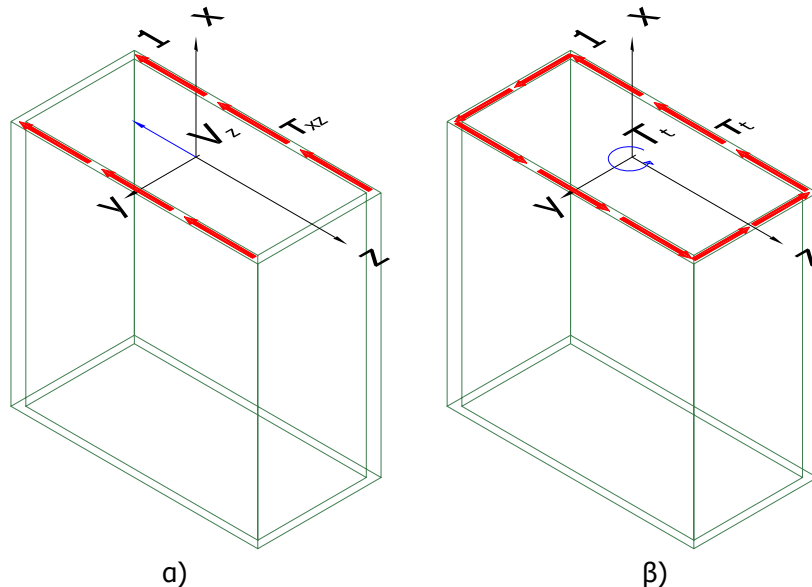
$$t = 0,6 \text{ cm}$$

Η διατμητική τάση που αναπτύσσεται στα τοιχώματα της διατομής είναι:

$$\tau_{t,Ed} = \frac{T_{t,Ed}}{2A_m t} = \frac{1125 \text{ kNcm}}{2 \times 182,36 \text{ cm}^2 \times 0,6 \text{ cm}} = 5,14 \text{ kN/cm}^2$$



α) β) γ)
Σχήμα 5: Ορθές τάσεις στη διατομή α) $\sigma_{Ed,x,N}$ λόγω N_{Ed} , β) $\sigma_{Ed,x,Mz}$ λόγω $M_{Ed,z}$, γ) $\sigma_{Ed,x,My}$ λόγω $M_{Ed,y}$



α) β)
Σχήμα 6: Διατμητικές τάσεις στη διατομή α) $\tau_{Ed,xz}$ λόγω $V_{Ed,z}$, β) $\tau_{t,Ed}$ λόγω $T_{t,Ed}$

7. ΕΛΑΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΕ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ, ΚΑΜΨΗΣ ΚΑΙ ΣΤΡΕΨΗΣ

Ελέγχουμε την γωνία της διατομής όπου αναπτύσσεται η μέγιστη θλιπτική ορθή τάση και η μέγιστη διατμητική τάση:

Η μέγιστη ορθή τάση θα είναι:

$$\sigma_x = \sigma_{Ed,x,N} + \sigma_{Ed,x,Mz} + \sigma_{Ed,x,My} = 0,13 + 3,65 + 14,60 = 18,38 \text{ kN/cm}^2$$

Η συνολική διατμητική τάση στα τοιχώματα πλάτους 200mm της διατομής είναι:

$$\tau_z = \tau_{Ed,xz} + \tau_{t,Ed} = (0,19 + 5,14) \text{ kN/cm}^2 = 5,33 \text{ kN/cm}^2$$

ενώ διατμητική τάση στα τοιχώματα πλάτους 100mm της διατομής είναι μικρότερη με τιμή:

$$\tau_y = \tau_{t,Ed} = 5,14 \text{ kN/cm}^2$$

Η τάση κατά von Mises θα είναι:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{18,38^2 + 3 \cdot (5,33)^2} = 20,57 \text{ kN/cm}^2 < \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 23,5 \text{ kN/cm}^2 \text{ (επαρκεί)}$$