

Δεκέμβριος 2010

### Άσκηση 5

Η κάλυψη βιομηχανικού χώρου γίνεται από μεταλλική κατασκευή με κύριους φορείς δίστυλα πλαίσια, τοποθετημένα ανά 6,00m. Κάθετα στο επίπεδο των πλαισίων και επί των ζυγμάτων, διατάσσονται αμφίερειςτες τεγίδες διατομής IPE140, σε αποστάσεις μεταξύ τους ίσες με 1,65m.

Ζητείται ο ελαστικός έλεγχος επάρκειας της διατομής της τεγίδας σε οριακή κατάσταση αστοχίας και σε οριακή κατάσταση λειτουργικότητας. Εξετάζονται δύο παραλλαγές πλαισίων, με οριζόντιο ζύγωμα (στεγάστρο 1) και με δίρριχτο ζύγωμα (στεγάστρο 2). Η κάτοψη των στεγάστρων καθώς και η τομή του κάθε ενός δίνονται στα παρακάτω σχήματα.

Επισημαίνεται ότι στα σχήματα απεικονίζονται μόνο τα μέλη που αφορούν στην άσκηση, ενώ τα υπόλοιπα μέλη (οριζόντιοι και κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας, μετωπικοί στύλοι, μηκίδες) δεν έχουν σχεδιαστεί για λόγους ευκρίνειας.

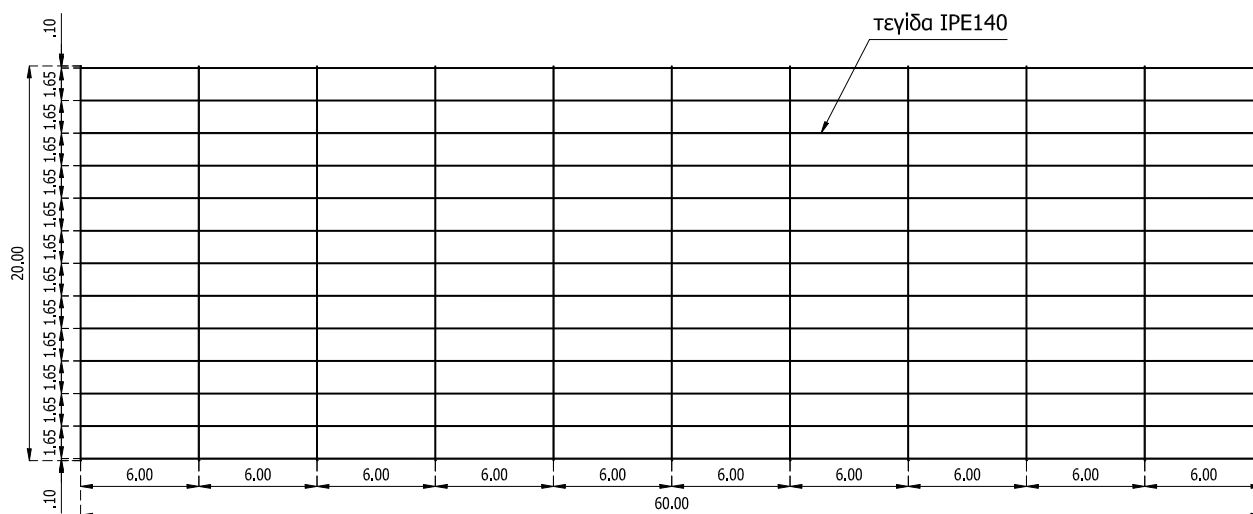
Δίνονται:

Χάλυβας S235

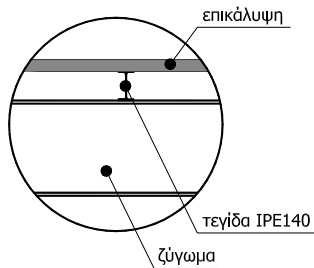
Μόνιμα φορτία  $g=0,20 \text{ kN/m}^2$  (σε οριζόντια προβολή – περιλαμβάνει το ίδιο βάρος της τεγίδας και το βάρος των φύλλων επικάλυψης)

Χιόνι  $s=0,75 \text{ kN/m}^2$

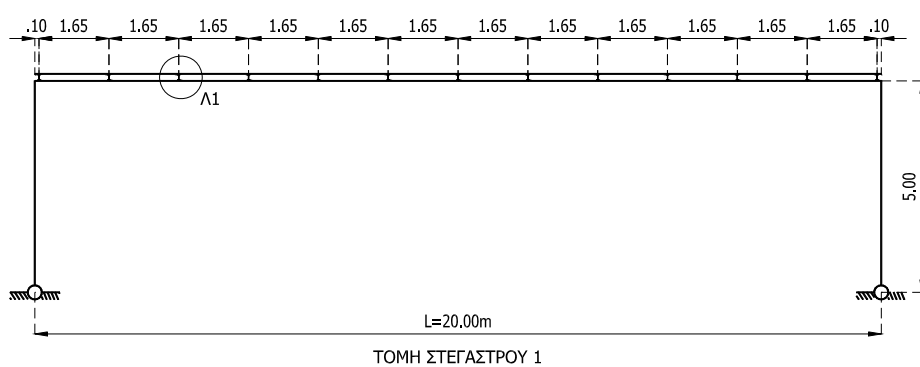
Υποπίεση ανέμου  $w=0,60 \text{ kN/m}^2$  (κάθετα στην προσβαλλόμενη επιφάνεια)



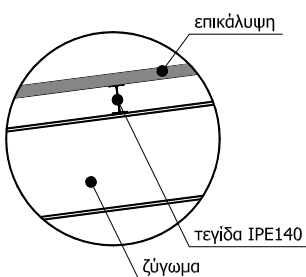
Σχήμα 1: Κάτοψη στεγάστρων 1 και 2



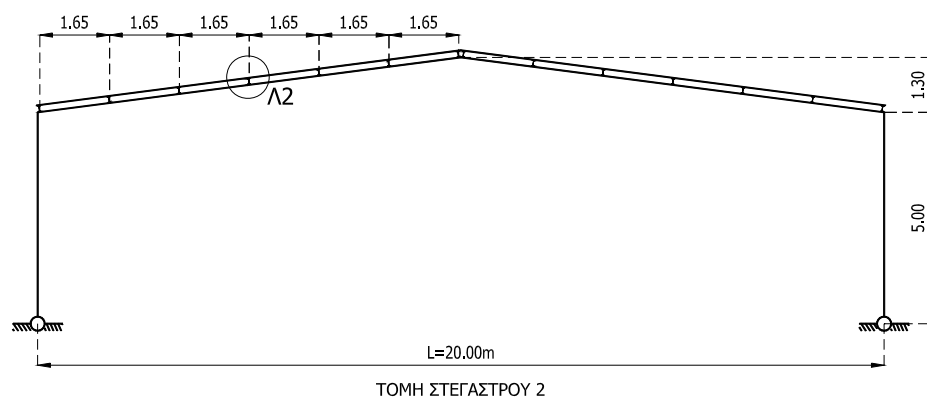
ΛΕΠΤΟΜΕΡΕΙΑ 1



Σχήμα 2: Στέγαστρο 1



ΛΕΠΤΟΜΕΡΕΙΑ 2



Σχήμα 3: Στέγαστρο 2

Για τα όρια των βελών κάμψης ισχύουν οι παρακάτω τιμές:

	$w_{\max}$	$w_3$
Μη βατές στέγες	$L/200$	$L/250$
Πατώματα και βατές στέγες	$L/250$	$L/300$

όπου

$w_{\max}$  το μέγιστο βέλος λόγω μονίμων και κινητών φορτίων και

$w_3$  το μέγιστο βέλος λόγω κινητών φορτίων

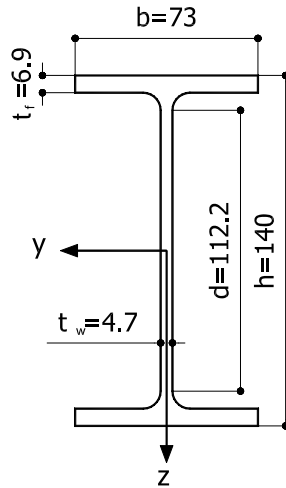
### ΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΗΣ 5

#### Υλικά

Ποιότητα δομικού χάλυβα S235  $f_y=235\text{MPa}=23,5\text{kN/cm}^2$   $f_u=360\text{MPa}=36,0\text{kN/cm}^2$   
 $E=210000\text{MPa}=21000\text{kN/cm}^2$

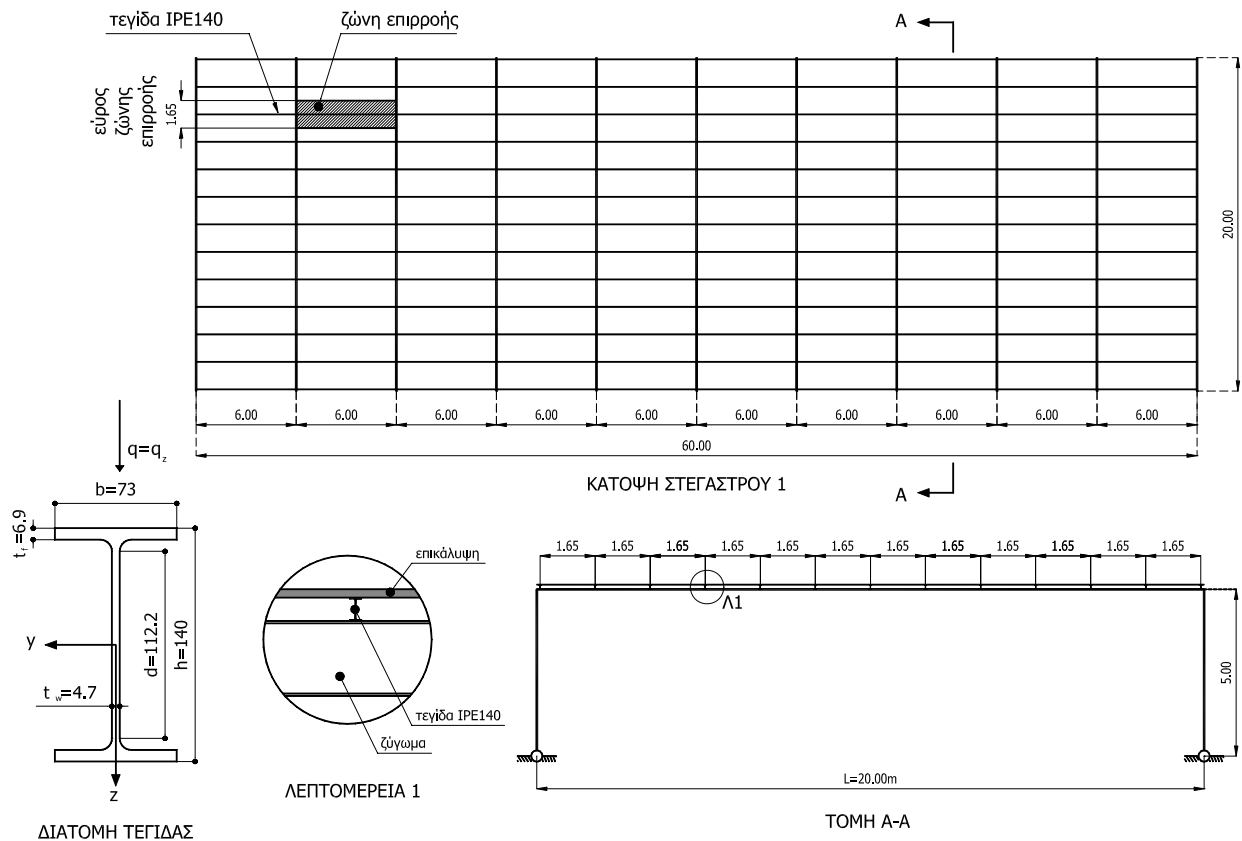
#### Χαρακτηριστικά διατομής

IPE 140  $I_y=541\text{cm}^4$   $I_z=44,9\text{cm}^4$   $W_{el,y}=77,3\text{cm}^3$   $W_{el,z}=12,30\text{cm}^3$   
 $b=73\text{mm}$   $t_f=6,9\text{mm}$   $h=140\text{mm}$   $t_w=4,7\text{mm}$   
 $d=112,2\text{mm}$   $G=12,9\text{kg/m}=0,129\text{kN/m}$



Σχήμα 1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά διατομής IPE140

#### 1. ΣΤΕΓΑΣΤΡΟ 1



Σχήμα 2: Γεωμετρία στεγαστρου 1

**1.1. Φορτία**

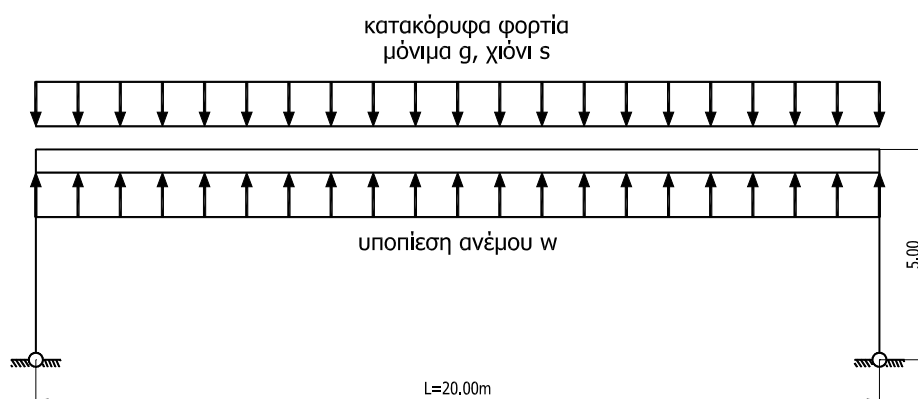
Τα φορτία που λαμβάνονται υπόψη είναι:

Μόνιμα  $g = 0,20 \text{ kN/m}^2$   
 Χιόνι  $s = 0,75 \text{ kN/m}^2$   
 Υποπίεση ανέμου  $w = -0,60 \text{ kN/m}^2$

Το πλάτος της ζώνης επιρροής της τεγίδας είναι  $1,65 \text{ m}$ .

Η κατανομή των φορτίων ανά τεγίδα θα είναι:

$g = 0,20 \text{ kN/m}^2 \times 1,65 \text{ m} = 0,33 \text{ kN/m}$   
 $s = 0,75 \text{ kN/m}^2 \times 1,65 \text{ m} = 1,24 \text{ kN/m}$   
 $w = -0,60 \text{ kN/m}^2 \times 1,65 \text{ m} = -0,99 \text{ kN/m}$



Σχήμα 3: Φορτία στο στέγαστρο 1

**1.2. Συνδυασμοί φορτίσεων σε οριακή κατάσταση αστοχίας**

$$E_d = \sum \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

όπου  $\gamma_{G,j} = 1,35$  (δυσμενής επιρροή)  $\gamma_{Q,i} = 1,50$  (δυσμενής επιρροή)  $\psi_{0,i} = 0,50$  χιόνι  
 $= 1,00$  (ευμενής επιρροή)  $= 0,00$  (ευμενής επιρροή)  $= 0,60$  άνεμος

Οι δύο συνδυασμοί που μορφώνονται για τα δύο κινητά φορτία είναι:

$$E_{d1} = \gamma_G g + \gamma_{Q,1} s + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} w \quad (\text{κύριο κινητό το χιόνι})$$

$$E_{d2} = \gamma_G g + \gamma_{Q,1} w + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} s \quad (\text{κύριο κινητό ο άνεμος})$$

Δυσμενής συνδυασμός με φορτία προς τα κάτω

(δυσμενής επιρροή για φορτία προς τα κάτω, ευμενής επιρροή για φορτία προς τα πάνω)

$$E_{d1} = \gamma_G g + \gamma_{Q,1} s + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} w = 1,35 \times g + 1,50 \times s + 0,00 \times 0,60 \times w$$

$$= 1,35 \times 0,33 \text{ kN/m} + 1,50 \times 1,24 \text{ kN/m} = 2,30 \text{ kN/m}$$

Δυσμενής συνδυασμός με φορτία προς τα πάνω

(δυσμενής επιρροή για φορτία προς τα πάνω, ευμενής επιρροή για φορτία προς τα κάτω)

$$E_{d2} = \gamma_G g + \gamma_{Q,1} w + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} s = 1,00 \times g + 1,50 \times w + 0,00 \times 0,50 \times s$$

$$= 1,00 \times 0,33 \text{ kN/m} - 1,50 \times 0,99 \text{ kN/m} = -1,16 \text{ kN/m}$$

Κρίσιμος είναι ο πρώτος συνδυασμός φορτίσεων.

**1.3. Εντατικά μεγέθη**

Το μήκος της τεγίδας είναι ίσο με  $L = 6,00 \text{ m}$ .

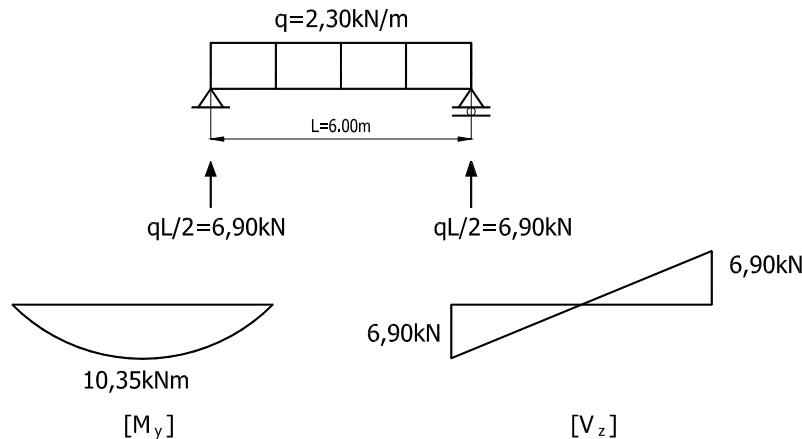
Το φορτίο σχεδιασμού για τον έλεγχο της τεγίδας σε Οριακή Κατάσταση Αστοχίας είναι ένα ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο σε όλο το μήκος της ίσο με  $q = E_{d1} = 2,30 \text{ kN/m}$

Υπολογισμός ροπών κάμψεως τεγίδας:

$$M_{Ed,y} = qL^2/8 = 2,30 \text{ kN/m} \times (6,00 \text{ m})^2 / 8 = 10,35 \text{ kNm} = 1035,0 \text{ kNcm}$$

Υπολογισμός τεμνουσών δυνάμεων τεγίδας:

$$V_{Ed,z} = qL/2 = 2,30 \text{ kN/m} \times 6,00 \text{ m} / 2 = 6,90 \text{ kN}$$



Σχήμα 4: Εντατικά μεγέθη τεγίδας στεγάστρου 1

#### 1.4. Κατηγορία διατομής

Εφόσον οι τεγίδες είναι καμπτόμενα μέλη κατά τον κύριο άξονα  $y$ , προκειμένου να γίνει κατάταξη διατομής, εξετάζεται ο κορμός σε καθαρή κάμψη και το πέλμα σε καθαρή θλίψη.

Η κατηγορία διατομής δίνεται από τους πίνακες των προτύπων διατομών για καθαρή κάμψη ή για καθαρή θλίψη ανάλογα με την ποιότητα του χάλυβα, αλλά μπορεί να υπολογιστεί και αναλυτικά, όπως παρουσιάζεται παρακάτω.

##### Κατηγορία κορμού

Με βάση τους πίνακες με τις πρότυπες διατομές το ευθύγραμμο τμήμα του κορμού είναι  $d=112,2 \text{ mm}$

Σύμφωνα με τον πίνακα 1 ισχύει:

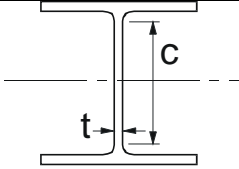
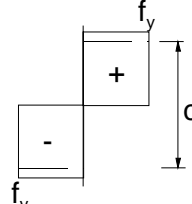
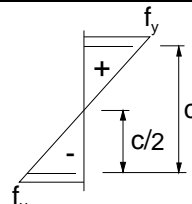
$$c/t = d/t_w = 112,2/4,7 = 23,87 < 72\varepsilon$$

$$\text{όπου } \varepsilon = \sqrt{235/f_y} = 1$$

και  $f_y = 235 \text{ MPa}$ , το όριο διαρροής του χάλυβα.

Επομένως ο κορμός ανήκει στην κατηγορία 1.

Πίνακας 1: Μέγιστοι λόγοι πλάτους προς πάχος για θλιβόμενα τμήματα:  
Εσωτερικά θλιβόμενα τμήματα

	 Άξονας κάμψης	
Κατηγορία	Τμήμα που υπόκειται σε κάμψη	
Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική)		
1	$c/t \leq 72\varepsilon$	
2	$c/t \leq 83\varepsilon$	
Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική)		
3	$c/t \leq 124\varepsilon$	
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	$f_y$	235
	$\varepsilon$	1,00

**Κατηγορία πέλματος**

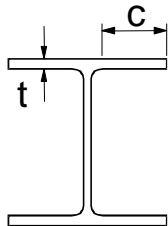
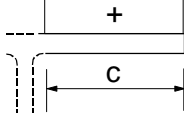
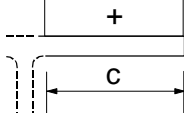
Σύμφωνα με τον πίνακα 2 ισχύει:

$$\frac{c}{t} = \frac{(b - t_w)/2 - r}{t_f} = \frac{(73 - 4,7)\text{mm}/2 - 7\text{mm}}{6,9\text{mm}} = 3,93 < 9\varepsilon$$

όπου  $\varepsilon=1$ 

Επομένως και το πέλμα ανήκει στην κατηγορία 1.

Πίνακας 2: Μέγιστοι λόγοι πλάτους προς πάχος για θλιβόμενα τμήματα:  
Προεξέχοντα πέλματα

		
Κατηγορία	Τμήμα που υπόκειται σε θλίψη	
Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική)		
1	$c/t \leq 9\varepsilon$	
2	$c/t \leq 10\varepsilon$	
Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική)		
3	$c/t \leq 14\varepsilon$	
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	$f_y$	235
	$\varepsilon$	1,00

Εφόσον και ο κορμός και το πέλμα ανήκει στην κατηγορία 1, τότε όλη η διατομή ανήκει στην κατηγορία 1. Επομένως έχουμε δικαίωμα ελαστικού και πλαστικού ελέγχου.

Επισημαίνεται ότι ο ελαστικός έλεγχος αποτελεί τη μόνη δυνατότητα ελέγχου για διατομές κατηγορίας 3, ενώ για διατομές κατηγορίας 1 ή 2, αποτελεί εναλλακτική δυνατότητα (συντηρητική), εφόσον επιτρέπεται να γίνεται και πλαστικός έλεγχος.

### 1.5. Έλεγχος σε οριακή κατάσταση αστοχίας

#### 1.5.1. Ελαστικός έλεγχος αντοχής σε μονοαξονική κάμψη

Σύμφωνα με τον ελαστικό έλεγχο σε μονοαξονική κάμψη θα πρέπει να ισχύει:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} \leq 1$$

όπου

$$M_{el,Rd} = W_{el} f_y / \gamma_{M0}$$

Έλεγχος κατά τον τοπικό άξονα y:

$$\frac{M_{Ed,y}}{M_{el,Rd,y}} = \frac{M_{Ed,y}}{W_{el,y} f_y / \gamma_{M0}} = \frac{1035,0 \text{ kNcm}}{\frac{77,3 \text{ cm}^3 \times 23,5 \text{ kN/cm}^2}{1,00}} = 0,57 < 1$$

Επομένως ο έλεγχος της τεγίδας σε μονοαξονική κάμψη ικανοποιείται.

#### 1.5.2. Ελαστικός έλεγχος διατμητικών τάσεων

Στην περίπτωση διατομών σχήματος διπλού ταυ, που καταπονούνται από τέμνουσα δύναμη παράλληλη με τον κορμό, γίνεται η παραδοχή ότι η τέμνουσα δύναμη παραλαμβάνεται αποκλειστικά από τον κορμό και επιτρέπεται ο έλεγχος να γίνεται με τη μέση τάση του κορμού.

Το εμβαδόν του κορμού είναι:

$$A_w = h_w \times t_w = (14,0\text{cm} - 2 \times 0,69\text{cm}) \times 0,47\text{cm} = 5,93\text{cm}^2$$

Σύμφωνα με τον ελαστικό έλεγχο διατμητικών τάσεων θα πρέπει να ισχύει:

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{A_w} \leq \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \Rightarrow \frac{\tau_{Ed}}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}} \leq 1$$

Έλεγχος διατμητικών τάσεων κατά τον τοπικό άξονα z:

$$\tau_{Ed,zx} = \frac{V_{Ed,z}}{A_w} = \frac{6,90\text{kN}}{5,93\text{cm}^2} = 1,16\text{kN/cm}^2$$

$$\frac{\tau_{Ed,zx}}{\frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}} = \frac{1,16\text{kN/cm}^2}{\frac{23,5\text{kN/cm}^2}{\sqrt{3} \cdot 1,00}} = 0,085 < 1$$

Επομένως ο έλεγχος διατμητικών τάσεων της τεγίδας ικανοποιείται.

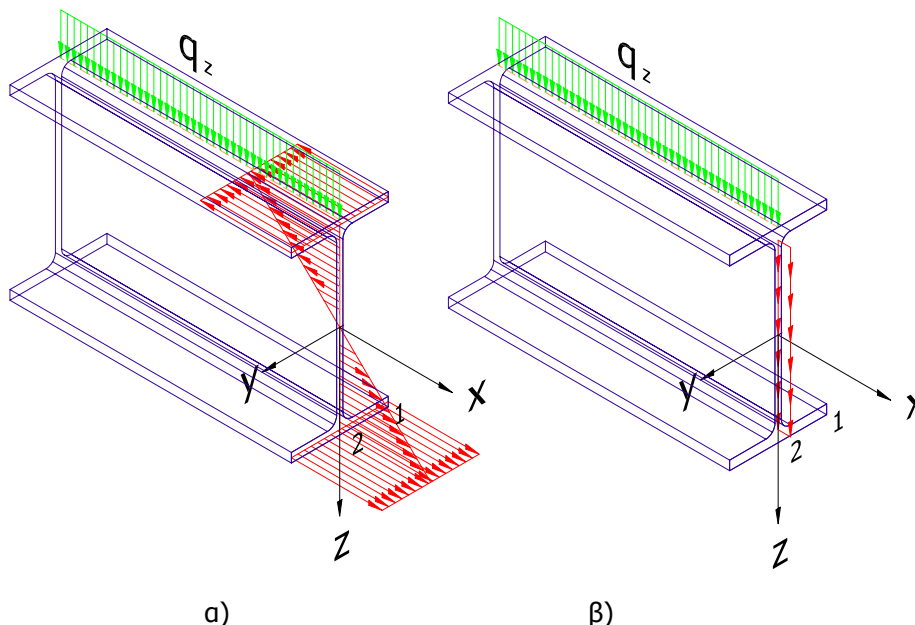
### 1.5.3. Σύνθετος έλεγχος κατά Von Mises - Έλεγχος αλληλεπίδρασης λόγω διατμητικών τάσεων

Θα πρέπει να γίνει και ο σύνθετος έλεγχος κατά Von Mises σύμφωνα με τον οποίο σε κάθε σημείο της τεγίδας θα πρέπει να ικανοποιείται η παρακάτω συνθήκη:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{Ed,xy}^2 + 3\tau_{Ed,xz}^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Τα κατακόρυφα φορτία  $q_z$  προκαλούν ορθές τάσεις  $\sigma_x$  και διατμητικές τάσεις  $\tau_{xz}$ . Ωστόσο, η μέγιστη ορθή τάση αναπτύσσεται στο μέσον του ανοίγματος της τεγίδας επειδή εκεί αναπτύσσεται η μέγιστη καμπτική ροπή, ενώ η μέγιστη διατμητική τάση αναπτύσσεται στα άκρα της τεγίδας, λόγω της μέγιστης τέμνουσας δύναμης στα σημεία αυτά. Επομένως τα μέγιστα μεγέθη των ορθών και των διατμητικών τάσεων δεν συνυπάρχουν και γι' αυτό ο έλεγχος κατά Von Mises δεν είναι απαραίτητος.

Τα διαγράμματα των ορθών και διατμητικών τάσεων στη θέση της μέγιστης καμπτικής ροπής και μέγιστης τέμνουσας δύναμης αντίστοιχα, παριστάνονται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 5: Ορθές και διατμητικές τάσεις τεγίδας στεγάστρου 1 λόγω φορτίου  $q_z$   
α)  $\sigma_x$  λόγω  $\max M_y$  στο μέσον της τεγίδας β)  $\tau_{xz}$  λόγω  $\max V_z$  στα άκρα της τεγίδας



**1.6. Συνδυασμοί φορτίσεων σε οριακή κατάσταση λειτουργικότητας**

$$E_d = \sum \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$$\text{όπου } \gamma_{G,j} = 1,00 \text{ (δυσμενής επιρροή)} \quad \gamma_{Q,i} = 1,00 \text{ (δυσμενής επιρροή)} \quad \psi_{0,i} = 0,50 \text{ χιόνι}$$
$$\quad \quad \quad = 1,00 \text{ (ευμενής επιρροή)} \quad \quad \quad = 0,00 \text{ (ευμενής επιρροή)} \quad \quad \quad = 0,60 \text{ άνεμος}$$

**Δυσμενείς συνδυασμοί με μόνιμα και κινητά φορτία**

Οι δύο συνδυασμοί που μορφώνονται για τα δύο κινητά φορτία είναι:

$$E_{d1} = \gamma_G \mathbf{g} + \gamma_{Q,1} \mathbf{s} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{w} \text{ (κύριο κινητό φορτίο το χιόνι)}$$

$$E_{d2} = \gamma_G \mathbf{g} + \gamma_{Q,1} \mathbf{w} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{s} \text{ (κύριο κινητό φορτίο ο άνεμος)}$$

Δυσμενής συνδυασμός με φορτία προς τα κάτω

(δυσμενής επιρροή για φορτία προς τα κάτω, ευμενής επιρροή για φορτία προς τα πάνω)

$$E_{d1} = \gamma_G \mathbf{g} + \gamma_{Q,1} \mathbf{s} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{w} = 1,00 \times \mathbf{g} + 1,00 \times \mathbf{s} + 0,00 \times 0,60 \times \mathbf{w}$$
$$= 1,00 \times 0,33 \text{ kN/m} + 1,00 \times 1,24 \text{ kN/m} = 1,57 \text{ kN/m}$$

Δυσμενής συνδυασμός με φορτία προς τα πάνω

(δυσμενής επιρροή για φορτία προς τα πάνω, ευμενής επιρροή για φορτία προς τα κάτω)

$$E_{d2} = \gamma_G \mathbf{g} + \gamma_{Q,1} \mathbf{w} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{s} = 1,00 \times \mathbf{g} + 1,00 \times \mathbf{w} + 0,00 \times 0,50 \times \mathbf{s}$$
$$= 1,00 \times 0,33 \text{ kN/m} - 1,00 \times 0,99 \text{ kN/m} = -0,66 \text{ kN/m}$$

Κρίσιμος ο πρώτος συνδυασμός φορτίσεων.

**Δυσμενείς συνδυασμοί με κινητά φορτία**

$$E_{d3} = \gamma_{Q,1} \mathbf{s} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{w} \text{ (κύριο κινητό φορτίο το χιόνι)}$$

$$E_{d4} = \gamma_{Q,1} \mathbf{w} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{s} \text{ (κύριο κινητό φορτίο ο άνεμος)}$$

Δυσμενής συνδυασμός με φορτία προς τα κάτω

(δυσμενής επιρροή για φορτία προς τα κάτω, ευμενής επιρροή για φορτία προς τα πάνω)

$$E_{d3} = \gamma_{Q,1} \mathbf{s} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{w} = 1,00 \times \mathbf{s} + 0,00 \times 0,60 \times \mathbf{w} = (1,00 \times 1,24 \text{ kN/m}) = 1,24 \text{ kN/m}$$

Δυσμενής συνδυασμός με φορτία προς τα πάνω

(δυσμενής επιρροή για φορτία προς τα πάνω, ευμενής επιρροή για φορτία προς τα κάτω)

$$E_{d4} = \gamma_{Q,1} \mathbf{w} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{s} = 1,00 \times \mathbf{w} + 0,00 \times 0,50 \times \mathbf{s} = -1,00 \times 1,00 \text{ kN/m} = -1,00 \text{ kN/m}$$

Κρίσιμος είναι ο πρώτος συνδυασμός

**1.7. Έλεγχος σε οριακή κατάσταση λειτουργικότητας****Συνδυασμός για μόνιμα και κινητά**

$$\text{Μέγιστο βέλος αμφιέριστης δοκού: } w = \frac{5qL^4}{384EI}$$

$$w = \frac{5qL^4}{384EI_y} = \frac{5 \times 0,0157 \text{ kN/cm} \times (600 \text{ cm})^4}{384 \times 21000 \text{ kN/cm}^2 \times 541 \text{ cm}^4} = 2,33 \text{ cm} < w_{\max} = 600/200 = 3,00 \text{ cm}$$

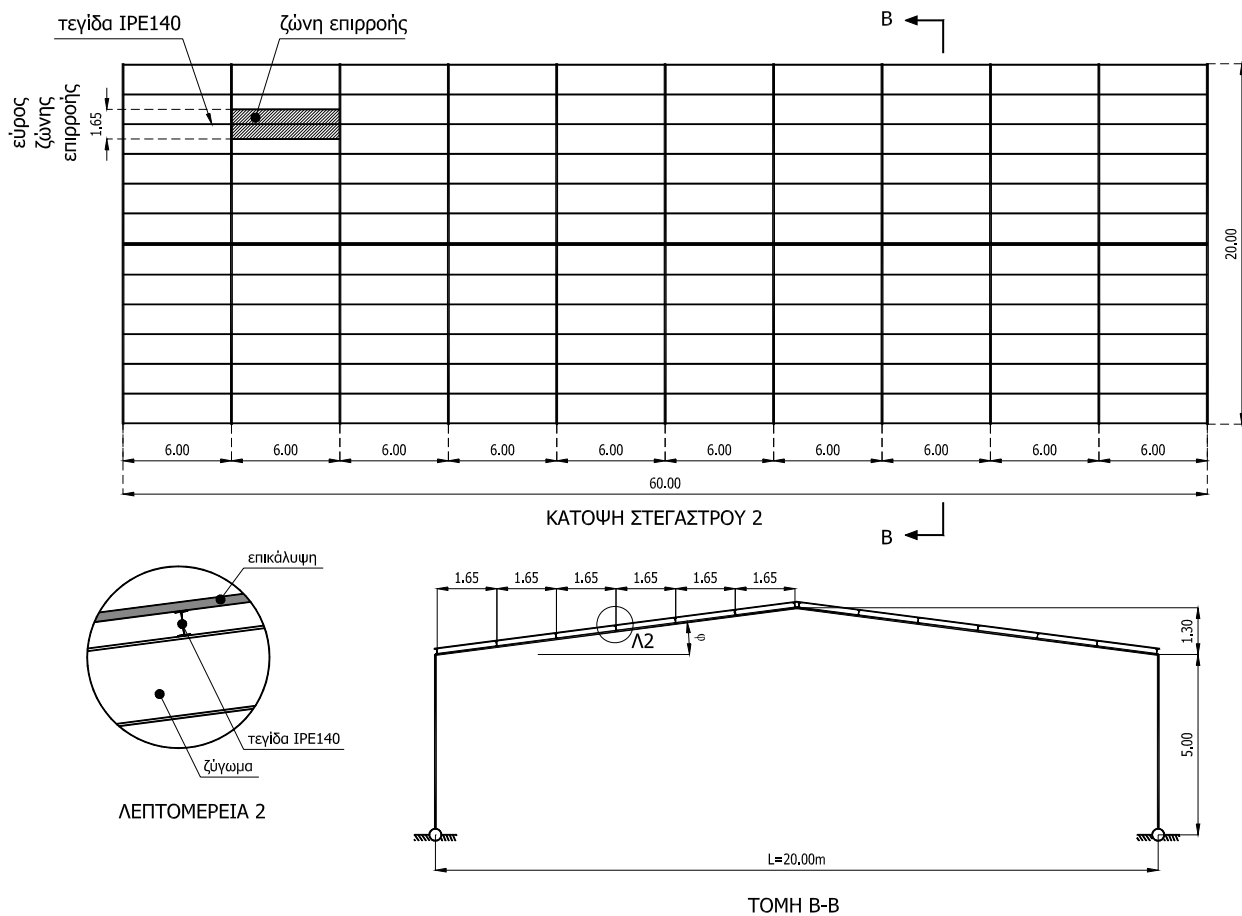
$$\text{όπου } q = E_{d1} = 1,57 \text{ kN/m} = 0,0157 \text{ kN/cm}$$

**Συνδυασμός μόνο για πρόσθετα φορτία (κινητά) για υπολογισμό του βέλους διακύμανσης**

$$w = \frac{5qL^4}{384EI_y} = \frac{5 \times 0,0124 \text{ kN/cm} \times (600 \text{ cm})^4}{384 \times 21000 \text{ kN/cm}^2 \times 541 \text{ cm}^4} = 1,84 \text{ cm} < w_3 = 600/250 = 2,40 \text{ cm}$$

$$\text{όπου } q = E_{d3} = 1,24 \text{ kN/m} = 0,0124 \text{ kN/cm}$$

Επομένως ο έλεγχος βελών της τεγίδας ικανοποιείται.

**2. ΣΤΕΓΑΣΤΡΟ 2**

Σχήμα 6: Γεωμετρία στεγαστρου 2

**2.1. Γεωμετρία**

Η γωνία  $\varphi$  θα είναι  $\varphi = \arctan(1,30/10,00) = 7,407^\circ$   
 $\sin(7,407) = 0,129$   $\cos(7,407) = 0,992$

**2.2. Φορτία**

Τα φορτία που λαμβάνονται υπόψη είναι:

Μόνιμα (σε οριζόντια προβολή)

Χιόνι (σε οριζόντια προβολή)

Υποπίεση ανέμου (κάθετα στο επίπεδο της στέγης)

$$g = 0,20 \text{ kN/m}^2$$

$$s = 0,75 \text{ kN/m}^2$$

$$w = -0,60 \text{ kN/m}^2$$

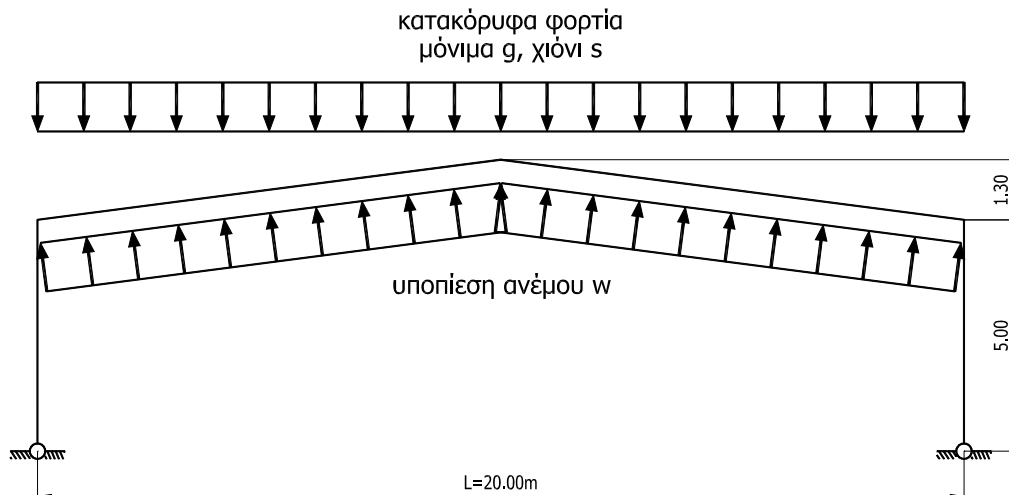
Η κατανομή των φορτίων ανά τεγίδα θα είναι:

$$g = 0,20 \text{ kN/m}^2 \times 1,65 \text{ m} = 0,33 \text{ kN/m}$$

$$s = 0,75 \text{ kN/m}^2 \times 1,65 \text{ m} = 1,24 \text{ kN/m}$$

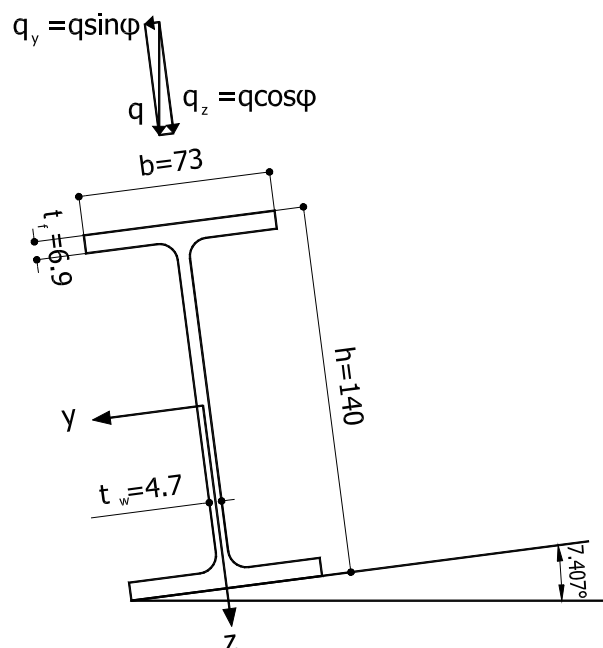
$$w = -0,60 \text{ kN/m}^2 \times 1,65 \text{ m} / \cos \varphi = -0,60 \text{ kN/m}^2 \times 1,65 \text{ m} / 0,992 = -1,00 \text{ kN/m}$$

Η υποπίεση ανέμου εφαρμόζεται κάθετα στο επίπεδο της στέγης.



Σχήμα 7: Φορτία στο στέγαστρο 2

Επισημαίνεται ότι τα φορτία δεν προστίθενται αριθμητικά, αλλά διανυσματικά. Επομένως, θα πρέπει πρώτα να αναλυθούν σε δύο συνιστώσες σύμφωνα με το τοπικό σύστημα αξόνων της τεγίδας. Έτσι τα κατακόρυφα φορτία των μόνιμων φορτίων και του φορτίου χιονιού θα πρέπει να αναλυθούν σε δύο συνιστώσες  $q_y$  και  $q_z$  όπως δίνεται στο παρακάτω σχήμα, ενώ το φορτίο υποπίεσης του ανέμου ασκείται παράλληλα με τον τοπικό άξονα  $z$ .



Σχήμα 8: Τοπικοί άξονες και ανάλυση κατακόρυφων φορτίων τεγίδας στεγαστρού 2

### 2.3. Συνδυασμοί φορτίσεων σε οριακή κατάσταση αστοχίας

$$E_d = \sum \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

όπου  $\gamma_{G,j} = 1,35$  (δυσμενής επιρροή)  
 $= 1,00$  (ευμενής επιρροή)

$\gamma_{Q,i} = 1,50$  (δυσμενής επιρροή)  
 $= 0,00$  (ευμενής επιρροή)

$\psi_{0,i} = 0,50$  χιόνι  
 $= 0,60$  άνεμος

Οι δύο συνδυασμοί που μορφώνονται για τα δύο κινητά φορτία είναι:

$$E_{d1} = \gamma_G \mathbf{g} + \gamma_{Q,1} \mathbf{s} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{w} \quad (\text{κύριο κινητό το χιόνι})$$

$$E_{d2} = \gamma_G \mathbf{g} + \gamma_{Q,1} \mathbf{w} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{s} \quad (\text{κύριο κινητό ο άνεμος})$$

Δυσμενής συνδυασμός με φορτία προς τα κάτω

(δυσμενής επιρροή για φορτία προς τα κάτω, ευμενής επιρροή για φορτία προς τα πάνω)

$$E_{d1} = \gamma_G \mathbf{g} + \gamma_{Q,1} \mathbf{s} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{w} = 1,35 \times \mathbf{g} + 1,50 \times \mathbf{s} + 0,00 \times 0,60 \times \mathbf{w}$$

$$E_{d1,z} = (1,35 \times 0,33 \text{ kN/m} + 1,50 \times 1,24 \text{ kN/m}) \times \cos \varphi = 2,30 \times 0,992 = 2,28 \text{ kN/m}$$

$$E_{d1,y} = (1,35 \times 0,33 \text{ kN/m} + 1,50 \times 1,24 \text{ kN/m}) \times \sin \varphi = 2,30 \times 0,129 = 0,30 \text{ kN/m}$$

Δυσμενής συνδυασμός με φορτία προς τα πάνω

(δυσμενής επιρροή για φορτία προς τα πάνω, ευμενής επιρροή για φορτία προς τα κάτω)

$$E_{d2} = \gamma_G \mathbf{g} + \gamma_{Q,1} \mathbf{w} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{s} = 1,00 \times \mathbf{g} + 1,50 \times \mathbf{w} + 0,00 \times 0,50 \times \mathbf{s}$$

$$E_{d2,z} = 1,00 \times \mathbf{g} \times \cos \varphi - 1,50 \mathbf{w} = (1,00 \times 0,33 \text{ kN/m}) \times 0,992 - 1,50 \times 1,00 \text{ kN/m} = -1,17 \text{ kN/m}$$

$$E_{d2,y} = 1,00 \times \mathbf{g} \times \sin \varphi = 1,00 \times 0,33 \text{ kN/m} \times 0,129 = 0,04 \text{ kN/m}$$

Κρίσιμος είναι ο πρώτος συνδυασμός φορτίσεων.

## 2.4. Εντατικά μεγέθη

Λόγω των φορτίων  $q_z$ , που είναι παράλληλα με τον τοπικό άξονα  $z$  της τεγίδας, αναπτύσσονται καμπτικές ροπές  $M_y$  και τέμνουσες δυνάμεις  $V_z$ , ενώ λόγω των φορτίων  $q_y$ , που είναι παράλληλα με τον τοπικό άξονα  $y$  της τεγίδας, αναπτύσσονται αντίστοιχα καμπτικές ροπές  $M_z$ , και τέμνουσες δυνάμεις  $V_y$ .

Υπολογισμός ροπών κάμψης τεγίδας:

$$M_{Ed,y} = q_z L^2 / 8 = 2,28 \text{ kN/m} \times (6,00 \text{ m})^2 / 8 = 10,26 \text{ kNm} = 1026,0 \text{ kNcm}$$

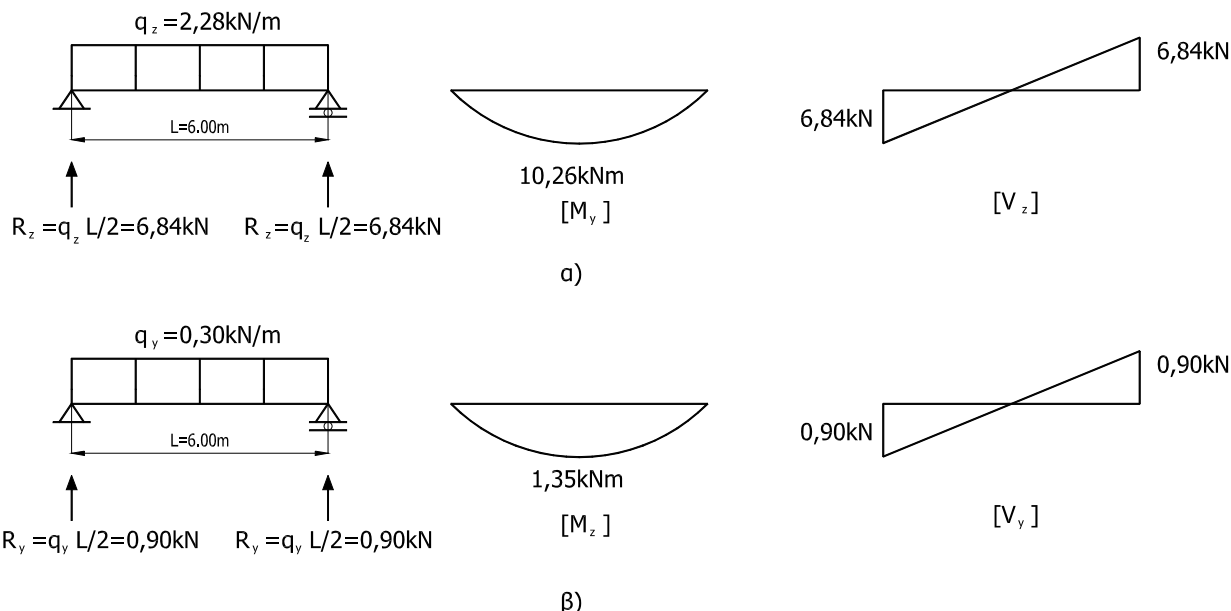
$$M_{Ed,z} = q_y L^2 / 8 = 0,30 \text{ N/m} \times (6,00 \text{ m})^2 / 8 = 1,35 \text{ kNm} = 135,0 \text{ kNcm}$$

Υπολογισμός δυνάμεων τεμνουσών τεγίδας:

$$V_{Ed,z} = q_z L / 2 = 2,28 \text{ kN/m} \times 6,00 \text{ m} / 2 = 6,84 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,y} = q_y L / 2 = 0,30 \text{ N/m} \times 6,00 \text{ m} / 2 = 0,90 \text{ kN}$$

Τα διαγράμματα των καμπτικών ροπών και τεμνουσών δυνάμεων δίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 9: Εντατικά μεγέθη τεγίδας στεγάστρου 2 για:  
α) φορτία κατά τον τοπικό άξονα  $z$ , β) φορτία κατά τον τοπικό άξονα  $y$

## 2.5. Έλεγχος σε οριακή κατάσταση αστοχίας

### 2.5.1. Ελαστικός έλεγχος αντοχής σε διαξονική κάμψη

Σύμφωνα με τον ελαστικό έλεγχο σε διαξονική κάμψη θα πρέπει να ισχύει:

$$\frac{M_{Ed,y}}{M_{el,Rd,y}} + \frac{M_{Ed,z}}{M_{el,Rd,z}} \leq 1$$

όπου:

$$M_{el,Rd,y} = W_{el,y} f_y / \gamma_{M0} \quad \text{και} \quad M_{el,Rd,z} = W_{el,z} f_z / \gamma_{M0}$$

Έλεγχος σε διαξονική κάμψη

$$\begin{aligned} \frac{M_{Ed,y}}{M_{el,Rd,y}} + \frac{M_{Ed,z}}{M_{el,Rd,z}} &= \frac{M_{Ed,y}}{W_{el,y} f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{Ed,z}}{W_{el,z} f_z / \gamma_{M0}} = \\ &= \frac{1026,0 \text{ kNcm}}{77,3 \text{ cm}^3 \times 23,5 \text{ kN/cm}^2} + \frac{135,0 \text{ kNcm}}{12,3 \text{ cm}^3 \times 23,5 \text{ kN/cm}^2} = 1,03 > 1 \end{aligned}$$

Η διατομή δεν επαρκεί.

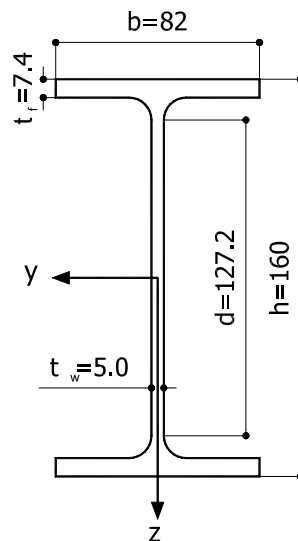
Θα πρέπει να ακολουθήσουμε μία από τις παρακάτω λύσεις:

- Αύξηση διατομής
- Προσθήκη ντίζας για να μειώσουμε την κάμψη κατά τον ασθενή άξονα

### 3. ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ 1: ΑΥΞΗΣΗ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

#### Χαρακτηριστικά διατομής

IPE 160	$I_y = 869,3 \text{ cm}^4$	$I_z = 68,31 \text{ cm}^4$	$W_{el,y} = 108,7 \text{ cm}^3$	$W_{el,z} = 16,66 \text{ cm}^3$
	$b = 82 \text{ mm}$	$t_f = 7,4 \text{ mm}$	$h = 160 \text{ mm}$	$t_w = 5,0 \text{ mm}$
	$d = 127,2 \text{ mm}$	$G = 15,8 \text{ kg/m} = 0,158 \text{ kN/m}$		



Σχήμα 10: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά διατομής IPE160

#### 3.1. Πρόσθετα Φορτία και εντατικά μεγέθη

Το πρόσθετο φορτίο από το ίδιο βάρος της τεγίδας λόγω αλλαγής διατομής είναι ίσο με:

$$\Delta g = 0,158 \text{ kN/m} - 0,129 \text{ kN/m} = 0,029 \text{ kN/m}$$

το οποίο προσαυξημένο με τους φορτικούς συντελεστές δίνει συνιστώσες κατά τον άξονα z και y αντίστοιχα:

$$1,35 \times \Delta g \times \cos \varphi = 1,35 \times 0,029 \text{ kN/m} \times 0,992 = 0,039 \text{ kN/m}$$

$$1,35 \times \Delta g \times \sin \varphi = 1,35 \times 0,029 \text{ kN/m} \times 0,129 = 0,005 \text{ kN/m}$$

Οι πρόσθετες ροπές κάμψης λόγω αυτού του φορτίου είναι:

$$\Delta M_y = 0,039 \text{ kN/m} \times (6,00 \text{ m})^2 / 8 = 0,176 \text{ kNm} = 17,6 \text{ kNcm}$$

$$\Delta M_z = 0,005 \text{ kN/m} \times (6,00 \text{ m})^2 / 8 = 0,023 \text{ kNm} = 2,3 \text{ kNcm}$$

Συνολικές ροπές κάμψης τεγίδας για τον δυσμενέστερο συνδυασμό:

$$M_{Ed,y} = 1026,0 \text{ kNcm} + 17,55 \text{ kNcm} = 1043,6 \text{ kNcm}$$

$$M_{Ed,z} = 135,0 \text{ kNcm} + 2,25 \text{ kNcm} = 137,3 \text{ kNcm}$$

Οι πρόσθετες τέμνουσες δυνάμεις στα άκρα της τεγίδας λόγω του πρόσθετου φορτίου είναι:

$$\Delta V_z = 0,039 \text{ kN/m} \times 6,00 \text{ m} / 2 = 0,12 \text{ kN}$$

$$\Delta V_y = 0,005 \text{ kN/m} \times 6,00 \text{ m} / 2 = 0,02 \text{ kN}$$

Υπολογισμός δυνάμεων τεμνουσών τεγίδας:

$$V_{Ed,z} = 6,84 \text{ kN} + 0,12 \text{ kN} = 7,02 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,y} = 0,90 \text{ kN} + 0,02 \text{ kN} = 0,92 \text{ kN}$$

### 3.2. Έλεγχος σε οριακή κατάσταση αστοχίας

#### 3.2.1. Ελαστικός έλεγχος αντοχής σε διαξονική κάμψη

Σύμφωνα με τον ελαστικό έλεγχο σε διαξονική κάμψη θα πρέπει να ισχύει:

$$\frac{M_{Ed,y}}{M_{el,Rd,y}} + \frac{M_{Ed,z}}{M_{el,Rd,z}} \leq 1$$

Έλεγχος:

$$\begin{aligned} \frac{M_{Ed,y}}{M_{el,Rd,y}} + \frac{M_{Ed,z}}{M_{el,Rd,z}} &= \frac{M_{Ed,y}}{W_{el,y} f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{Ed,z}}{W_{el,z} f_z / \gamma_{M0}} = \\ &= \frac{1043,6 \text{ kNcm}}{108,7 \text{ cm}^3 \times 23,5 \text{ kN/cm}^2} + \frac{137,3 \text{ kNcm}}{16,66 \text{ cm}^3 \times 23,5 \text{ kN/cm}^2} = 0,76 > 1 \end{aligned}$$

Επομένως ο έλεγχος σε διαξονική κάμψη ικανοποιείται.

#### 3.2.2. Ελαστικός έλεγχος διατμητικών τάσεων

##### Έλεγχος διατμητικών τάσεων κατά τον τοπικό άξονα z

Το εμβαδόν του κορμού είναι:

$$A_w = h_w \times t_w = (16,0 \text{ cm} - 2 \times 0,74 \text{ cm}) \times 0,5 \text{ cm} = 7,26 \text{ cm}^2$$

$$T_{Ed,xz} = \frac{V_{Ed,z}}{A_w} = \frac{7,02 \text{ kN}}{7,26 \text{ cm}^2} = 0,97 \text{ kN/cm}^2$$

$$\frac{T_{Ed,xz}}{f_y} = \frac{0,97 \text{ kN/cm}^2}{23,5 \text{ kN/cm}^2} = 0,07 < 1$$

$$\frac{\quad}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \quad \frac{\quad}{\sqrt{3} \cdot 1,00}$$

##### Έλεγχος διατμητικών τάσεων κατά τον τοπικό άξονα y

Ο έλεγχος θα πρέπει να γίνει με την μέγιστη τάση στο μέσον κάθε πέλματος, η οποία είναι ίση με 1,50 επί τη μέση τάση.

Το εμβαδόν του κάθε πέλματος είναι:

$$A_f = b \times t_f = 8,2 \text{ cm} \times 0,74 \text{ cm} = 6,07 \text{ cm}^2$$

$$T_{Ed,xy} = 1,50 \times \frac{V_{Ed,y}}{2A_f} = 1,50 \times \frac{0,92 \text{ kN}}{2 \times 6,07 \text{ cm}^2} = 0,11 \text{ kN/cm}^2$$

$$\frac{T_{Ed,xy}}{f_y} = \frac{0,11 \text{ kN/cm}^2}{23,5 \text{ kN/cm}^2} = 0,008 < 1$$

$$\frac{\quad}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \quad \frac{\quad}{\sqrt{3} \cdot 1,00}$$

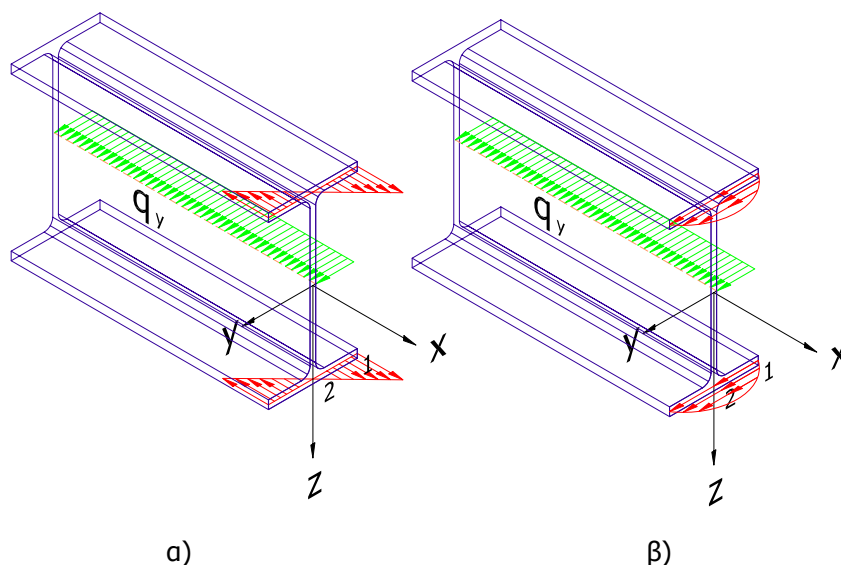
Επομένως ο έλεγχος διατμητικών τάσεων της τεγίδας ικανοποιείται.

## 3.2.3. Σύνθετος έλεγχος κατά Von Mises - Έλεγχος αλληλεπίδρασης λόγω διατμητικών τάσεων

Θα πρέπει να γίνει και ο σύνθετος έλεγχος κατά Von Mises σύμφωνα με τον οποίο σε κάθε σημείο της τεγίδας θα πρέπει να ισχύει:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{Ed,xy}^2 + 3\tau_{Ed,xz}^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Τα φορτία  $q_z$  προκαλούν ορθές τάσεις  $\sigma_x$  και διατμητικές τάσεις  $\tau_{xz}$ , (βλ. Σχήμα 5), ενώ τα φορτία  $q_y$  προκαλούν ορθές τάσεις  $\sigma_x$  (βλ. Σχήμα 11). Οι μέγιστες ορθές τάσεις αναπτύσσονται στο μέσον του ανοίγματος της τεγίδας, επειδή εκεί αναπτύσσονται οι μέγιστες καμπτικές ροπές, ενώ οι μέγιστες διατμητικές τάσεις αναπτύσσονται στα άκρα της τεγίδας, λόγω των μέγιστων τεμνουσών δυνάμεων που αναπτύσσονται στα σημεία αυτά. Επομένως, εφόσον οι μέγιστες τάσεις δεν συνυπάρχουν, ο έλεγχος αυτός δεν είναι απαραίτητος.



Σχήμα 11: Ορθές και διατμητικές τάσεις τεγίδας στεγάστρου 1 λόγω φορτίου  $q_y$   
α)  $\sigma_x$ , λόγω  $\max M_z$  στο μέσον του ανοίγματος β)  $\tau_{xy}$  λόγω  $\max V_y$  στις ακραίες στηρίξεις

## 3.3. Συνδυασμοί φορτίσεων σε οριακή κατάσταση λειτουργικότητας

$$E_d = \sum \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

όπου  $\gamma_{G,j} = 1,00$  (δυσμενής επιρροή)  
 $= 1,00$  (ευμενής επιρροή)

$\gamma_{Q,i} = 1,00$  (δυσμενής επιρροή)  
 $= 0,00$  (ευμενής επιρροή)

$\psi_{0,i} = 0,50$  χιόνι  
 $= 0,60$  άνεμος

## Δυσμενείς συνδυασμοί με μόνιμα και κινητά φορτία

Οι δύο συνδυασμοί που μορφώνονται για τα δύο κινητά φορτία είναι:

$$E_{d1} = \gamma_G (\mathbf{g} + \Delta \mathbf{g}) + \gamma_{Q,1} \mathbf{s} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{w} \text{ (κύριο κινητό το χιόνι)}$$

$$E_{d2} = \gamma_G (\mathbf{g} + \Delta \mathbf{g}) + \gamma_{Q,1} \mathbf{w} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{s} \text{ (κύριο κινητό ο άνεμος)}$$

Δυσμενής συνδυασμός με φορτία προς τα κάτω

(δυσμενής επιρροή για φορτία προς τα κάτω, ευμενής επιρροή για φορτία προς τα πάνω)

$$E_{d1} = \gamma_G (\mathbf{g} + \Delta \mathbf{g}) + \gamma_{Q,1} \mathbf{s} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{w} = 1,00 \times (\mathbf{g} + \Delta \mathbf{g}) + 1,00 \times \mathbf{s} + 0,00 \times 0,60 \times \mathbf{w}$$

$$E_{d1,z} = (1,00 \times (0,33 \text{ kN/m} + 0,029 \text{ kN/m}) + 1,00 \times 1,24 \text{ kN/m}) \times \cos \varphi = 1,60 \times 0,992 = 1,59 \text{ kN/m}$$

$$E_{d1,y} = (1,00 \times (0,33 \text{ kN/m} + 0,029 \text{ kN/m}) + 1,00 \times 1,24 \text{ kN/m}) \times \sin \varphi = 1,60 \times 0,129 = 0,21 \text{ kN/m}$$

Δυσμενής συνδυασμός με φορτία προς τα πάνω

(δυσμενής επιρροή για φορτία προς τα πάνω, ευμενής επιρροή για φορτία προς τα κάτω)

$$E_{d2} = \gamma_G (\mathbf{g} + \Delta \mathbf{g}) + \gamma_{Q,1} \mathbf{w} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{s} = 1,00 \times (\mathbf{g} + \Delta \mathbf{g}) + 1,00 \times \mathbf{w} + 0,00 \times 0,50 \times \mathbf{s}$$

$$E_{d2,z} = \gamma_G (\mathbf{g} + \Delta \mathbf{g}) \times \cos \varphi + \gamma_{Q,1} \mathbf{w} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{s} \times \cos \varphi =$$

$$\begin{aligned} &= 1,00 \times (0,33 \text{ kN/m} + 0,029 \text{ kN/m}) \times 0,992 - 1,00 \times 1,00 \text{ kN/m} = -0,64 \text{ kN/m} \\ E_{d2,y} &= \gamma_G (g + \Delta g) \times \sin \varphi + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} s \times \sin \varphi = \\ &= 1,00 \times g \times \sin \varphi = 1,00 \times (0,33 \text{ kN/m} + 0,029 \text{ kN/m}) \times 0,129 = 0,05 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Κρίσιμος είναι ο πρώτος συνδυασμός

**Δυσμενείς συνδυασμοί με κινητά φορτία**

$$\begin{aligned} E_{d3} &= \gamma_{Q,1} \mathbf{s} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{w} \text{ (κύριο κινητό το χιόνι)} \\ E_{d4} &= \gamma_{Q,1} \mathbf{w} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{s} \text{ (κύριο κινητό ο άνεμος)} \end{aligned}$$

Δυσμενής συνδυασμός με φορτία προς τα κάτω

(δυσμενής επιρροή για φορτία προς τα κάτω, ευμενής επιρροή για φορτία προς τα πάνω)

$$\begin{aligned} E_{d3} &= \gamma_{Q,1} \mathbf{s} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{w} = 1,00 \times \mathbf{s} + 0,00 \times 0,60 \times \mathbf{w} \\ E_{d3,z} &= (1,00 \times 1,24 \text{ kN/m}) \times \cos \varphi = 1,24 \times 0,992 = 1,23 \text{ kN/m} \\ E_{d3,y} &= (1,00 \times 1,24 \text{ kN/m}) \times \sin \varphi = 1,24 \times 0,129 = 0,16 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Δυσμενής συνδυασμός με φορτία προς τα πάνω

(δυσμενής επιρροή για φορτία προς τα πάνω, ευμενής επιρροή για φορτία προς τα κάτω)

$$\begin{aligned} E_{d4} &= \gamma_{Q,1} \mathbf{w} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{s} = 1,00 \times \mathbf{w} + 0,00 \times 0,50 \times \mathbf{s} \\ E_{d4,z} &= -1,00 \times 1,00 \text{ kN/m} = -1,00 \text{ kN/m} \\ E_{d4,y} &= 0 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Κρίσιμος είναι ο πρώτος συνδυασμός

**3.4. Έλεγχος σε οριακή κατάσταση λειτουργικότητας**

Το μέγιστο βέλος της τεγίδας παρουσιάζεται στο μέσον του ανοίγματός της, λόγω των φορτίων κατά z και κατά y. Και κατά τους δύο άξονες η τεγίδα συμπεριφέρεται ως αμφιέριστη.

**Συνδυασμός για μόνιμα και κινητά**

Μέγιστο βέλος αμφιέριστης δοκού:  $w = \frac{5qL^4}{384EI}$

$$w_z = \frac{5q_z L^4}{384EI_y} = \frac{5 \times 0,0159 \text{ kN/cm} \times (600 \text{ cm})^4}{384 \times 21000 \text{ kN/cm}^2 \times 869,3 \text{ cm}^4} = 1,47 \text{ cm}$$

$$w_y = \frac{5q_y L^4}{384EI_z} = \frac{5 \times 0,0021 \text{ kN/cm} \times (600 \text{ cm})^4}{384 \times 21000 \text{ kN/cm}^2 \times 68,31 \text{ cm}^4} = 2,47 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{όπου } q_z &= E_{d1,z} = 1,59 \text{ kN/m} = 0,0159 \text{ kN/cm} \\ q_y &= E_{d1,y} = 0,21 \text{ kN/m} = 0,0021 \text{ kN/cm} \end{aligned}$$

Συνολικό βέλος στο μέσον του ανοίγματος της τεγίδας:

$$w = \sqrt{w_z^2 + w_y^2} = \sqrt{(1,47 \text{ cm})^2 + (2,47 \text{ cm})^2} = 2,87 \text{ cm} < w_{\max} = 600/200 = 3,0 \text{ cm}$$

**Συνδυασμός μόνο για πρόσθετα φορτία (κινητά) για υπολογισμό του βέλους διακύμανσης**

$$w_z = \frac{5q_z L^4}{384EI_y} = \frac{5 \times 0,0123 \text{ kN/cm} \times (600 \text{ cm})^4}{384 \times 21000 \text{ kN/cm}^2 \times 869,3 \text{ cm}^4} = 1,14 \text{ cm}$$

$$w_y = \frac{5q_y L^4}{384EI_z} = \frac{5 \times 0,0016 \text{ kN/cm} \times (600 \text{ cm})^4}{384 \times 21000 \text{ kN/cm}^2 \times 68,31 \text{ cm}^4} = 1,88 \text{ cm}$$

$$\text{όπου } q_z = E_{d3,z} = 1,23 \text{ kN/m} = 0,0123 \text{ kN/cm} \text{ και } q_y = E_{d3,y} = 0,16 \text{ kN/m} = 0,0016 \text{ kN/cm}$$

Συνολικό βέλος στο μέσον του ανοίγματος της τεγίδας:

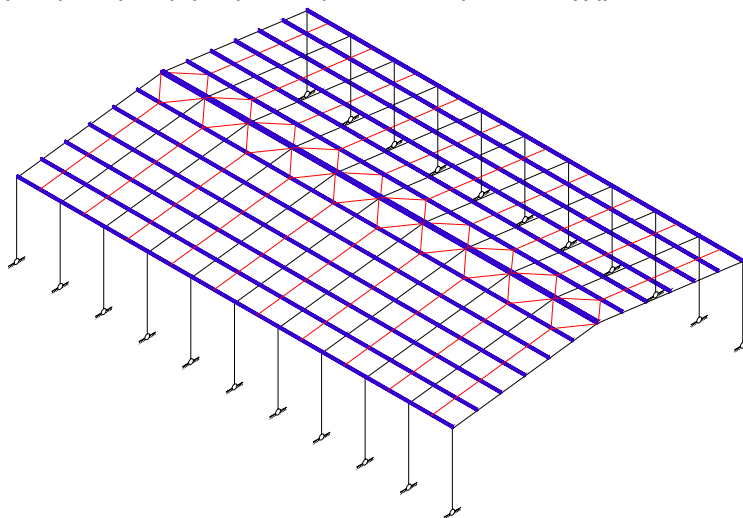
$$w = \sqrt{w_z^2 + w_y^2} = \sqrt{(1,14 \text{ cm})^2 + (1,88 \text{ cm})^2} = 2,20 \text{ cm} < w_3 = 600/250 = 2,4 \text{ cm}$$

Επομένως ο έλεγχος βελών της τεγίδας ικανοποιείται.



**4. ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗ ΛΥΣΗ 2: ΠΡΟΣΘΗΚΗ ΕΛΚΥΣΤΗΡΑ (ΝΤΙΖΑΣ)**

Στην περίπτωση που γίνεται προσθήκη ντίζας, η διατομή που χρησιμοποιείται για την τεγίδα είναι IPE140. Το προοπτικό του στεγάστρου με τις ντίζες παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 12: Στέγαστρο 2 με προσθήκη ντίζας

**4.1. Εντατικά μεγέθη**

Κατά τον ισχυρό άξονα της τεγίδας ισχύουν τα διαγράμματα του σχήματος 9α. Κατά τον ασθενή άξονα, λόγω της προσθήκης της ντίζας, η τεγίδα διαμορφώνεται πλέον ως συνεχής δοκός δύο ανοιγμάτων μήκους  $L=3,00\text{m}$ .

Οι αντιδράσεις στις στηρίξεις είναι ίσες με:

$$R_y = 3q_y L / 8 = 3 \times 0,30 \text{ kN/m} \times 3,0 \text{ m} / 8 = 0,34 \text{ kN} \text{ (στην ακραία στήριξη)}$$

$$R_{Ed,y} = 10q_y L / 8 = 10 \times 0,30 \text{ kN/m} \times 3,0 \text{ m} / 8 = 1,12 \text{ kN} \text{ (στη μεσαία στήριξη)}$$

Υπολογισμός ρομών κάμψης τεγίδας:

$$M_{Ed,z} = 0,07q_y L^2 = 0,07 \times 0,30 \text{ kN/m} \times (3,0 \text{ m})^2 = 0,19 \text{ kNm} \text{ (στα ανοίγματα)}$$

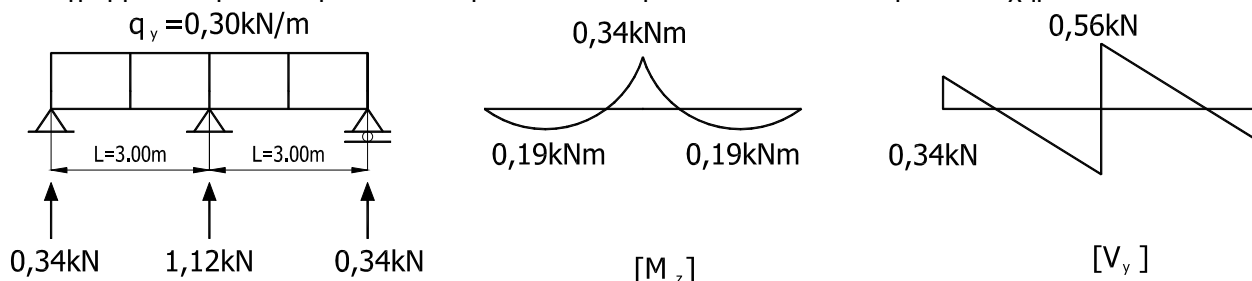
$$M_{Ed,z} = q_y L^2 / 8 = 0,30 \text{ kN/m} \times (3,0 \text{ m})^2 / 8 = 0,34 \text{ kNm} \text{ (στη στήριξη της ντίζας)}$$

Υπολογισμός τεμνουσών δυνάμεων τεγίδας:

$$V_{Ed,y} = 3q_y L / 8 = 3 \times 0,30 \text{ kN/m} \times 3,0 \text{ m} / 8 = 0,34 \text{ kN} \text{ (στην ακραία στήριξη)}$$

$$V_{Ed,y} = 5q_y L / 8 = 5 \times 0,30 \text{ kN/m} \times 3,0 \text{ m} / 8 = 0,56 \text{ kN} \text{ (στη μεσαία στήριξη)}$$

Τα διαγράμματα καμπτικών ροών και τεμνουσών δυνάμεων δίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 13: Εντατικά μεγέθη τεγίδας στεγάστρου 2 με προσθήκη ντίζας κατά τον ασθενή άξονα

Επισημαίνεται ότι η μέγιστη τέμνουσα δύναμη κατά  $z$  παρατηρείται στα άκρα της τεγίδας, ενώ η μέγιστη τέμνουσα δύναμη κατά  $y$  στη θέση της ντίζας όπου αναπτύσσονται και οι μέγιστες καμπτικές ροπές κατά  $y$  και  $z$ .

**4.2. Ελαστικός έλεγχος σε οριακή κατάσταση αστοχίας****4.2.1. Ελαστικός έλεγχος αντοχής σε διαξονική κάμψη**

$$\frac{M_{Ed,y}}{M_{el,Rd,y}} + \frac{M_{Ed,z}}{M_{el,Rd,z}} \leq 1$$

Έλεγχος:

$$\begin{aligned} \frac{M_{Ed,y}}{M_{el,Rd,y}} + \frac{M_{Ed,z}}{M_{el,Rd,z}} &= \frac{M_{Ed,y}}{W_{el,y} f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{Ed,z}}{W_{el,z} f_z / \gamma_{M0}} = \\ &= \frac{1026 \text{ kNcm}}{\frac{77,3 \text{ cm}^3 \times 23,5 \text{ kN/cm}^2}{1,00}} + \frac{34 \text{ kNcm}}{\frac{12,3 \text{ cm}^3 \times 23,5 \text{ kN/cm}^2}{1,00}} = 0,68 < 1 \end{aligned}$$

Επομένως ο έλεγχος της τεγίδας σε διαξονική κάμψη ικανοποιείται.

**4.2.2. Ελαστικός έλεγχος διατμητικών τάσεων****Έλεγχος διατμητικών τάσεων κατά τον τοπικό άξονα z**

Το εμβαδόν του κορμού είναι:

$$A_w = 5,93 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} T_{Ed,xz} &= \frac{V_{Ed,z}}{A_w} = \frac{6,84 \text{ kN}}{5,93 \text{ cm}^2} = 1,15 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{T_{Ed,xz}}{f_y} &= \frac{1,15 \text{ kN/cm}^2}{\frac{23,5 \text{ kN/cm}^2}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}} = 0,085 < 1 \end{aligned}$$

**Έλεγχος διατμητικών τάσεων κατά τον τοπικό άξονα y**

Ο έλεγχος θα πρέπει να γίνει με την μέγιστη τάση στο μέσον κάθε πέλματος, η οποία είναι ίση με 1,50 επί τη μέση τάση.

Το εμβαδόν του κάθε πέλματος είναι:

$$A_f = b \times t_f = 7,3 \text{ cm} \times 0,69 \text{ cm} = 5,04 \text{ cm}^2$$

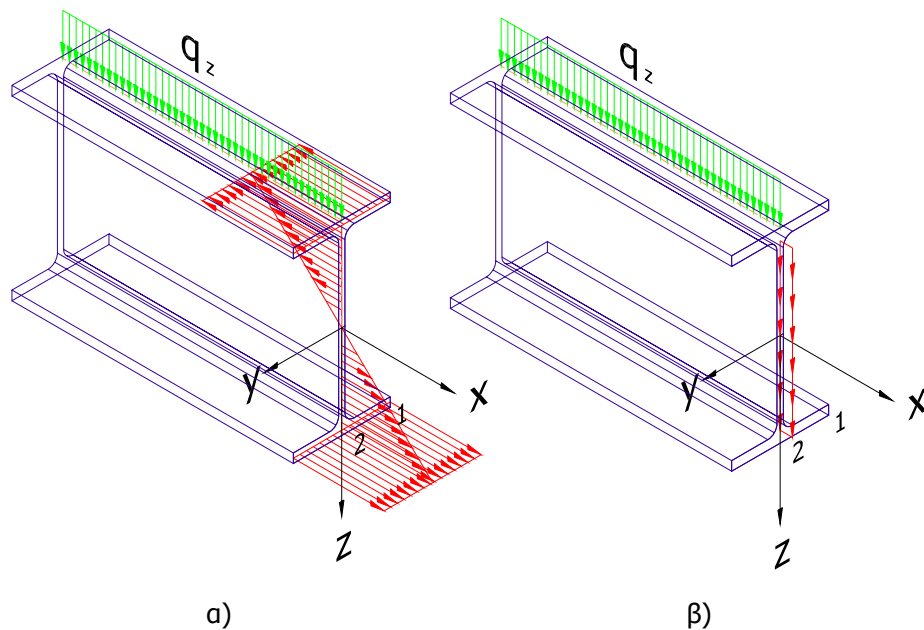
$$\begin{aligned} T_{Ed,xy} &= 1,50 \times \frac{V_{Ed,y}}{2A_f} = 1,50 \times \frac{0,56 \text{ kN}}{2 \times 5,04 \text{ cm}^2} = 0,09 \text{ kN/cm}^2 \\ \frac{T_{Ed,xy}}{f_y} &= \frac{0,09 \text{ kN/cm}^2}{\frac{23,5 \text{ kN/cm}^2}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}} = 0,006 < 1 \end{aligned}$$

Επομένως ο έλεγχος διατμητικών τάσεων της τεγίδας ικανοποιείται.

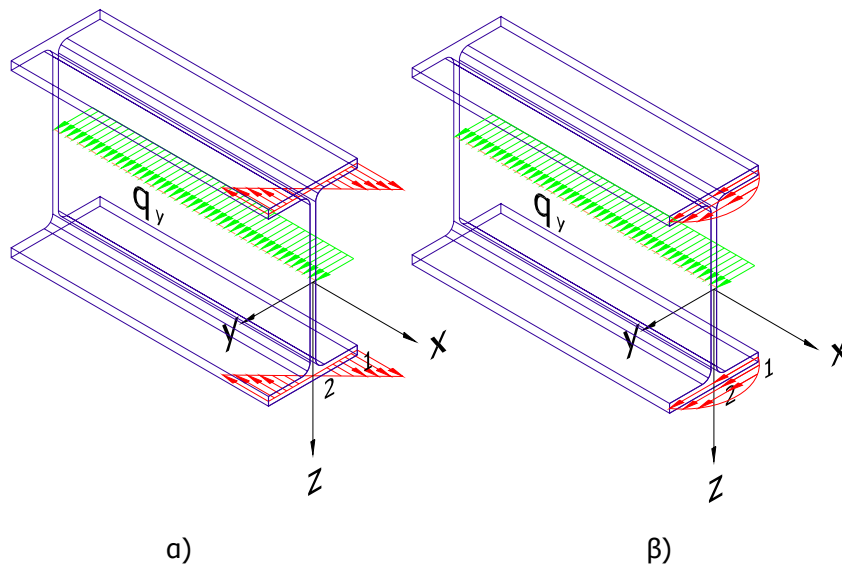
**4.2.3. Σύνθετος έλεγχος κατά Von Mises - Έλεγχος αλληλεπίδρασης λόγω διατμητικών τάσεων**

Σύμφωνα με τον σύνθετο έλεγχο κατά Von Mises θα πρέπει να ισχύει σε κάθε σημείο της τεγίδας:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3T_{Ed,xy}^2 + 3T_{Ed,xz}^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$



Σχήμα 14: Ορθές και διατμητικές τάσεις τεγίδας στεγάστρου 2 λόγω φορτίου  $q_z$   
α)  $\sigma_x$  λόγω  $\max M_y$  στο μέσον της τεγίδας β)  $\tau_{xz}$  λόγω  $\max V_z$  στα άκρα της τεγίδας



Σχήμα 15: Ορθές και διατμητικές τάσεις τεγίδας στεγάστρου 2 λόγω φορτίου  $q_y$   
α)  $\sigma_x$ , λόγω  $\max M_z$  στη θέση της ντίζας β)  $\tau_{xy}$  λόγω  $\max V_y$  στη θέση της ντίζας

Εξετάζεται η διατομή στο μέσον της τεγίδας, δηλαδή στη θέση της ντίζας, όπου παρουσιάζονται οι μέγιστες ροπές κάμψης  $M_y$  και  $M_z$  καθώς και η μέγιστη τέμνουσα δύναμη  $V_y$ . Στη θέση αυτή η τέμνουσα δύναμη  $V_z$  είναι ίση με μηδέν.

### Σημείο 1

Στο σημείο 1 έχουμε  $\sigma_x$  λόγω  $M_y$  και  $M_z$ :

$$\sigma_x = \frac{M_{Ed,y}}{W_{el,y}} + \frac{M_{Ed,z}}{W_{el,z}} = \frac{1026,0 \text{ kNcm}}{77,3 \text{ cm}^3} + \frac{34,0 \text{ kNcm}}{12,3 \text{ cm}^3} = 13,27 + 2,76 = 16,04 \text{ kN/cm}^2$$

Επομένως η ισοδύναμη τάση Von Mises θα είναι:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = \sqrt{16,04^2 + 3 \times 0,0^2} = 16,04 \text{ kN/cm}^2 < \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 23,5 \text{ kN/cm}^2$$

**Σημείο 2**

Στο σημείο 2 έχουμε  $\sigma_x$  λόγω  $M_y$ , και  $\tau_{xy}$  λόγω  $V_y$ .

$$\sigma_x = \frac{M_{Ed,y}}{W_{el,y}} = \frac{1026 \text{ kNcm}}{77,3 \text{ cm}^3} = 13,27 \text{ kN/cm}^2$$

Επομένως η ισοδύναμη τάση Von Mises θα είναι:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{Ed,xy}^2} = \sqrt{13,27^2 + 3 \cdot 0,09^2} = 13,27 \text{ kN/cm}^2 \Rightarrow \sigma_{VM} < \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 23,5 \text{ kN/cm}^2$$

Επομένως ο σύνθετος έλεγχος της τεγίδας κατά Von Mises ικανοποιείται.

**4.3. Συνδυασμοί φορτίσεων σε οριακή κατάσταση λειτουργικότητας**

$$E_d = \sum \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$$\begin{array}{lll} \text{όπου} & \gamma_{G,j} = 1,00 \text{ (δυσμενής επιρροή)} & \gamma_{Q,i} = 1,00 \text{ (δυσμενής επιρροή)} & \psi_{0,i} = 0,50 \text{ χιόνι} \\ & = 1,00 \text{ (ευμενής επιρροή)} & = 0,00 \text{ (ευμενής επιρροή)} & = 0,60 \text{ άνεμος} \end{array}$$

**Δυσμενείς συνδυασμοί με μόνιμα και κινητά φορτία**

Οι δύο συνδυασμοί που μορφώνονται για τα δύο κινητά φορτία είναι:

$$E_{d1} = \gamma_G \mathbf{g} + \gamma_{Q,1} \mathbf{s} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{w} \text{ (κύριο κινητό το χιόνι)}$$

$$E_{d2} = \gamma_G \mathbf{g} + \gamma_{Q,1} \mathbf{w} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{s} \text{ (κύριο κινητό ο άνεμος)}$$

Δυσμενής συνδυασμός με φορτία προς τα κάτω

(δυσμενής επιρροή για φορτία προς τα κάτω, ευμενής επιρροή για φορτία προς τα πάνω)

$$E_{d1} = \gamma_G \mathbf{g} + \gamma_{Q,1} \mathbf{s} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{w} = 1,00 \times \mathbf{g} + 1,00 \times \mathbf{s} + 0,00 \times 0,60 \times \mathbf{w}$$

$$E_{d1,z} = (1,00 \times 0,33 \text{ kN/m} + 1,00 \times 1,24 \text{ kN/m}) \times \cos\varphi = 1,57 \times 0,992 = 1,56 \text{ kN/m}$$

$$E_{d1,y} = (1,00 \times 0,33 \text{ kN/m} + 1,00 \times 1,24 \text{ kN/m}) \times \sin\varphi = 1,57 \times 0,129 = 0,20 \text{ kN/m}$$

Δυσμενής συνδυασμός με φορτία προς τα πάνω

(δυσμενής επιρροή για φορτία προς τα πάνω, ευμενής επιρροή για φορτία προς τα κάτω)

$$E_{d2} = \gamma_G \mathbf{g} + \gamma_{Q,1} \mathbf{w} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{s} = 1,00 \times \mathbf{g} + 1,00 \times \mathbf{w} + 0,00 \times 0,50 \times \mathbf{s}$$

$$\begin{aligned} E_{d2,z} &= \gamma_G g \times \cos\varphi + \gamma_{Q,1} w = \\ &= 1,00 \times 0,33 \text{ kN/m} \times 0,992 - 1,00 \times 1,00 \text{ kN/m} = -0,67 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{d2,y} &= \gamma_G g \times \sin\varphi = \\ &= 1,00 \times g \times \sin\varphi = 1,00 \times 0,33 \text{ kN/m} \times 0,129 = 0,04 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Κρίσιμος είναι ο πρώτος συνδυασμός

**Δυσμενείς συνδυασμοί με κινητά φορτία**

Ο δυσμενέστερος συνδυασμός με κινητά φορτία είναι ο ίδιος με αυτόν που προέκυψε στην πρώτη εναλλακτική λύση, δηλαδή:

$$E_{d3} = \gamma_{Q,1} \mathbf{s} + \gamma_{Q,2} \psi_{0,2} \mathbf{w} \text{ (κύριο κινητό το χιόνι)}$$

$$E_{d3,z} = 1,23 \text{ kN/m}$$

$$E_{d3,y} = 0,16 \text{ kN/m}$$

**4.4. Έλεγχος σε οριακή κατάσταση λειτουργικότητας**

Το μέγιστο βέλος της τεγίδας στην δεύτερη εναλλακτική λύση παρουσιάζεται στο μέσον του ανοίγματός της, λόγω των φορτίων κατά z. Η τεγίδα συμπεριφέρεται ως αμφιέρειστη δοκός κατά τον ισχυρό άξονα z. Παρουσία της ντίζας, ως προς τον ασθενή άξονα, η τεγίδα συμπεριφέρεται ως συνεχής δοκός δύο ανοιγμάτων και δεν παρουσιάζει βέλος στη θέση της ντίζας.

**Συνδυασμός για μόνιμα και κινητά**

Μέγιστο βέλος αμφιέρειστης δοκού:  $w = \frac{5qL^4}{384EI}$

$$w_z = \frac{5q_z L^4}{384EI_y} = \frac{5 \times 0,0156 \text{ kN/cm} \times (600 \text{ cm})^4}{384 \times 21000 \text{ kN/cm}^2 \times 541 \text{ cm}^4} = 2,32 \text{ cm} < w_{\max} = 600/200 = 3,00 \text{ cm}$$

όπου  $q = E_{d1,z} = 1,56 \text{ kN/m} = 0,0156 \text{ kN/cm}$

**Συνδυασμός μόνο για πρόσθετα φορτία (κινητά) για υπολογισμό του βέλους διακύμανσης**

$$w_z = \frac{5q_z L^4}{384EI_y} = \frac{5 \times 0,0123 \text{ kN/cm} \times (600 \text{ cm})^4}{384 \times 21000 \text{ kN/cm}^2 \times 541 \text{ cm}^4} = 1,83 \text{ cm} < w_3 = 600/250 = 2,40 \text{ cm}$$

όπου  $q = E_{d3,z} = 1,23 \text{ kN/m} = 0,0123 \text{ kN/cm}$

Επομένως ο έλεγχος βελών της τεγίδας ικανοποιείται.

**4.5. Διαστασιολόγηση ελκυστήρα (ντίζας)**

Η αντίδραση στο μέσον της τεγίδας κατά τον ασθενή άξονα για τις 5 ενδιάμεσες τεγίδες είναι:

$$V_{Ed,y} = 1,12 \text{ kN}$$

ενώ για την ακραία τεγίδα, για την οποία το εύρος της ζώνης επιρροής είναι ίσο με  $1,65\text{m}/2$ , η αντίδραση κατά τον ασθενή άξονα είναι ίση με:

$$V_{Ed,y} = 0,56 \text{ kN}$$

Η μέγιστη συνολική δύναμη που καταπονεί το ευθύγραμμο τμήμα τον ελκυστήρα είναι ίση με:

$$F_{Ed,AB} = 1,12 \text{ kN} \times 4 + 0,56 \text{ kN} \times 1 = 5,04 \text{ kN}$$

ενώ η συνολική δύναμη στο σημείο διακλάδωσης τον ελκυστήρα είναι ίση με:

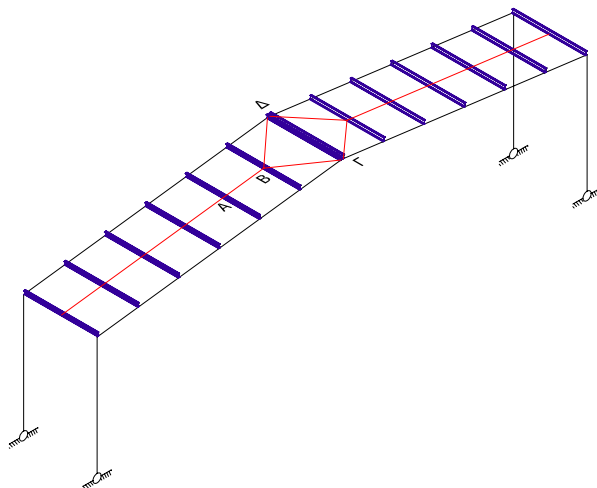
$$F = 1,12 \text{ kN} \times 5 + 0,56 \text{ kN} \times 1 = 6,16 \text{ kN}$$

Η γωνία στη θέση διακλάδωσης είναι:

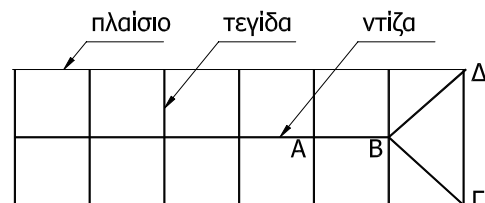
$$\varphi = \arctan\left(\frac{1,65}{6,00/2}\right) = 28,81^\circ$$

και η εφελκυστική δύναμη του λοξού ελκυστήρα είναι:

$$F_{Ed,B\Gamma} = F_{Ed,BA} = \frac{6,16 \text{ kN}}{2 \times \sin(28,81^\circ)} = 6,33 \text{ kN}$$



α)



β)

Σχέδιο 16: α) Προοπτικό, β) Κάτοψη ντίζας

Επειδή ισχύει  $F_{Ed,B\Gamma} > F_{Ed,AB}$ , η δύναμη σχεδιασμού για τον ελκυστήρα θα είναι η  $F_{Ed,B\Gamma} = 6,33 \text{ kN}$

Για τον ελκυστήρα, επιλέγουμε διατομή Φ12 ποιότητας S220 με εμβαδόν διατομής στο σπείρωμα ίσο με  $A_s = 0,843 \text{ cm}^2$

Η αντοχή τον ελκυστήρα σε εφελκυσμό δίνεται από τον τύπο:

$$F_{t,Rd} = \frac{0,90 \times f_{ub} \times A_s}{\gamma_{Mb}} = \frac{0,90 \times 22 \text{ kN/cm}^2 \times 0,843 \text{ cm}^2}{1,25} = 13,35 \text{ kN} > 6,33 \text{ kN} = F_{Ed,BT}$$

Επομένως η διατομή που επιλέχθηκε επαρκεί.

## 5. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΔΥΟ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΩΝ ΛΥΣΕΩΝ

Στην πρώτη εναλλακτική λύση με την αλλαγή της διατομής, επαρκεί η διατομή αλλά αυξάνεται το βάρος της τεγίδας, με συνέπεια αύξηση του ίδιου βάρους της τεγίδας αλλά και του κόστους της κατασκευής, ενώ με την προσθήκη της ντίζας επιτυγχάνεται η επάρκεια της διατομής με αμελητέα αύξηση βάρους και κόστους.