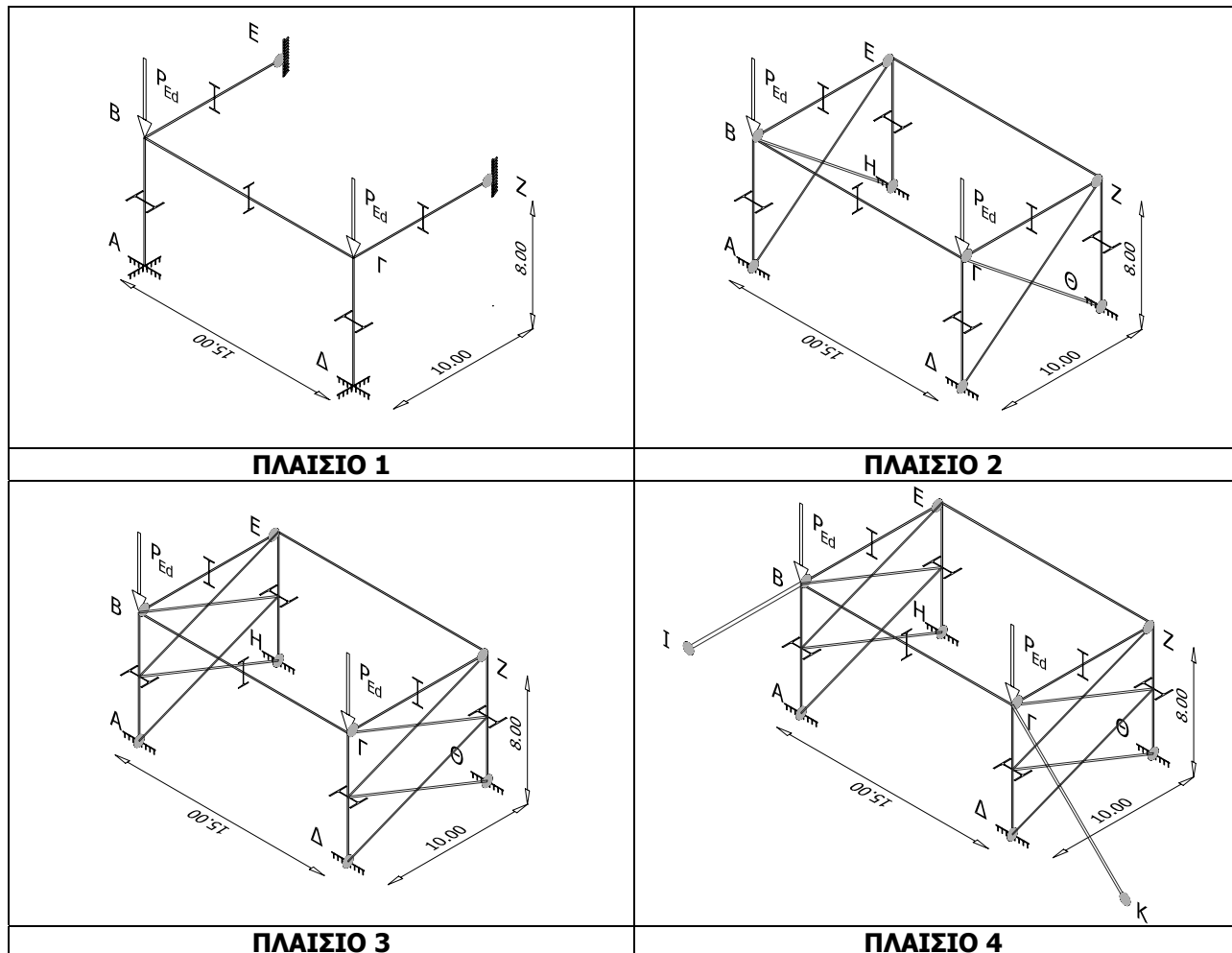


#### Άσκηση 4

Να υπολογιστούν τα μέγιστα φορτία σχεδιασμού  $P_{Ed}$  στα χωρικά πλαίσια του σχήματος, από χάλυβα ποιότητας S235.

Η διατομή των στύλων είναι HEA400, ενώ η διατομή της δοκού ΒΓ είναι ΙΡΕ400 και η διατομή των δοκών ΒΕ και ΓΖ είναι ΙΡΕ360.

Οι διατομές των υποστυλωμάτων και η διατομή της δοκού ΒΓ είναι κατάλληλα προσανατολισμένες, ώστε οι ισχυροί τους άξονες να ενεργοποιούνται για φορτία εντός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ, ενώ οι διατομές των δοκών ΒΕ και ΓΖ είναι προσανατολισμένες έτσι ώστε ο ισχυρός άξονας να ενεργοποιείται για φορτία εντός των επιπέδων των πλαισίων ΑΒΕ(Η) και ΔΓΖ(Θ), αντίστοιχα.

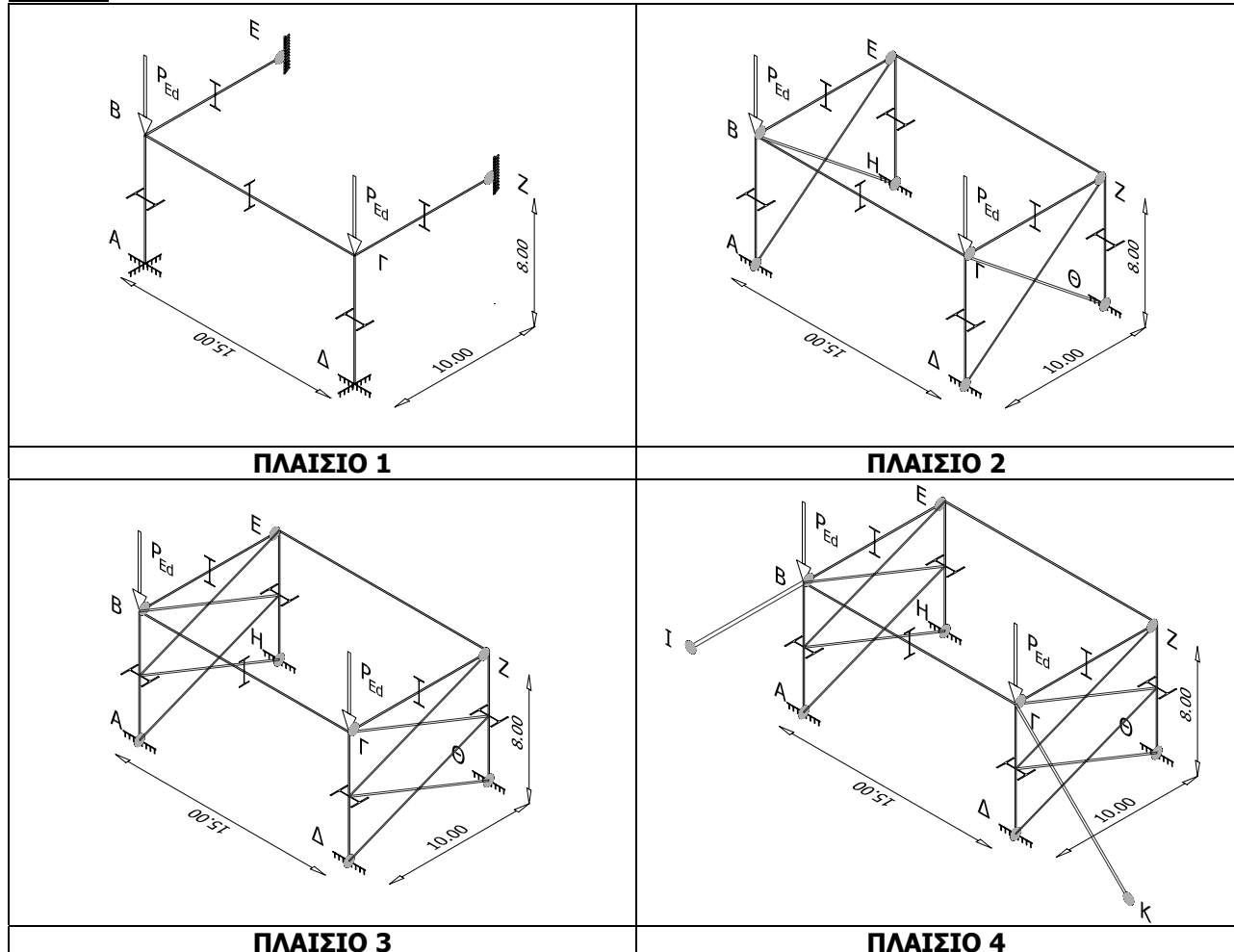


### ΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΗΣ 4

#### Υλικά

Ποιότητα δομικού χάλυβα S235  $f_y=235\text{MPa}=23,5\text{kN/cm}^2$   $f_u=360\text{MPa}=36,0\text{kN/cm}^2$   
 $E=210000\text{MPa}=21000\text{kN/cm}^2$

#### Πλαίσια



#### Χαρακτηριστικά διατομών

Ζύγωμα ΒΓ: IPE 400

$I_y=23130\text{cm}^4$   
 $b=180\text{mm}$   
 $h=400\text{mm}$

$I_z=1318\text{cm}^4$   
 $t_f=13,5\text{mm}$   
 $t_w=8,6\text{mm}$

Δοκοί ΒΕ και ΓΖ: IPE 360

$I_y=16270\text{cm}^4$   
 $b=170\text{mm}$   
 $h=360\text{mm}$

$I_z=1043\text{cm}^4$   
 $t_f=12,5\text{mm}$   
 $t_w=8,0\text{mm}$

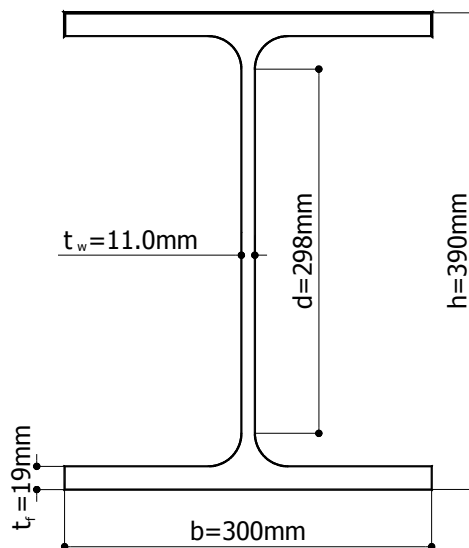
Υποστύλωμα ΗΕΑ 400

$I_y=45070\text{cm}^4$   
 $b=300\text{mm}$   
 $d=298\text{mm}$

$I_z=8560\text{cm}^4$   
 $t_f=19\text{mm}$   
 $A=159\text{cm}^2$

$i_y=16,8\text{cm}$   
 $h=390\text{mm}$

$i_z=7,34\text{cm}$   
 $t_w=11\text{mm}$



Σχήμα 1: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά διατομής HEA 400

## 1. ΣΤΑΤΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ

Εφόσον τα φορτία είναι κατακόρυφα και ασκούνται στους κόμβους, θα προκαλέσουν καθαρή αξονική θλίψη στα υποστυλώματα, χωρίς να δημιουργήσουν ένταση στις δοκούς. Ο ρόλος των δοκών στη στατική λειτουργία του χωρικού πλαισίου (για αυτά τα φορτία) περιορίζεται στην επιβολή δέσμευσης των στροφών των κόμβων στις κορυφές των υποστυλωμάτων.

## 2. ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

Εφόσον οι στύλοι είναι θλιβόμενα μέλη, προκειμένου να γίνει κατάταξη διατομής, εξετάζεται ο κορμός και το πέλμα σε καθαρή θλίψη. Η κατηγορία διατομής δίνεται από τους πίνακες των προτύπων διατομών για καθαρή κάμψη ή για καθαρή θλίψη ανάλογα με την ποιότητα του χάλυβα, αλλά μπορεί να υπολογιστεί και αναλυτικά, όπως παρουσιάζεται παρακάτω.

### Κατηγορία κορμού

Με βάση τους πίνακες με τις πρότυπες διατομές το ευθύγραμμο τμήμα του κορμού είναι  $d=298\text{mm}$

Σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα ισχύει:

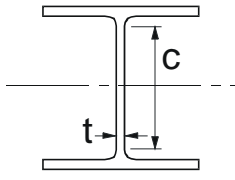
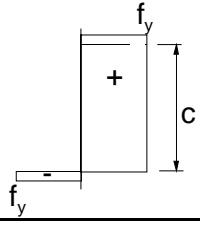
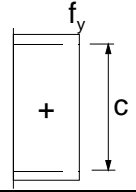
$$c/t = d/t_w = 298/11 = 27,09 < 33 = 33\varepsilon$$

$$\text{όπου } \varepsilon = \sqrt{235/f_y} = 1$$

και  $f_y = 235\text{MPa}$ , το όριο διαρροής του χάλυβα.

Επομένως ο κορμός ανήκει στην κατηγορία 1.

Πίνακας 1: Μέγιστοι λόγοι πλάτους προς πάχος για θλιβόμενα τμήματα

Εσωτερικά θλιβόμενα τμήματα		
 <div style="display: inline-block; vertical-align: middle; margin-left: 20px;">             Άξονας κάμψης           </div>		
Κατηγορία	Τμήμα που υπόκειται σε θλίψη	
Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική)		
1	$c/t \leq 33\varepsilon$	
2	$c/t \leq 38\varepsilon$	
Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική)		
3	$c/t \leq 42\varepsilon$	
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	$f_y$	235
	$\varepsilon$	1,00

**Κατηγορία πέλματος**

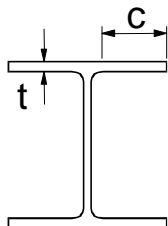
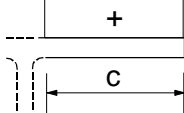
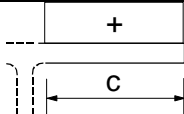
Σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα ισχύει:

$$\frac{c}{t} = \frac{(b - t_w)/2 - r}{t_f} = \frac{(300 - 11)\text{mm}/2 - 27\text{mm}}{19\text{mm}} = 6,18 < 9\varepsilon$$

όπου  $\varepsilon = 1$ 

Επομένως και το πέλμα ανήκει στην κατηγορία 1.

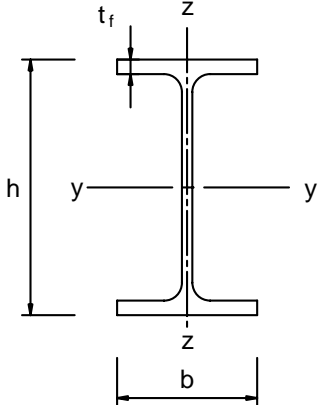
Πίνακας 2: Μέγιστοι λόγοι πλάτους προς πάχος για θλιβόμενα τμήματα: Προεξέχοντα πέλματα

	
Κατηγορία	Τμήμα που υπόκειται σε θλίψη
Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική)	
1	$c/t \leq 9\epsilon$
2	$c/t \leq 10\epsilon$
Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική)	
3	$c/t \leq 14\epsilon$
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	$f_y$ 235
	$\epsilon$ 1,00

Εφόσον και ο κορμός και το πέλμα ανήκει στην κατηγορία 1, τότε όλη η διατομή ανήκει στην κατηγορία 1.

### 3. ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΛΥΓΙΣΜΟΥ

Πίνακας 3: Επιλογή καμπύλης λυγισμού

Διατομή		Όρια	Λυγισμός περί τον άξονα	Καμπύλη λυγισμού		
				S 235 S 275 S 355 S 420	S 460	
Ελατές διατομές		h/b > 1,2	t_f ≤ 40 mm	y - y z - z	a b	a <sub>0</sub> a <sub>0</sub>
			40 mm < t_f ≤ 100	y - y z - z	b c	a a
		h/b ≤ 1,2	t_f ≤ 100 mm	y - y z - z	b c	a a
			t_f > 100 mm	y - y z - z	d d	c c

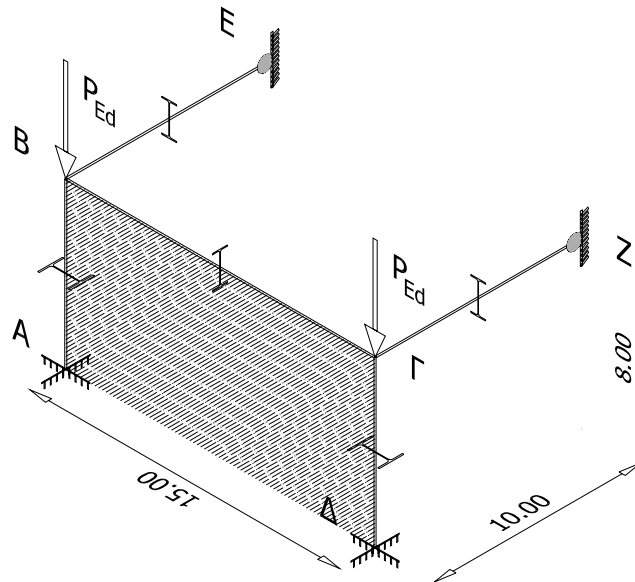
Από τον παραπάνω πίνακα για την επιλογή καμπύλης λυγισμού, για πρότυπη διατομή διπλού ταυ και για χάλυβα S235, έχουμε:

$h/b=390/300=1,3 > 1,2$  και  $t_f=19\text{mm} < 40\text{mm}$

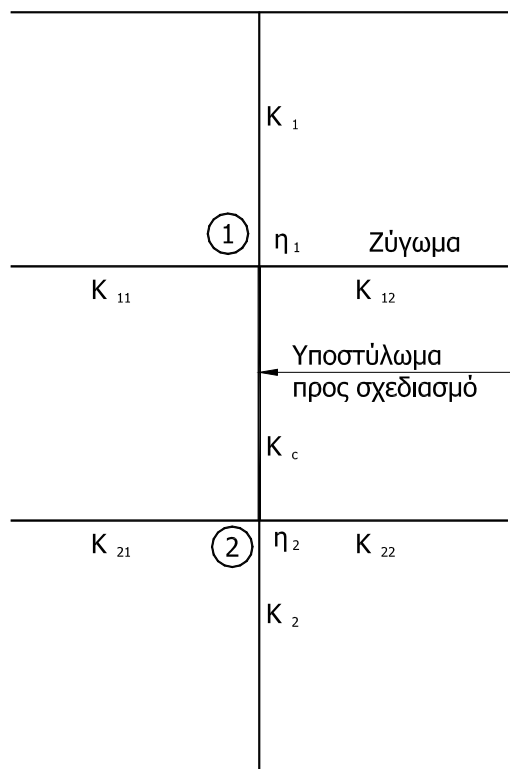
Επομένως η καμπύλη λυγισμού είναι η a για λυγισμό περί τον άξονα y και η b για λυγισμό περί τον άξονα z.

**4. ΕΛΕΓΧΟΣ 1<sup>ΟΥ</sup> ΠΛΑΙΣΙΟΥ**

Στο πλαίσιο 1, τα υποστυλώματα ΑΒ και ΓΔ είναι πακτωμένα στη βάση τους εντός και εκτός επιπέδου ΑΒΓΔ, ενώ συνδέονται στην κορυφή τους μέσω συνδέσεων ροής με τις δοκούς ΒΕ και ΓΖ αντίστοιχα, οι οποίες έχουν αρθρώσεις στα απομακρυσμένα άκρα τους.

**4.1. Έλεγχος υποστυλώματος εντός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ**

Σχήμα 2: Επίπεδο πλαισίου ΑΒΓΔ

**4.1.1. Υπολογισμός δυσκαμψιών**Σχήμα 3: Συντελεστές κατανομής  $\eta_1$  και  $\eta_2$  για συνεχή υποστυλώματα

Ο συντελεστής κατανομής ( $\eta$ ) εξαρτάται από:

- τη ροπή αδράνειας του εκάστοτε μέλους
- το μήκος του
- τη μεταθετότητα ή μη και τη δυνατότητα στροφής των άκρων του και
- την ύπαρξη ή μη αξονικής δύναμης

Οι συντελεστές κατανομής των άκρων του υπό εξέταση υποστυλώματος, είναι οι εξής:

$$\eta_1 = \frac{K_c + K_1}{K_c + K_1 + K_{11} + K_{12}} \quad \text{και} \quad \eta_2 = \frac{K_c + K_2}{K_c + K_2 + K_{21} + K_{22}}$$

όπου  $K_c$ ,  $K_1$  και  $K_2$  είναι συντελεστές ενεργού δυσκαμψίας των υποστυλωμάτων και  $K_{12}$ ,  $K_{11}$ ,  $K_{21}$  και  $K_{22}$  οι συντελεστές ενεργού δυσκαμψίας των δοκών. Στην προκειμένη περίπτωση έχουμε μόνο  $K_c$  και  $K_{12}$ , ενώ στον κόμβο 2 έχουμε πάκτωση επομένως  $\eta_2=0$ .

Ο συντελεστής ενεργού δυσκαμψίας για το υπό εξέταση υποστυλώμα δίνεται ως εξής:

$$K_c = \frac{I_c}{L_c}$$

όπου

$I_c$ : η ροπή αδράνειας του υποστυλώματος

$L_c$ : το μήκος του υποστυλώματος

Οι συντελεστές ενεργού δυσκαμψίας των ζυγωμάτων είναι:

$$K_{ij} = a \frac{I_{ij}}{L_{ij}}$$

όπου

$I_{ij}$ : η ροπή αδράνειας του μέλους

$L_{ij}$ : το μήκος του μέλους και

$a$ : συντελεστής που εξαρτάται από τις συνθήκες στροφικής δέσμωσης των απομακρυσμένων άκρων του μέλους και δίνεται από τον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 4: Συντελεστής ενεργού δυσκαμψίας  $K$  δοκού που δεν υπόκειται σε αξονική δύναμη

Συνθήκες στροφικής δέσμωσης του απομακρυσμένου άκρου της δοκού	Συντελεστής ενεργού δυσκαμψίας $K$ δοκού (με την προϋπόθεση ότι η δοκός παραμένει ελαστική)
Πάκτωση στο απομακρυσμένο άκρο	1,00 $I/L$
Άρθρωση στο απομακρυσμένο άκρο	0,75 $I/L$
Στροφή όπως στο πλησιέστερο άκρο (διπλή καμπυλότητα)	1,50 $I/L$
Στροφή ίση και αντίθετη προς αυτήν του πλησιέστερου άκρου (απλή καμπυλότητα)	0,50 $I/L$
Γενική περίπτωση: Στροφή $\theta_a$ στο πλησιέστερο άκρο και $\theta_b$ στο απομακρυσμένο άκρο	$(1,00 + 0,5\theta_b/\theta_a) I/L$

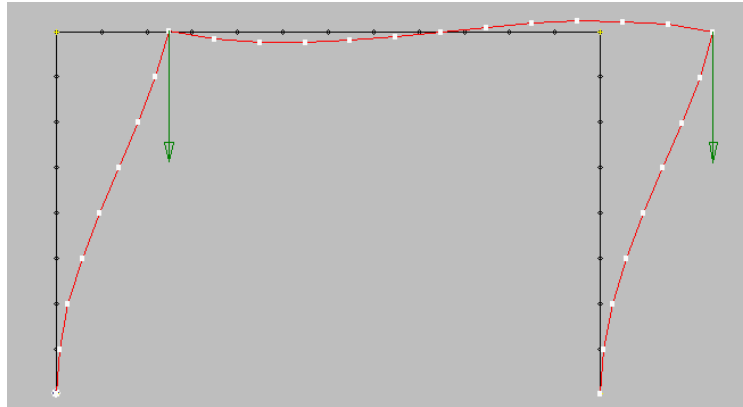
Η δυσκαμψία του υποστυλώματος θα είναι:

$$K_c = \frac{I_c}{L_c} = \frac{I_y}{L_y} = \frac{45070 \text{ cm}^4}{800 \text{ cm}} = 56,33 \text{ cm}^3$$

ενώ η δυσκαμψία του ζυγώματος ΒΓ είναι:

$$K_{12} = \frac{1,50 \times I_{12}}{L_{12}} = \frac{1,50 \times 23130 \text{ cm}^4}{1500 \text{ cm}} = 23,13 \text{ cm}^3$$

για την οποία θεωρήσαμε στροφή όπως στο πλησιέστερο άκρο (διπλή καμπυλότητα) σύμφωνα με την πρώτη κανονική μορφή λυγισμού για μεταθετά πλαίσια που δίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Σχήμα 4: 1<sup>η</sup> κανονική μορφή λυγισμού (αντισυμμετρική με μετάθεση)

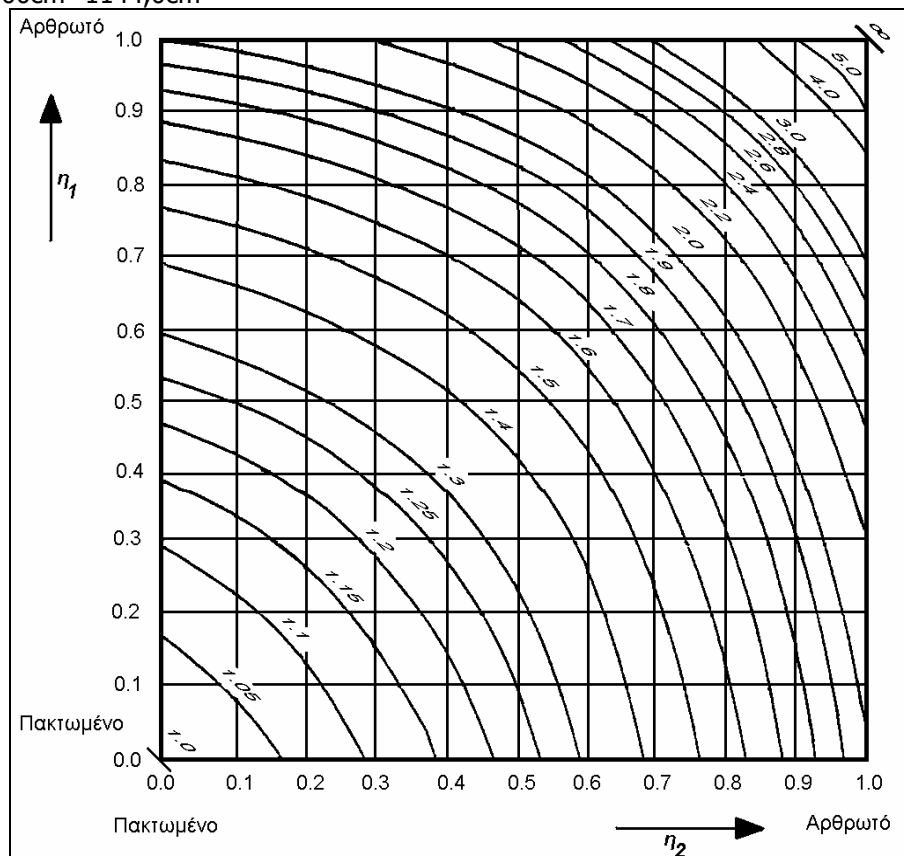
Έτσι ο συντελεστής κατανομής  $\eta_1$  θα είναι:

$$\eta_1 = \frac{K_c}{K_c + K_{12}} = \frac{56,33\text{cm}^3}{56,33\text{cm}^3 + 23,13\text{cm}^3} = 0,71$$

#### 4.1.2. Υπολογισμός μήκους λυγισμού εντός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ

Από το παρακάτω σχήμα για υποστύλωμα με μεταθετά άκρα για  $\eta_1=0,71$  και  $\eta_2=0$  εκτιμούμε γραφικά τον συντελεστή ισοδύναμου μήκους λυγισμού  $\beta_\gamma=1,43$ . Επομένως το μήκος λυγισμού του υποστυλώματος εντός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ θα είναι:

$$L_\gamma = \beta_\gamma L = 1,43 \times 800\text{cm} = 1144,0\text{cm}$$

Σχήμα 5: Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού  $L_{cr}/L$  για υποστύλωμα με μεταθετά άκρα



## 4.1.3. Υπολογισμός λυγηρότητας εντός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ

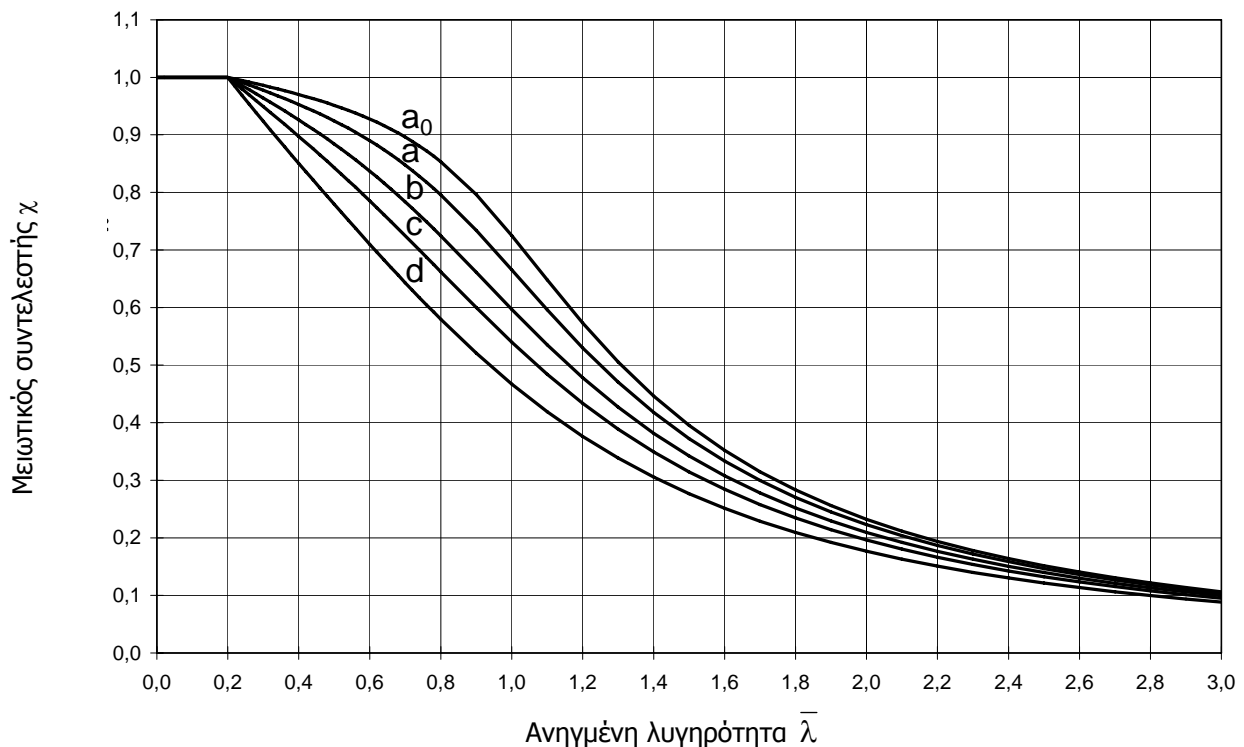
Υπολογίζεται η λυγηρότητα  $\lambda_y$  και η ανηγμένη λυγηρότητα  $\bar{\lambda}_y$ :

$$\lambda_y = \frac{\beta_y \times L}{i_y} = \frac{L_y}{i_y} = \frac{1144 \text{ cm}}{16,80 \text{ cm}} = 68,10$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}} = \frac{68,10}{\pi \sqrt{\frac{21000 \text{ kN/cm}^2}{23,5 \text{ kN/cm}^2}}} = 0,73$$

Μειωτικός συντελεστής  $\chi_y$

Ο μειωτικός συντελεστής  $\chi_y$  περί τον τοπικό άξονα  $y$  υπολογίζεται από το παρακάτω σχήμα για καμπύλη λυγισμού  $a$  και λυγηρότητα  $\bar{\lambda}_y$ .



Σχήμα 6: Καμπύλες λυγισμού

Έτσι για ανηγμένη λυγηρότητα κατά τον άξονα  $y$ ,  $\bar{\lambda}_y = 0,73$  ο συντελεστής  $\chi_y$  για καμπύλη λυγισμού  $a$  είναι ίσος με  $\chi_y = 0,84$ .

Εναλλακτικώς, ο μειωτικός συντελεστής  $\chi$  μπορεί να υπολογιστεί σύμφωνα με την σχέση:

$$\chi = \frac{1}{\varphi + \sqrt{\varphi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

όπου

$$\varphi = 0,5 \left[ 1 + a(\bar{\lambda} - 0,20) + \bar{\lambda}^2 \right]$$

και  $a$  ο συντελεστής ατελειών που εξαρτάται από τις καμπύλες λυγισμού και δίνεται από τον παρακάτω πίνακα ίσος με 0,21 για καμπύλη λυγισμού  $a$ .

Πίνακας 5: Συντελεστές ατελειών για καμπύλες λυγισμού

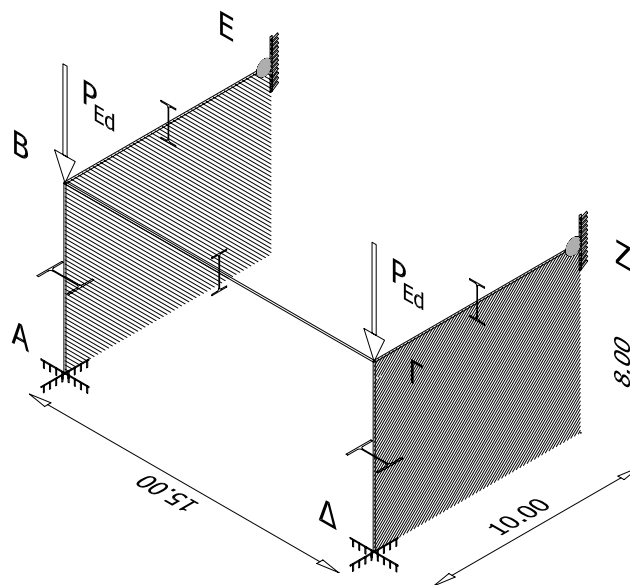
Καμπύλη λυγισμού	$a_0$	$a$	$b$	$c$	$d$
Συντελεστής ατελειών $\alpha$	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Για καμπύλη λυγισμού  $a$  υπολογίζεται έτσι αναλυτικά ο μειωτικός συντελεστής  $\chi_y$

$$\varphi_y = 0,5 \left[ 1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,20) + \bar{\lambda}_y^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,21 \cdot (0,73 - 0,20) + 0,73^2 \right] = 0,82$$

$$\chi_y = \frac{1}{\varphi_y + \sqrt{\varphi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} = \frac{1}{0,82 + \sqrt{0,82^2 - 0,73^2}} = 0,84 < 1,00$$

#### 4.2. Έλεγχος υποστυλώματος εκτός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ (επίπεδα ΑΒΕ και ΔΓΖ)



Σχήμα 7: Επίπεδα πλαισίων ΑΒΕ και ΔΓΖ

##### 4.2.1. Υπολογισμός δυσκαμψιών

Λόγω πάκτωσης του κάτω άκρου του στύλου ισχύει και για λυγισμό εκτός επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ:  $\eta_2=0$   
Η δυσκαμψία του υποστυλώματος κατά τον ασθενή του άξονα θα είναι:

$$K_c = \frac{I_c}{L_c} = \frac{I_z}{L_z} = \frac{8560 \text{ cm}^4}{800 \text{ cm}} = 10,70 \text{ cm}^3$$

ενώ η δυσκαμψία των ζυγωμάτων ΒΕ και ΓΖ θα είναι:

$$K_{12} = \frac{0,75 \times I_{12}}{L_{12}} = \frac{0,75 \times 16270 \text{ cm}^4}{1000 \text{ cm}} = 12,20 \text{ cm}^3$$

για την οποία θεωρήσαμε άρθρωση στο απομακρυσμένο άκρο.

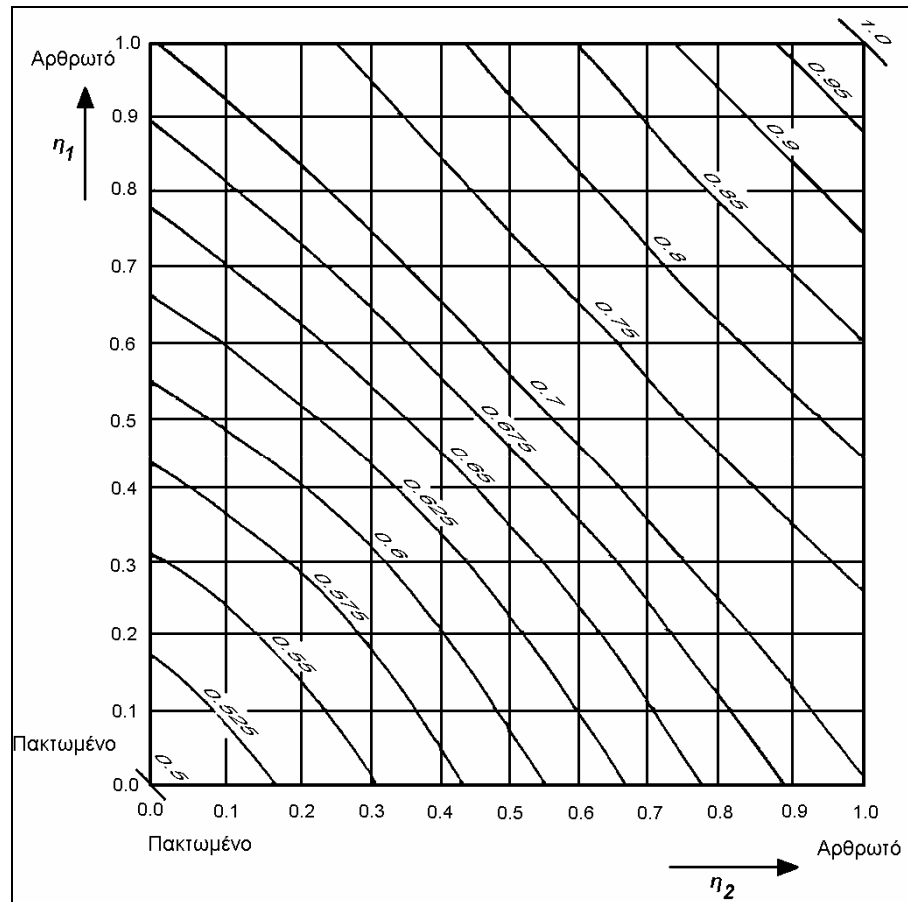
Ο συντελεστής κατανομής  $\eta_1$  θα είναι:

$$\eta_1 = \frac{K_c}{K_c + K_{12}} = \frac{10,70 \text{ cm}^3}{10,70 \text{ cm}^3 + 12,20 \text{ cm}^3} = 0,47$$

##### 4.2.2. Υπολογισμός μήκους λυγισμού εκτός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ

Από το παρακάτω σχήμα για υποστυλωμα με αμετάθετα άκρα και για  $\eta_1=0,47$  και  $\eta_2=0$  εκτιμούμε γραφικά τον συντελεστή ισοδύναμου μήκους λυγισμού  $\beta_2=0,58$ . Επομένως το μήκος λυγισμού του υποστυλώματος εκτός επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ θα είναι:

$$L_z = \beta_2 L = 0,58 \times 800 \text{ cm} = 464 \text{ cm}$$



Σχήμα 8: Συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού  $L_{cr}/L$  για υποστυλώμα με αμετάθετα άκρα

#### 4.2.3. Υπολογισμός λυγηρότητας εκτός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ

Υπολογίζεται η λυγηρότητα  $\lambda_z$  και η ανηγμένη λυγηρότητα  $\bar{\lambda}_z$ :

$$\lambda_z = \frac{\beta_z \times L}{i_z} = \frac{L_z}{i_z} = \frac{464 \text{ cm}}{7,34 \text{ cm}} = 63,22$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}} = \frac{63,22}{\pi \sqrt{\frac{21000 \text{ kN/cm}^2}{23,5 \text{ kN/cm}^2}}} = 0,67$$

Μειωτικός συντελεστής  $\chi_z$

Ο μειωτικός συντελεστής  $\chi_z$  περί τον τοπικό άξονα z υπολογίζεται με βάση το σχήμα 6, για καμπύλη λυγισμού b και λυγηρότητα  $\bar{\lambda}_z = 0,67$  και είναι ίσος με  $\chi_z = 0,81$

Αναλυτικά, λαμβάνοντας για καμπύλη λυγισμού b ( $a=0,34$ ) ο μειωτικός συντελεστής  $\chi_z$  μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

$$\varphi_z = 0,5 \left[ 1 + a_z (\bar{\lambda}_z - 0,20) + \bar{\lambda}_z^2 \right] = 0,5 \left[ 1 + 0,34 \cdot (0,67 - 0,20) + 0,67^2 \right] = 0,80$$

$$\chi_z = \frac{1}{\varphi_z + \sqrt{\varphi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}} = \frac{1}{0,80 + \sqrt{0,80^2 - 0,67^2}} = 0,81 < 1,00$$

#### 4.3. Μειωτικός συντελεστής χ

Ο μειωτικός συντελεστής που θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της αντοχής του υποστυλώματος σε λυγισμό είναι ο μικρότερος από τους δύο συντελεστές που υπολογίστηκαν, δηλαδή:

$$\chi = \min(\chi_y, \chi_z) = \min(0,84; 0,81) = 0,81$$

**4.4. Αντοχή θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό**

Η αντοχή θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό δίνεται ως εξής:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,81 \times 159 \text{ cm}^2 \times 23,5 \text{ kN/cm}^2}{1,00} = 3026,57 \text{ kN}$$

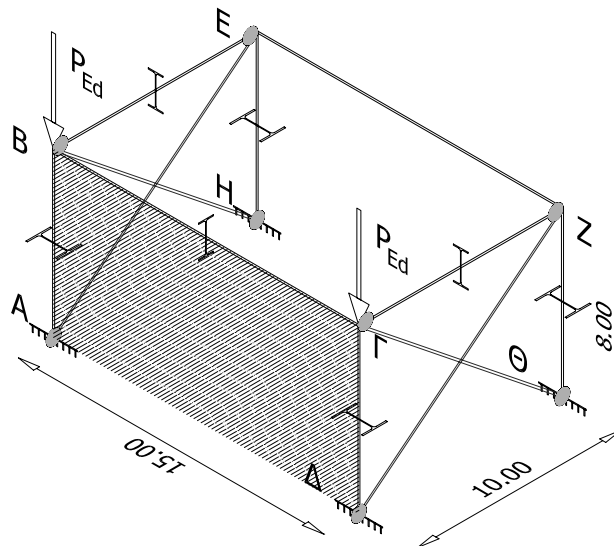
**4.5. Μέγιστο φορτίο σχεδιασμού**

Το μέγιστο φορτίο σχεδιασμού  $P_{Ed}$  θα είναι ίσο με την οριακή αντοχή του στύλου σε λυγισμό, δηλαδή:

$$P_{Ed} = N_{b,Rd} = 3026,57 \text{ kN}$$

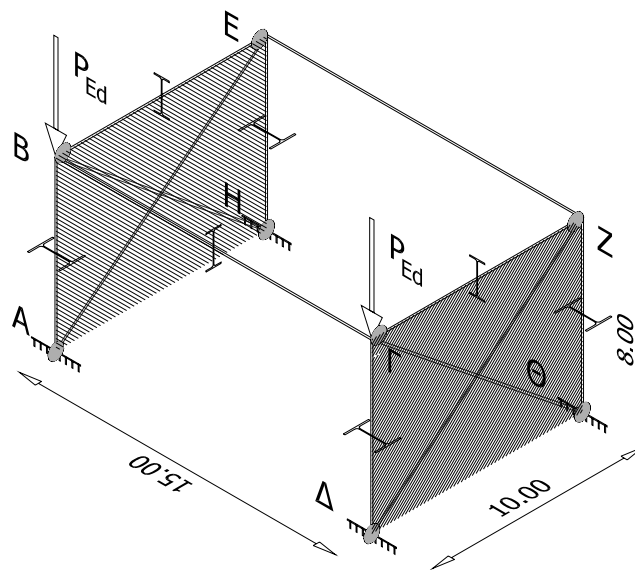
**5. ΕΛΕΓΧΟΣ 2<sup>ΟΥ</sup> ΠΛΑΙΣΙΟΥ**

Στο πλαίσιο 2, τα υποστυλώματα AB και ΓΔ είναι στη βάση τους πακτωμένα εντός επιπέδου ABΓΔ, και αρθρωτά εκτός επιπέδου ABΓΔ, ενώ συνδέονται αρθρωτά στην κορυφή τους με τις κεφαλοδοκούς BE και ΓΖ αντίστοιχα. Οι κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας που τοποθετούνται, καθιστούν τα πλαίσια ABEH και ΔΓΖΘ αμετάθετα.

**5.1. Έλεγχος υποστυλώματος εντός του επιπέδου του πλαισίου ABΓΔ**

Σχήμα 9: Επίπεδο πλαισίου ABΓΔ

Για λυγισμό εντός του επιπέδου ABΓΔ ισχύει ό,τι υπολογίστηκε για το 1<sup>ο</sup> πλαίσιο και επομένως  $\chi_y = 0,84$ .

**5.2. Έλεγχος υποστυλώματος εκτός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ (επίπεδα ΑΒΕΗ και ΔΓΖΘ)**

Σχήμα 10: Επίπεδα πλαισίων ΑΒΕΗ και ΔΓΖΘ

**5.2.1. Υπολογισμός μήκους λυγισμού εκτός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ**

Σε ένα αμφιαρθρωτό υποστυλόμετρο ο συντελεστής ισοδύναμου μήκους λυγισμού είναι ίσος με  $\beta_z=1,00$ . Επομένως το μήκος λυγισμού του υποστυλώματος εκτός επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ θα είναι:

$$L_z = \beta_z L = 1,00 \times 800 \text{ cm} = 800 \text{ cm}$$
**5.2.2. Υπολογισμός λυγηρότητας εκτός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ**

Υπολογίζεται η λυγηρότητα  $\lambda_z$  και η ανηγμένη λυγηρότητα  $\bar{\lambda}_z$ :

$$\lambda_z = \frac{\beta_z \times L}{i_z} = \frac{L_z}{i_z} = \frac{800 \text{ cm}}{7,34 \text{ cm}} = 108,99$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}} = \frac{108,99}{\pi \sqrt{\frac{21000 \text{ kN/cm}^2}{23,5 \text{ kN/cm}^2}}} = 1,16$$

Μειωτικός συντελεστής  $\chi_z$

Ο μειωτικός συντελεστής  $\chi_z$  περί τον τοπικό άξονα z υπολογίζεται με βάση το σχήμα 6, για καμπύλη λυγισμού b και λυγηρότητα  $\bar{\lambda}_z = 1,16$  και είναι ίσος με  $\chi_z = 0,53$ .

**5.3. Μειωτικός συντελεστής  $\chi$** 

Ο μειωτικός συντελεστής είναι ο μικρότερος από τους δύο συντελεστές που υπολογίστηκαν, δηλαδή:

$$\chi = \min(\chi_y, \chi_z) = \min(0,84; 0,50) = 0,50$$
**5.4. Αντοχή θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό**

Η αντοχή θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό δίνεται ως εξής:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,53 \times 159 \text{ cm}^2 \times 23,5 \text{ kN/cm}^2}{1,00} = 1980,35 \text{ kN}$$

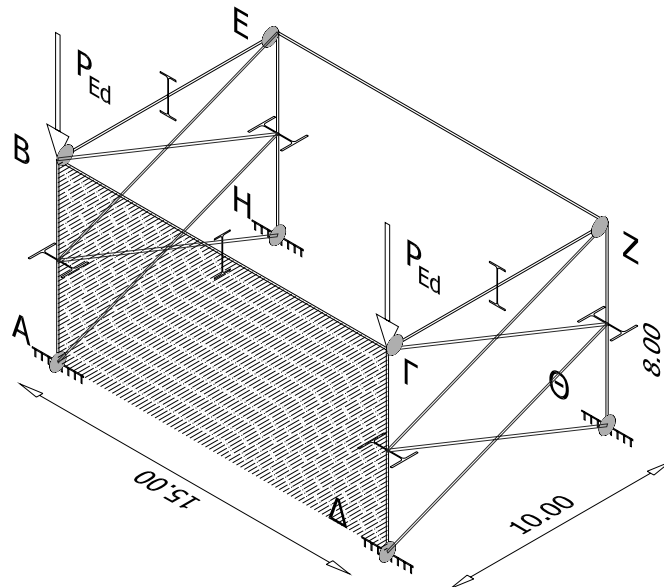
**5.5. Μέγιστο φορτίο σχεδιασμού**

Το μέγιστο φορτίο σχεδιασμού  $P_{Ed}$  θα είναι ίσο με την οριακή αντοχή του στύλου σε λυγισμό, δηλαδή:

$$P_{Ed} = N_{b,Rd} = 1980,35 \text{ kN}$$

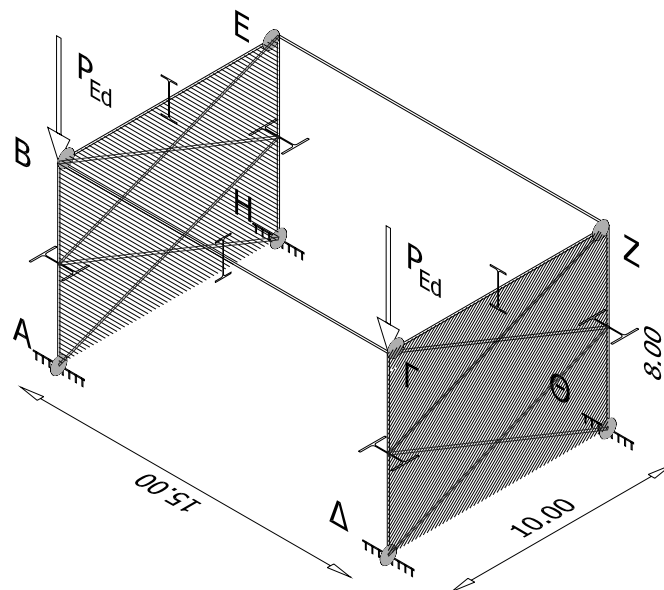
**6. ΕΛΕΓΧΟΣ 3<sup>ΟΥ</sup> ΠΛΑΙΣΙΟΥ**

Στο πλαίσιο 3, τα υποστυλώματα AB και ΓΔ είναι στη βάση τους πακτωμένα εντός επιπέδου ABΓΔ, και αρθρωτά εκτός επιπέδου ABΓΔ, ενώ συνδέονται αρθρωτά στην κορυφή τους με τις κεφαλοδοκούς BE και ΓΖ αντίστοιχα. Οι κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας που τοποθετούνται, καθιστούν τα πλαίσια ABEH και ΔΓΖΘ αμετάθετα και μειώνουν το μήκος λυγισμού των υποστυλωμάτων εντός αυτών των επιπέδων στο μισό.

**6.1. Έλεγχος υποστυλώματος εντός του επιπέδου του πλαισίου ABΓΔ**

Σχήμα 11: Επίπεδο πλαισίου ABΓΔ

Για λυγισμό εντός του επιπέδου ABΓΔ ισχύει ό,τι υπολογίστηκε για το 1<sup>ο</sup> πλαίσιο και επομένως  $\chi_y=0,84$ .

**6.2. Έλεγχος υποστυλώματος εκτός του επιπέδου του πλαισίου ABΓΔ (επίπεδα ABEH και ΔΓΖΘ)**

Σχήμα 12: Επίπεδα πλαισίων ABEH και ΔΓΖΘ

**6.2.1. Υπολογισμός μήκους λυγισμού εκτός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ**

Σε ένα αμφιαρθρωτό υποστυλώμα, όπου οι κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας συνδέονται στο μέσον του υποστυλώματος, το μήκος λυγισμού του υποστυλώματος εκτός επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ θα είναι:

$$L_z = \beta_z L = 0,50 \times 800 \text{ cm} = 400 \text{ cm}$$

**6.2.2. Υπολογισμός λυγηρότητας εκτός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ**

Υπολογίζεται η λυγηρότητα  $\lambda_z$  και η ανηγμένη λυγηρότητα  $\bar{\lambda}_z$ :

$$\lambda_z = \frac{\beta_z \times L}{i_z} = \frac{L_z}{i_z} = \frac{400 \text{ cm}}{7,34 \text{ cm}} = 54,50$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}} = \frac{54,50}{\pi \sqrt{\frac{21000 \text{ kN/cm}^2}{23,5 \text{ kN/cm}^2}}} = 0,58$$

Μειωτικός συντελεστής  $\chi_z$

Ο μειωτικός συντελεστής  $\chi_z$  περί τον τοπικό άξονα  $z$  υπολογίζεται με βάση το σχήμα 6, για καμπύλη λυγισμού  $b$  και λυγηρότητα  $\bar{\lambda}_z = 0,58$  και είναι ίσος με  $\chi_z = 0,85$ .

**6.3. Μειωτικός συντελεστής  $\chi$** 

Ο μειωτικός συντελεστής είναι ο μικρότερος από τους δύο συντελεστές που υπολογίστηκαν, δηλαδή:

$$\chi = \min(\chi_y, \chi_z) = \min(0,84; 0,85) = 0,84$$

**6.4. Αντοχή θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό**

Η αντοχή θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό δίνεται ως εξής:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,84 \times 159 \text{ cm}^2 \times 23,5 \text{ kN/cm}^2}{1,00} = 3138,66 \text{ kN}$$

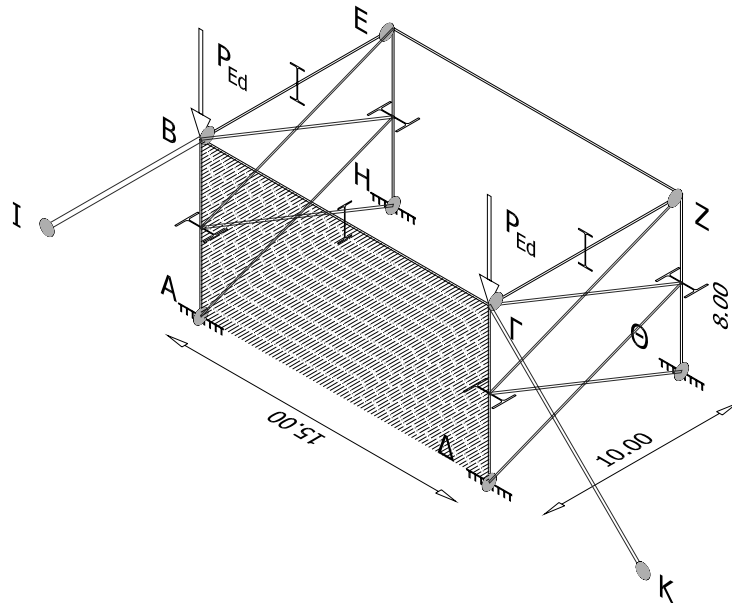
**6.5. Μέγιστο φορτίο σχεδιασμού**

Το μέγιστο φορτίο σχεδιασμού  $P_{Ed}$  θα είναι ίσο με την οριακή αντοχή του στύλου σε λυγισμό, δηλαδή:

$$P_{Ed} = N_{b,Rd} = 3138,66 \text{ kN}$$

**7. ΕΛΕΓΧΟΣ 4<sup>ΟΥ</sup> ΠΛΑΙΣΙΟΥ**

Στο πλαίσιο 4, τα υποστυλώματα ΑΒ και ΓΔ είναι στη βάση τους πακτωμένα εντός επιπέδου ΑΒΓΔ, και αρθρωτά εκτός επιπέδου ΑΒΓΔ, ενώ συνδέονται αρθρωτά στην κορυφή τους με τις κεφαλοδοκούς ΒΕ και ΓΖ αντίστοιχα. Οι αντηρίδες που τοποθετούνται εντός επιπέδου ΑΒΓΔ καθιστούν το πλαίσιο αυτό αμετάθετο. Οι κατακόρυφοι σύνδεσμοι δυσκαμψίας που τοποθετούνται, καθιστούν τα πλαίσια ΑΒΕΗ και ΔΓΖΘ αμετάθετα και μειώνουν το μήκος λυγισμού των υποστυλωμάτων εντός αυτών των επιπέδων στο μισό.

**7.1. Έλεγχος υποστυλώματος εντός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ**

Σχήμα 13: Επίπεδο πλαισίου ΑΒΓΔ

**7.1.1. Υπολογισμός δυσκαμψιών**

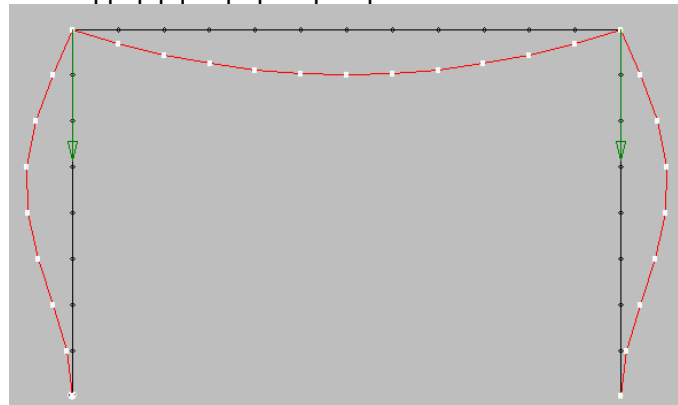
Η δυσκαμψία του υποστυλώματος θα είναι ίση με αυτή που υπολογίστηκε για το 1<sup>ο</sup> πλαίσιο:

$$K_c = \frac{I_c}{L_c} = \frac{I_y}{L_y} = \frac{45070 \text{ cm}^4}{800 \text{ cm}} = 56,33 \text{ cm}^3$$

ενώ η δυσκαμψία του ζυγώματος ΒΓ, σύμφωνα με τον πίνακα 4 είναι:

$$K_{12} = \frac{0,50 \times I_{12}}{L_{12}} = \frac{0,50 \times 23130 \text{ cm}^4}{1500 \text{ cm}} = 7,71 \text{ cm}^3$$

για την οποία θεωρήσαμε στροφή αντίθετη προς αυτήν του πλησιέστερου άκρου (απλή καμπυλότητα) σύμφωνα με την πρώτη κανονική μορφή λυγισμού για αμετάθετα πλαίσια που δίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Σχήμα 14: 1<sup>η</sup> κανονική μορφή λυγισμού (συμμετρική χωρίς μετάθεση)

Έτσι ο συντελεστής κατανομής  $\eta_1$  θα είναι:

$$\eta_1 = \frac{K_c}{K_c + K_{12}} = \frac{56,33 \text{ cm}^3}{56,33 \text{ cm}^3 + 7,71 \text{ cm}^3} = 0,88$$



**7.1.2. Υπολογισμός μήκους λυγισμού εντός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ**

Από το σχήμα 8 για υποστυλώμα με αμετάθετα άκρα για  $\eta_1=0,88$  και  $\eta_2=0$  εκτιμούμε γραφικά τον συντελεστή ισοδυνάμου μήκους λυγισμού  $\beta_y=0,67$ . Επομένως το μήκος λυγισμού του υποστυλώματος εντός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ θα είναι:

$$L_y = \beta_y L = 0,67 \times 800 \text{ cm} = 536,0 \text{ cm}$$

**7.1.3. Υπολογισμός λυγηρότητας εντός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ**

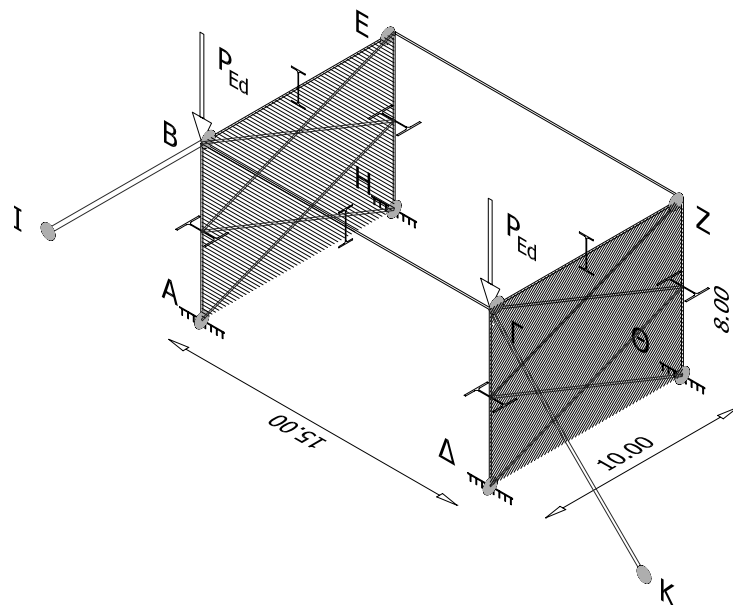
Υπολογίζεται η λυγηρότητα  $\lambda_y$  και η ανηγμένη λυγηρότητα  $\bar{\lambda}_y$ :

$$\lambda_y = \frac{\beta_y \times L}{i_y} = \frac{L_y}{i_y} = \frac{536 \text{ cm}}{16,80 \text{ cm}} = 31,90$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}} = \frac{31,90}{\pi \sqrt{\frac{21000 \text{ kN/cm}^2}{23,5 \text{ kN/cm}^2}}} = 0,34$$

Μειωτικός συντελεστής  $\chi_y$

Ο μειωτικός συντελεστής  $\chi_y$  περί τον τοπικό άξονα  $y$  υπολογίζεται από το σχήμα 6 για καμπύλη λυγισμού  $a$  και τη λυγηρότητα  $\bar{\lambda}_y$  και είναι ίσος με  $\chi_y=0,97$ :

**7.2. Έλεγχος υποστυλώματος εκτός του επιπέδου του πλαισίου ΑΒΓΔ (επίπεδα ΑΒΕΗ και ΔΓΖΘ)**

Σχήμα 15: Επίπεδα πλαισίων ΑΒΕΗ και ΔΓΖΘ

Για λυγισμό εκτός του επιπέδου ΑΒΓΔ ισχύει ό,τι υπολογίστηκε για το 3<sup>ο</sup> πλαίσιο και επομένως  $\chi_z=0,85$ .

**7.3. Μειωτικός συντελεστής  $\chi$** 

Ο μειωτικός συντελεστής που θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της αντοχής του υποστυλώματος σε λυγισμό είναι ο μικρότερος από τους δύο συντελεστές που υπολογίστηκαν, δηλαδή:

$$\chi = \min(\chi_y, \chi_z) = \min(0,97; 0,85) = 0,85$$

**7.4. Αντοχή θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό**

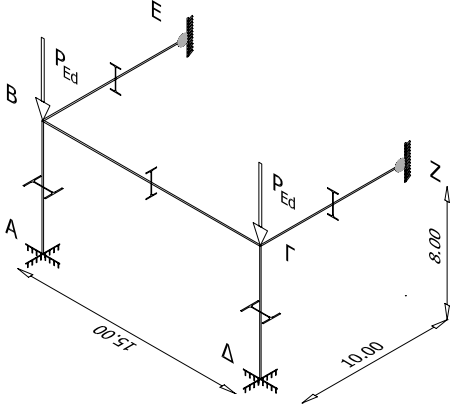
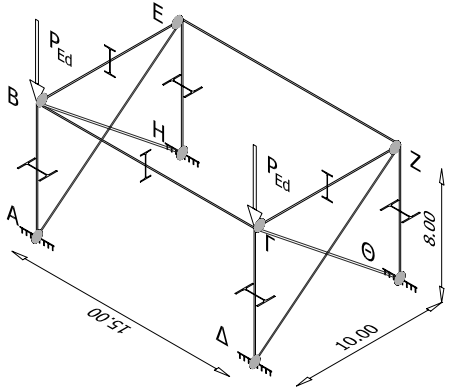
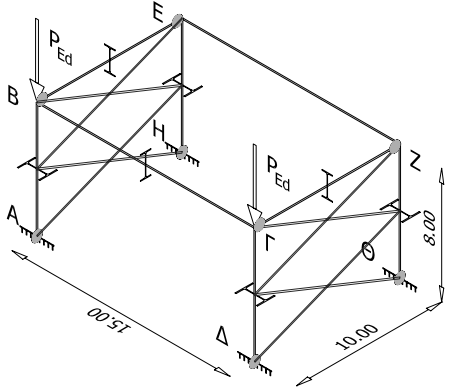
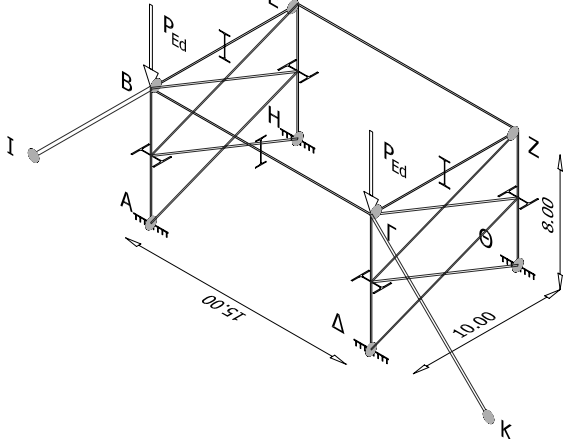
Η αντοχή θλιβόμενου μέλους σε λυγισμό δίνεται ως εξής:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,85 \times 159 \text{ cm}^2 \times 23,5 \text{ kN / cm}^2}{1,00} = 3176,03 \text{ kN}$$

### 7.5. Μέγιστο φορτίο σχεδιασμού

Το μέγιστο φορτίο σχεδιασμού  $P_{Ed}$  θα είναι ίσο με την οριακή αντοχή του στύλου σε λυγισμό, δηλαδή:  
 $P_{Ed} = N_{b,Rd} = 3176,03 \text{ kN}$

### 8. ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

	
<p align="center"><b>ΠΛΑΙΣΙΟ 1</b> (<math>P_{Ed}=3026,57 \text{ kN}</math>)</p>	<p align="center"><b>ΠΛΑΙΣΙΟ 2</b> (<math>P_{Ed}=1980,35 \text{ kN}</math>)</p>
	
<p align="center"><b>ΠΛΑΙΣΙΟ 3</b> (<math>P_{Ed}=3138,66 \text{ kN}</math>)</p>	<p align="center"><b>ΠΛΑΙΣΙΟ 4</b> (<math>P_{Ed}=3176,03 \text{ kN}</math>)</p>