ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ

ΜΑΘΗΜΑ *κορμού* 5ου ΕΞΑΜΗΝΟΥ

ΜΕΘΟΔΟΙ και **ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ**

ΡΟΗ υπό **ΠΙΕΣΗ**

Τριαντάφυλλος ΚΑΤΣΑΡΕΛΗΣ

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΣΥΝΕΡΓΑΤΗΣ Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2010

NTUA D AH NV501 A

Εισαγωγικό σημείωμα

- Η νέα έκδοση των τευχών της σειράς: **NTUA D AH NV500** έχει ως **κύριους στόχους**:
    - Να συμβάλει εις την πληρέστερη μεταβίβαση γνώσεων και δεξιοτήτων εις τους, Σπουδαστές / Σπουδάστριες – *Μηχανικούς*, του μαθήματος <Εφαρμοσμένη Υδραυλική> του $5^{ου}$ εξαμήνου, ώστε να μειωθεί το ποσοστό εμφάνισης *κρισίμων λαθών* εις τις ασκήσεις και εις τις εξετάσεις.
    - Να διευκολύνει την παρακολούθηση, την αφομοίωση της *Θεωρίας* και τη σύνδεσή της με τις *Εφαρμογές* μεθόδων υπολογισμού.
    - Να αποτελέσει ένα χρηστικό εργαλείο, ώστε η διεξαγωγή του μαθήματος να είναι ένα έργο, το οποίο προκαλεί ευχαρίστηση εις όλες και όλους τους συμμετέχοντες.
- **Πρόσθετοι στόχοι** της έκδοσης είναι:
    - Η αύξηση του ποσοστού των παρακολουθούντων, κυρίως των πρωτοεγγραφομένων.
    - Η αύξηση του ποσοστού παράδοσης ασκήσεων και συμμετοχής εις τις ενδιάμεσες εξετάσεις, πρωτοεγγραφομένων και παλαιοτέρων.
    - Η μείωση της χρήσης αθλίων προϊόντων και υπηρεσιών *παραπαιδείας*.
- Σημειώνεται ότι το μάθημα αποτελεί:
    - Συνέχεια – *εδράζεται επί* του μαθήματος <Μηχανική των Ρευστών> του $5^{ου}$ εξαμήνου.
    - Ενδιάμεσο κρίκο - *υποστηρίζει* δύο τουλάχιστον μαθήματα, τα <Αστικά Υδραυλικά Έργα> του $6^{ου}$ εξαμήνου και <Υδραυλική Ανοικτών Αγωγών και Ποταμών> του $7^{ου}$ εξαμήνου.
- Σημειώνεται επίσης ότι για όλους τους ως άνω κύριους και πρόσθετους **στόχους** έχουν τεθεί – παρακολουθούνται και αναλύονται αντίστοιχοι **Δείκτες Ποιότητας**. Η **συνεχής προσπάθεια βελτίωσης** με βάση την εξέλιξη των Δεικτών οδήγησε αρχικώς εις πέντε ετήσιες αναθεωρημένες εκδόσεις και τελικώς εις την παρούσα ριζικώς αναθεωρημένη έκδοση με κωδικό **NV** (**N***ouvelle* **V***ague*).
- **Μη- στόχοι** της έκδοσης είναι:
    - Να καταγραφεί ως πλήρες επιστημονικό - διδακτικό σύγγραμμα.
    - Να υποκαταστήσει τα διανεμόμενα συγγράμματα, είναι απλώς «Σημειώσεις».
    - Να υποκαταστήσει την αναγκαιότητα φυσικής παρακολούθησης και συμμετοχής εις την εκπαιδευτική διαδικασία

- Εις τα δύο τεύχη η δομή είναι γενικώς παρόμοια ανά Κεφάλαιο:
  Συνοπτική παρουσίαση εννοιών και σχέσεων – Αναλυτική παρουσίαση μεθόδων υπολογισμού - Ερωτήσεις κατανόησης και Εφαρμογές υπολογισμού.
  Γίνεται δε συχνή χρήση τριών συμβόλων:

  - Το σύμβολο 🗎 **παροτρύνει** εις εμβάθυνση, ανατρέχοντας εις τα διανεμόμενα συγγράμματα ή / και αναζήτηση λεπτομερειών, πινάκων, διαγραμμάτων κ.λπ.

  - Το σύμβολο ☠ επισημαίνει - **προειδοποιεί**, ότι η συγκεκριμένη *περιοχή* αφορά σε μείζον ζήτημα αφομοίωσης εννοιών ή / και διαδικασίας εφαρμογής και εμπεριέχει σοβαρούς κινδύνους *παρανόησης* – κρισίμων λαθών.

  - Το σύμβολο 💣 επισημαίνει - **προειδοποιεί**, ότι το συγκεκριμένη *σημείο* αφορά σε μείζον ζήτημα εκτίμησης μεγεθών ή / και διαδικασίας εφαρμογής και εμπεριέχει σοβαρούς κινδύνους *παγίδευσης* – κρισίμων λαθών.

- Ειδικότερον:

  - Το (παρόν) τεύχος **NTUA D AH NV501** πραγματεύεται το πεδίο της **Ροής** υπό **Πίεση**, ακολουθεί – παραπέμπει κυρίως εις το διανεμόμενο σύγγραμμα: < Εφαρμοσμένη Υδραυλική – Α. Στάμου>

  - Το τεύχος **NTUA D AH NV502** πραγματεύεται το πεδίο της **Ροής** με **Ελεύθερη Επιφάνεια**, ακολουθεί – παραπέμπει εις το διανεμόμενο σύγγραμμα: < Υδραυλική Ανοιχτών Αγωγών – Γ. Νουτσόπουλος, Γ. Χριστοδούλου, Τ. Παπαθανασιάδης>.
    Αποτελεί δε τη βάση για το τεύχος NTUA D AH NV701 του μαθήματος <Υδραυλική Ανοικτών Αγωγών και Ποταμών> του $7^{ου}$ εξαμήνου.

- Ο γράφων δεν είναι ο συγγραφέας των «Σημειώσεών του»…
  Τις έχουν συγγράψει *γενεές* Σπουδαστριών και Σπουδαστών, συμμετέχοντας εις τη **διαδικασία γνώσης – μάθησης** με απορίες, αντιρρήσεις, ενστάσεις…

- Ως *προσωποποίηση* τους αναφέρω και ευχαριστώ τους ανεκτίμητους συντελεστές της παρούσας - νέας έκδοσης: Ηλιάνα Αδαμοπούλου, Γιώργος Δέσκος και Δημήτρης Μπουζιώτας. Συνέβαλλαν μέσω των προτάσεων, της πρακτικής βοήθειας, της ενθάρρυνσης – στήριξης εις το γράφοντα, αλλά και της δημιουργικής γκρίνιας τους…

- Βεβαίως ο γράφων φέρει την αποκλειστική ευθύνη για την ποιότητα περιεχομένου και τεχνικής επεξεργασίας των τευχών, ουδείς άλλος τα θεωρεί πριν από την εκάστοτε έκδοσή τους.

- Τα τεύχη της έκδοσης διατίθενται ελεύθερα εις τις ιστοσελίδες του μαθήματος.
  Δεν προορίζονται διά αναπαραγωγή και εμπορική εκμετάλλευση, αλλά μόνο δια την αποκλειστική χρήση από τους σπουδαστές και συναδέλφους.
  Η όποια *πενιχρή* πνευματική συνεισφορά – *ιδιοκτησία* παραμένει εις το συντάκτη τους…

- Η ανάδραση από τους χρήστες αποτελεί τη σημαντικότερη διαδικασία!.. **Απορίες – Σχόλια – Αντιρρήσεις – Ενστάσεις**… είναι **ευπρόσδεκτες!**
  e- mail: neaoktana@hotmail.com

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΘΑ ΕΝΗΜΕΡΩΘΕΙ ΜΕ ΤΗΝ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΟΥ ΚΕΙΜΕΝΟΥ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ Λ

ΘΑ ΕΝΗΜΕΡΩΘΕΙ ΜΕ ΤΗΝ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΟΥ ΚΕΙΜΕΝΟΥ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Παρουσιάζονται οι απαραίτητες έννοιες και στοιχεία από τη Μηχανική των Ρευστών με έμφαση στα βασικά χαρακτηριστικά των ρευστών, τις κατηγορίες ροής σε κλειστούς αγωγούς υπό πίεση και τις μεθόδους ανάλυσης της ροής γενικώς. Αναλύεται η διαδικασία και οι χρησιμοποιούμενοι μέθοδοι αριθμητικής επίλυσης προβλημάτων.

1.1 Βασικές έννοιες και στοιχεία Μηχανικής των Ρευστών 🖹

1.1.1 Βασικά χαρακτηριστικά των ρευστών

- **Ρευστό σωματίδιο**: Ο στοιχειώδης όγκος dU ρευστού ο οποίος είναι αρκετά μεγαλύτερος από έναν ελάχιστο όγκο (mindU=10^{-9} mm^3), ώστε να περιλαμβάνει ένα ικανό και περίπου σταθερό αριθμό μορίων.

- **Πυκνότητα ρ**= **Μάζα** / **Όγκος**
    - Διάσταση - μονάδες [**ρ**] → [**M / L³**]: kgr /m^3, gr /cm^3
    - Η πυκνότητα ενός ρευστού εξαρτάται από την πίεση και τη θερμοκρασία του.
    - Η πυκνότητα ενός υγρού είναι σχετικά σταθερή. Η πυκνότητα του νερού είναι περίπου ίση με 1000 kg/m^3 και όταν αυξήσουμε την πίεση 220 φορές η πυκνότητα αυτή θα αυξηθεί μόνο κατά περίπου 1%.
    - Η πυκνότητα των υγρών είναι περίπου τρεις τάξεις μεγαλύτερη της πυκνότητας των αερίων → Στην ελεύθερη επιφάνεια ενός αγωγού η παρουσία του υπερκειμένου ρευστού <αέρα> έχει *μικρή* έως *αμελητέα* επίδραση.

- **Ειδικό βάρος γ**= **Βάρος** / **Όγκος**
    - Διάσταση - μονάδες [**γ**] → [**F / L³**]: t /m^3 , kgr* /m^3 , N /m^3
    - $\gamma = \rho \cdot g$, όπου **g**: επιτάχυνση της βαρύτητας **9,81** m /s^2
    - Προσοχή! Πυκνότητα και Ειδικό βάρος έχουν την *ίδια* αριθμητική τιμή σε διαφορετικά συστήματα: Για το νερό
        - Πυκνότητα **ρ**: *περίπου* 1.000 kgr /m^3 = 1 t /m^3
        - Ειδικό βάρος **γ**: *περίπου* 1.000 kgr*/m^3 = 9,81 kN /m^3

- **Πίεση p**= **Δύναμη** (κάθετη) / **Επιφάνεια**
    - Διάσταση - μονάδες [**p**] → [**F / L²**]: t /m^2 , kgr* /m^2 , N /m^2 (= Pa)
    - Είναι η κάθετη – θλιπτική – τάση η οποία *προέρχεται* από την αντίστοιχη δύναμη, την οποία το ρευστό ασκεί στην επιφάνεια στοιχειώδους όγκου.
    - Είναι βαθμωτό μέγεθος το οποίο *προέρχεται* από διανυσματικό μέγεθος.
    - Συνήθως ορίζουμε, για λόγους ευκολίας την ατμοσφαιρική πίεση ως σημείο αναφοράς με τιμή μηδέν και μετράμε τη σχετική πίεση ως διαφορά της απόλυτης και της ατμοσφαιρικής: $\mathbf{p_{σχετ}} = \mathbf{p_{απολ}} - \mathbf{p_{ατμοσφ}}$
      Αυτό οδηγεί λογιστικά και σε αρνητικές τιμές της σχετικής πίεσης: **υποπίεση**.
    - Όταν πραγματοποιείται εξάτμιση του νερού σε ένα κλειστό χώρο, όπως π.χ. σε ένα τμήμα σωλήνα με ροή νερού υπό πίεση, τότε η πίεση από τα μόρια των υδρατμών καλείται **πίεση υδρατμών**: $\mathbf{p_υ}$. Στην περίπτωση αυτή η συνέχεια της ροής διακόπτεται (*σπηλαίωση*) και το ρευστό δεν είναι πλέον ένα συνεχές μέσο. Το φαινόμενο είναι ανεπιθύμητο και θα χρησιμοποιήσουμε μεθόδους ελέγχου και αποφυγής του.
      Η $\mathbf{p_υ}$ αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας.

- **Συμπιεστότητα**: Είναι η ιδιότητα της μείωσης του όγκου του ρευστού όταν αυξάνεται η πίεση, η οποία ασκείται σε αυτό.
  - Χαρακτηρίζεται από το μέτρο ελαστικότητας, ή το (αντίστροφο) μέτρο συμπιεστότητας.
  - Το μέτρο ελαστικότητας του νερού είναι πολύ μεγάλο (περίπου 20.000 φορές μεγαλύτερο από του αέρα). Στα συνήθη προβλήματα το <u>νερό</u> (και γενικώς τα υγρά) θεωρείται <u>ασυμπίεστο</u>.

- **Δυναμική συνεκτικότητα** (*ή* ιξώδες) **μ**: Είναι η ιδιότητα των ρευστών να παραμορφώνονται συνεχώς υπό την επίδραση διατμητικών τάσεων.
  - Διάσταση – μονάδες [**μ**] → [(**F**×**T**) **/ L²**]: gr /cm**.**s (= poise)
  - Το νερό συμπεριφέρεται ως Νευτώνειο ρευστό.
  - Η **μ** μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας.

- **Κινηματική συνεκτικότητα ν**= **Δυναμική συνεκτικότητα** / **Πυκνότητα**
  - Διάσταση – μονάδες [**ν**] → [**L²**) **/ T**]: cm^2 /s (= stoke)
  - Η **ν** μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας.

- **Ταχύτητα ροής V**= **Απόσταση** / **Χρόνος**
  - Διάσταση – μονάδες [**V**] → [**L**) **/ T**]: m /s
  - Ταχύτητα σε *μικροκλίμακα* (σημείο ή ρευστό σωματίδιο).
  - Αναλύεται σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (u, v, w), σε σφαιρικό σύστημα (r, θ, φ), ή σε κυλινδρικό σύστημα (r, θ, z) και τις αντίστοιχες απλοποιήσεις εάν η ροή θεωρείται δισδιάστατη.
  - Ταχύτητα σε *μακροκλίμακα* (διατομή ή τμήμα πεδίου ροής).
    Επηρεάζεται από τα στερεά όρια, συνήθως χρησιμοποιείται η <u>μέση ταχύτητα</u> με συνυπολογισμό ή αμελώντας κατά περίπτωση τους σχετικούς <u>συντελεστές συνόρθωσης</u> .

- **Επιτάχυνση a**= **Μεταβολή Ταχύτητας** / **Χρόνος**
  - Διάσταση – μονάδες [**a**] → [**L**) **/ T²**]: m /s^2
  - Αντιστοίχως με την ταχύτητα ορίζεται σε *μικροκλίμακα* ή *μακροκλίμακα.*

- **Παροχή Q**= **Μεταβολή Όγκου** (ακριβέστερον <u>μάζας</u>) / **Χρόνος**
  - Διάσταση – μονάδες [**Q**] → [**L³**) **/ T**]: m^3 /s (σε ομογενές υγρό)
  - Σε *μακροκλίμακα* <u>συνδέεται</u> άμεσα με την εκάστοτε <u>διατομή ροής</u>, της οποίας η <u>γεωμετρία</u> είναι πιθανόν σταθερή ή μεταβαλλόμενη.
  - Σε σωλήνες είναι: $Q = \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot V$ (1) και $V = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2}$ (2)

- **Ενέργεια H**: Είναι η ικανότητα του ρευστού να παράγει έργο.
  Συνήθως λογίζουμε την <u>ενέργεια</u> της ροής <u>ανά μονάδα βάρους</u> του ρέοντος ρευστού και την καλούμε **ύψος ενέργειας**. Στην περίπτωση αυτή:
  - Διάσταση – μονάδες [**H**] → [**L**]: m
  - Η ολική ενέργεια (ή το ύψος ενέργειας) αποτελείται από τις εξής συνιστώσες:
    - <u>Δυναμική</u> ενέργεια, λόγω θέσης (ύψους).
    - <u>Κινητική</u> ενέργεια, λόγω ταχύτητας.
    - Ενέργεια <u>πίεσης</u>, λόγω πίεσης.

- **Απώλειες Ενέργειας** *ή* **ύψους ενέργειας ΔΗ**: Προκαλούνται από δύο διαφορετικούς μηχανισμούς τους οποίους θα εξετάσουμε αναλυτικώς στη συνέχεια.
  - Διάσταση – μονάδες [**ΔΗ**] → [**L**]: m
  - Απώλειες λόγω τριβών στα στερεά όρια σε ομοιόμορφη ροή (*γραμμικές*).
  - Απώλειες λόγω μεταβολής σχήματος σε ανομοιόμορφη ροή (*τοπικές*).

- **Μεταβολές στην Ενέργεια** *ή* **στο ύψος ενέργειας $\mathbf{\Delta H_\mu}$**: Προκαλούνται από τη λειτουργία υδραυλικών μηχανών και θα τις εξετάσουμε αναλυτικώς στη συνέχεια.
  - Διάσταση – μονάδες [$\mathbf{\Delta H_\mu}$] → [**L**]: m
  - Η λειτουργία αντλίας αυξάνει το ύψος ενέργειας της ροής.
  - Η λειτουργία στροβίλου μειώνει το ύψος ενέργειας της ροής.
  - Οι υδραυλικές μηχανές (αντλίες ή στρόβιλοι) χαρακτηρίζονται από την ισχύ **N**, το μανομετρικό ύψος $\mathbf{h_\mu}$ και το συντελεστή απόδοσης **n**. Στους υπολογισμούς υπεισέρχεται και το ειδικό βάρος του ρέοντος υγρού **γ**.

- **Μετατροπές συνήθως χρησιμοποιουμένων μονάδων**:
  - **1** t= **9,81** kN
  - **1** kgr*/m^2= **9,81** N /m^2 = **9,81** Pa
  - **1** m^3 = **1.000 L** (λίτρα)

1.1.2 Κατηγορίες ροής σε κλειστούς αγωγούς υπό πίεση

- **Μόνιμη** – **Μη μόνιμη**: Χαρακτηρισμός ως προς κινηματική – χρονική μεταβολή. Θα ασχοληθούμε μόνο με τη Μόνιμη ροή.

- **Ομοιόμορφη** – **Ανομοιόμορφη**: Χαρακτηρισμός ως προς κινηματική – χωρική μεταβολή. Θα ασχοληθούμε κυρίως με την Ομοιόμορφη αλλά θα αναλύσουμε και την Ανομοιόμορφη ροή, στην οποία εμφανίζεται διαφορετικός μηχανισμός απωλειών ενέργειας.

- **Στρωτή** – **Τυρβώδης**: Χαρακτηρισμός από δυναμική άποψη - επίδραση συνεκτικότητας → αριθμός **Reynolds**. Στη ροή υπό πίεση σπανίως εμφανίζεται στρωτή ροή σε πρακτικά προβλήματα ενδιαφέροντος *Υδραυλικού* Μηχανικού. Όμως ο αριθμός Reynolds, ο οποίος αποτελεί κριτήριο χαρακτηρισμού της ροής ως στρωτή ή τυρβώδη υπεισέρχεται *λογιστικά* στις διαδικασίες επίλυσης! Υπενθυμίζεται ότι:

  - Ο αριθμός Reynolds είναι ο λόγος των δυνάμεων αδράνειας προς τις δυνάμεις συνεκτικότητας και είναι αδιάστατος. Συμβολίζεται γενικώς ως $\mathbf{R_e}$ αλλά <εδώ> θα συμβολίζεται για λόγους απλότητας ως **R** προσέχοντας να μη γίνει σύγχυση με την υδραυλική ακτίνα, η οποία επίσης συμβολίζεται ως R.

  - Για αγωγούς κυκλικής διατομής (διαμέτρου D)= σωλήνες: $R = \dfrac{V \cdot D}{\nu}$ (3)

    όπου V η μέση ταχύτητα στη διατομή ροής και ν η κινηματική συνεκτικότητα.

  - Συνδυάζοντας τις (2) και (3) προκύπτει: $R = \dfrac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D \cdot \nu}$ (4)

- Σε αγωγούς τυχούσας διατομής ισχύει γενικώς: $R = \dfrac{V \cdot \dfrac{E}{\Pi}}{\nu}$ (5)

  όπου υπεισέρχεται αντί της διαμέτρου η υδραυλική ακτίνα της διατομής: R = Εμβαδό / Βρεχόμενη Περίμετρος.

- Για αγωγούς **κυκλικής διατομής** το <u>όριο</u> μεταξύ στρωτής και τυρβώδους ροής είναι: $\mathbf{R_{op} = 2.000}$

- Υπενθυμίζεται ότι: Η ροή εμφανίζει <u>*αδράνεια*</u> στην <u>αλλαγή</u> κατάστασης
  - Εάν είναι στρωτή, παραμένει - για κάποιο πεδίο - στρωτή για τιμές $R > R_{op}$.
  - Εάν είναι τυρβώδης, παραμένει αντιστοίχως τυρβώδης για τιμές $R < R_{op}$.

- **Υποκρίσιμη** – **Κρίσιμη** – **Υπερκρίσιμη**: Χαρακτηρισμός από <u>δυναμική</u> άποψη - επίδραση <u>βαρύτητας</u> → αριθμός **Froude**. Στη ροή με ελεύθερη επιφάνεια αυτή η επίδραση είναι σημαντική και ο χαρακτηριστικός αριθμός Froude αποτελεί σημαντικό εργαλείο στις διαδικασίες επίλυσης και γενικότερα στο σχεδιασμό. (βλ. τεύχος NTUA D AH NV502 A).

<u>1.1.3 Μέθοδοι ανάλυσης της ροής</u>

- **Μονοδιάστατη ανάλυση** (ή *όγκου ελέγχου*): Είναι η <u>σημαντικότερη</u> είτε αναφερόμαστε σε ροή υπό πίεση είτε σε ροή με ελεύθερη επιφάνεια. Γνωστή από το μάθημα <Μηχανική των Ρευστών> του 4^{ου} εξαμήνου, εις το οποίο <u>προτείνω να ανατρέξετε</u>!

- <u>Διαφορική ανάλυση</u>: Επιλύονται οι βασικές <u>διαφορικές εξισώσεις</u> ροής, με ολοκλήρωσή τους για τις συγκεκριμένες <u>οριακές συνθήκες</u> του προβλήματος, το οποίο εξετάζουμε. Χαρακτηριστικό παράδειγμα η στρωτή ροή (ροές Poiseuille και Couette), όπως αναλύθηκε στο μάθημα <Μηχανική των Ρευστών> του 4^{ου} εξαμήνου.

- <u>Διαστατική ανάλυση</u>: Δομείται ένα <u>πειραματικό μοντέλο</u>, το οποίο δοκιμάζεται και εξελίσσεται με εργαστηριακές (ή και σε *φυσική κλίμακα*) <u>μετρήσεις</u>.
  Οι περισσότερες σχέσεις τις οποίες θα χρησιμοποιήσουμε στη συνέχεια παρήχθησαν με τη μέθοδο αυτή.

<u>1.1.4 Λοιπές απαραίτητες γνώσεις και στοιχεία Μηχανικής των Ρευστών</u>

- **Οριακό Στρώμα**: Λόγω της <u>φυσικής οριακής συνθήκης</u> στη γειτονία στερεού ορίου:
  - Η τιμή της ταχύτητας (παράλληλης προς το στερεό όριο) μεταβάλλεται στην (κάθετη προς το στερεό όριο διεύθυνση) από <u>μηδενική</u> σε <u>*πραγματική*</u>.
  - Τούτο συμβαίνει σε <u>*πολύ μικρό*</u> <u>ύψος</u> από το όριο.
    - Με ισχυρή κλίση (μεταβολή) της ταχύτητας.
    - Με ανάπτυξη διατμητικών τάσεων σημαντικού μεγέθους.
    - Η επίδραση της συνεκτικότητας δεν είναι δυνατό να αμεληθεί.
  - Καθοριστική σημασία για τη ροή σε κλειστούς αγωγούς υπό πίεση έχει η εμφάνιση **στρωτού οριακού υποστρώματος**, κοντά στα στερεά όρια –

τοιχώματα του αγωγού, ενώ έχει αναπτυχθεί πλήρως τυρβώδες οριακό στρώμα (βλ. 2.1.1).

- **Αποκλίνουσα και συγκλίνουσα ροή – Αποκόλληση των γραμμών ροής**: Η μορφολογία των γραμμών ροής έχει καθοριστική σημασία για το μηχανισμό απωλειών σε ανομοιόμορφη ροή (*τοπικές* απώλειες):
    - Στην αποκλίνουσα ροή αυξάνεται η επιφάνεια της διατομής της ροής, οι γραμμές ροής αποκλίνουν και μειώνεται η μέση ταχύτητα ροής, ενώ στην συγκλίνουσα ροή συμβαίνει το αντίθετο.
    - Στην **αποκλίνουσα** ροή μπορεί να παρατηρηθεί το φαινόμενο της **αποκόλλησης**, με αποτέλεσμα το σχηματισμό στροβίλων (δινών), οι οποίοι απορροφούν ενέργεια από την ροή προκαλώντας **σημαντικές τοπικές απώλειες** ενέργειας (βλ. **2.4**).

1.2 Διαδικασία και μέθοδοι αριθμητικής επίλυσης προβλημάτων

1.2.1 Διαδικασία

Είτε εις τα προβλήματα <Ροής υπό Πίεση>, είτε εις τα προβλήματα <Ροής με Ελεύθερη Επιφάνεια> υπεισέρχονται πολλές φορές εξισώσεις ή συστήματα εξισώσεων των οποίων ο χειρισμός ή /και μαθηματική επίλυση είναι αδύνατη ή μάλλον δυσχερής. Επομένως είναι απαραίτητη η χρήση αριθμητικών μεθόδων επίλυσης – σύγκλισης προς **αποδεκτή τιμή** με βάση την εξής διαδικασία:

- Επιλογή του **μεγέθους** του οποίου θα **χειριστούμε** τη **σύγκλιση** προς αποδεκτή τιμή. Προσοχή! Πολλές φορές είναι ευφυέστερη η επιλογή μεγέθους *βοηθητικού* – διάφορου από το μέγεθος του οποίου εις το πρόβλημα ζητείται η τιμή…

- Επιλογή του **μεγέθους** το οποίο θα χρησιμοποιήσουμε ως **κριτήριο ελέγχου** της **σύγκλισης**. Το μέγεθος αυτό συνδέεται και με την επιλεγείσα αριθμητική μέθοδο.

- Εκτίμηση της **τιμής απόκλισης** από το ως άνω κριτήριο ελέγχου, η οποία θεωρείται επαρκής ως **όριο**, ώστε να **ικανοποιείται** - αμέσως ή εμμέσως - η **απαίτηση σύγκλισης** προς αποδεκτή τιμή.

- Επιλογή της **αριθμητικής μεθόδου** την οποία θα χρησιμοποιήσουμε ως **εργαλείο** της **σύγκλισης** προς αποδεκτή τιμή (βλ. 1.2.2).

- Εκτίμηση της **αρχικής τιμής** του ως άνω επιλεγέντος μεγέθους του οποίου θα χειριστούμε τη σύγκλιση.

- Εφαρμογή της **αριθμητικής μεθόδου** με **τιμή εκκίνησης** την ως άνω εκτιμηθείσα αρχική τιμή του μεγέθους του οποίου θα χειριστούμε τη σύγκλιση και πέρας την ικανοποίηση της ως άνω επιλεγείσας τιμής απόκλισης – ορίου.

- Τελικός προσδιορισμός και στρογγύλευση ☠ της **αποδεκτής τιμής** του **ζητούμενου μεγέθους** 💣. Η στρογγύλευση βασίζεται εις την ακρίβεια της μεθόδου, αλλά και συνολικώς της χρησιμοποιούμενης προσέγγισης και τεχνικών απαιτήσεων εφαρμογής της λύσης.

Εις τα δύο τεύχη (NTUA D AH NV501 A και NTUA D AH NV502 A) προτείνονται οι κατάλληλες μέθοδοι για τα αντίστοιχα προβλήματα. Η γενική μορφή των εδαφίων επίλυσης προβλημάτων περιλαμβάνει:

- Βήμα προς βήμα ανάλυση της διαδικασίας με παράθεση των χρησιμοποιούμενων σχέσεων, ορίων κ.λπ.
- Τυποποίηση της διαδικασίας με χρηστικό πινακίδιο υπολογισμών.
- Διάγραμμα ροής της διαδικασίας.

1.2.2 Μέθοδοι

Είναι *προφανές* ότι η **κατάλληλη** μέθοδος, πρέπει να εξασφαλίζει την **ταχύτερη** δυνατή **σύγκλιση** με το **μικρότερο** δυνατό **όγκο πράξεων**, άρα και μικρότερη δυνατή πιθανότητα λάθους!
Οι **άριστες μέθοδοι** επιτρέπουν την ευχερή **εποπτεία** (τουλάχιστον) της **τάξης μεγέθους** των ενδιάμεσων τιμών και διαθέτουν ασφαλιστικές ***δικλείδες ελέγχου*** σε κάποια στάδια, ώστε να γίνονται **ορατά** και αντιληπτά εγκαίρως **λάθη** υπολογισμού και να λαμβάνονται **διορθωτικές** ενέργειες.
Όσες χρησιμοποιήσουμε <εδώ> κατατάσσονται σε πέντε βασικές κατηγορίες:

- Αριθμητικές - προσεγγιστικές μορφές πεπλεγμένων εξισώσεων
  - Η πεπλεγμένη μορφή αντικαθίσταται από προσεγγιστική – εύχρηστη μορφή, η οποία ισχύει με ικανοποιητική ακρίβεια προσέγγισης μόνο σε κάποιο προκαθορισμένο πεδίο τιμών μιας ή περισσοτέρων μεταβλητών.
  - Ενδεικτικό παράδειγμα η σχέση Colebrook – White για τον υπολογισμό του συντελεστή τριβών f σε <Ροή υπό Πίεση>
    (βλ. NTUA D AH NV501 A - 2.1.4).

  Η πεπλεγμένη ως προς f σχέση: $\frac{1}{f^{0,5}} = -2 \cdot \log\left(A + \frac{a}{f^{0,5}}\right)$, A και a σταθερές

  Αντικαθίσταται από την: $\frac{1}{f^{0,5}} = -2 \cdot \log\left(A + \frac{a}{b}\right)$, όπου b σταθερά

- Επίλυση πεπλεγμένων εξισώσεων με χρήση πινάκων ή γραφημάτων
  - Η πεπλεγμένη μορφή έχει επιλυθεί σε πυκνά διαστήματα μεταβολής των τιμών σταθερών παραγόντων ή έχει αναπαρασταθεί σε γράφημα, όπου αναζητείται η τιμή του ζητουμένου μεγέθους.
  - Οι μέθοδοι επίλυσης με χρήση πινάκων ή γραφημάτων απαιτούν προσεκτικό χειρισμό, όταν δεν υπάρχει επαρκής εμπειρία. Είναι δυνατό **λανθασμένη *ανάγνωση*** να οδηγήσει σε **χονδροειδή λάθη**. Προς τούτο προτείνεται η διαδικασία να περιλαμβάνει ένα ***βήμα ελέγχου***:
  - Η τιμή η οποία προκύπτει θεωρείται *αρχική τιμή* και ακολουθεί το βήμα ελέγχου - επαλήθευσής της με βάση την πεπλεγμένη εξίσωση. Τούτο **δεν** είναι απαραίτητο για ***καλύτερη σύγκλιση***, αλλά για τον

εντοπισμό των ως άνω χονδροειδών **λαθών** ανάγνωσης και χειρισμού πινάκων και γραφημάτων!

- Ενδεικτικό παράδειγμα η διαδικασία υπολογισμού του κρισίμου βάθους σε συμμετρική τραπεζοειδή διατομή σε <Ροή με Ελεύθερη Επιφάνεια>
  (βλ. NTUA D AH NV502 A - 2.2.1).

  Η πεπλεγμένη ως προς $y_κ$ σχέση: $\phi(y_κ) = C_κ$, $C_κ$ σταθερά

  επιλύεται μέσω Πίνακα και ακολουθεί επαλήθευση

- Μέθοδος διχοτόμησης
  - Είναι η **απλούστερη** και **σχετικώς ασφαλέστερη** μέθοδος. Προσφέρει ικανοποιητική εποπτεία της τάξης μεγέθους των διαδοχικών τιμών του χειριζόμενου μεγέθους και της πορείας σύγκλισης.
  - Απαιτείται όμως η εκτίμηση **δύο** και όχι μιας **αρχικών τιμών**.
  - Συνήθως οδηγεί σε **αργή** σύγκλιση (όγκος πράξεων κ.λπ.)
  - Τα δύο αυτά μειονεκτήματα αντιμετωπίζονται με υβριδικές - εμπειρικές προσεγγίσεις προσδιορισμού της δεύτερης τιμής και υβριδικούς τρόπους επιτάχυνσης: γραμμική παρεμβολή (ή προέκταση) αντί της διχοτόμησης.
  - Στην περίπτωση αυτή όμως έχουμε εισέλθει πλέον εις το πεδίο της επόμενης μεθόδου…

- Μέθοδοι *α' τάξεως* (*τύπου sécante*)
  - Χαρακτηρίζονται από:
    - Τη σύγκριση των αριθμητικών αποτελεσμάτων του **μεγέθους** του οποίου **χειριζόμαστε** τη **σύγκλιση** με το **μέγεθος** το οποίο χρησιμοποιούμε ως **κριτήριο ελέγχου** της **σύγκλισης**.
    - Επομένως, η σύγκριση των **διαδοχικών τιμών απόκλισης** γίνεται με βάση **όριο** το οποίο **συνδέεται** με το ως άνω **σταθερό μέγεθος ελέγχου** της **σύγκλισης**.
  - Η εκτίμηση της **δεύτερης τιμής** γίνεται με υβριδικές - εμπειρικές προσεγγίσεις με βάση την **αρχική τιμή** και την **απόκλισή** της από το **όριο**.
  - Συνήθως οι **επόμενες -** διαδοχικές **τιμές** προκύπτουν από υβριδικούς τρόπους - **συντελεστές διόρθωσης**, με τη σειρά τους βασισμένους στην **προηγούμενη τιμή** και την **απόκλισή** της από το **όριο**.
  - Ενδεικτικά παραδείγματα:
    - Ο χειρισμός της τριτοβάθμιας εξίσωσης στην περίπτωση ανύψωσης πυθμένα, <Ροή με Ελεύθερη Επιφάνεια>
      (βλ. NTUA D AH NV502 A - 2.4.1)
    - Η σχέση είναι της μορφής: $A = y + \frac{\alpha}{y^2}$, Α και α σταθερές

  - Ο χειρισμός πεπλεγμένων σχέσεων στην περίπτωση υπολογισμού του ομοιόμορφου βάθους ροής σε αγωγούς σύνθετης διατομής, <Ροή με Ελεύθερη Επιφάνεια>
    (βλ. NTUA D AH NV502 A - 3.2.6)

  - Η πεπλεγμένη ως προς y_o σχέση είναι: $\phi(y_o) = C_o$, C_o σταθερά

- Μέθοδοι *β΄ τάξεως* (*τύπου Newton - Raphson*)

  - Χαρακτηρίζονται από:
    - Τη σύγκριση των διαδοχικών αριθμητικών αποτελεσμάτων του **μεγέθους** του οποίου **χειριζόμαστε** τη **σύγκλιση.** Το **μέγεθος** το οποίο χρησιμοποιούμε ως **κριτήριο ελέγχου** της **σύγκλισης** έχει **ενσωματωθεί** στον **αλγόριθμο**.

    - Επομένως, η σύγκριση των **διαδοχικών τιμών απόκλισης** γίνεται με βάση **όριο**, το οποίο **συνδέεται** με αυτές καθαυτές τις ως άνω **διαδοχικές τιμές απόκλισης**.

  - Δεν υπάρχει ανάγκη εκτίμησης της **δεύτερης τιμής**, αυτή γίνεται όπως και όλες οι **επόμενες** προκύπτει από τον **αλγόριθμο**.

  - Ενδεικτικό παράδειγμα και πάλι η ως άνω σχέση Colebrook – White.
    Αντί να την υποκαταστήσουμε από τη μη πεπλεγμένη σχέση, είναι δυνατό να τη χρησιμοποιήσουμε ως αλγόριθμο διαδοχικών τιμών του f με αρχική τιμή αυτή την οποία δίνει η μη πεπλεγμένη σχέση!

  - Οι μέθοδοι *β΄ τάξεως* απαιτούν προσεκτικό χειρισμό, διότι **δεν** οδηγούν **πάντοτε** σε **σύγκλιση**. Όσες προτείνονται από το γράφοντα έχουν περάσει εξαντλητικές δοκιμές και μπορείτε να τις εμπιστευθείτε.

1.3 Ερωτήσεις κατανόησης και Εφαρμογές υπολογισμού

<u>1.3.1</u> (μία μόνο απάντηση είναι ορθή)

	Η δυναμική συνεκτικότητα μ είναι μια ιδιότητα του ρευστού, η οποία:
	Εκφράζει την «αντίστασή» του στην επιβολή διατμητικής τάσης
	Εξαρτάται από την πίεση p και τη θερμοκρασία T
	Όταν σε ένα ρευστό παραμένει σταθερά ανεξάρτητη της ασκούμενης διατμητικής τάσης και της αντίστοιχης μεταβολής της γωνιακής παραμόρφωσης, τότε το ρευστό καλείται νευτώνειο
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Η κινηματική συνεκτικότητα ν:
	Ταυτίζεται με τη δυναμική συνεκτικότητα μ, όταν το ρευστό κινείται
✓	Ορίζεται ως ο λόγος της δυναμικής συνεκτικότητας προς την πυκνότητα
	Είναι ανεξάρτητη από την πίεση p και τη θερμοκρασία T
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Κατά τη στρωτή ροή:
	Οι γειτονικές στρώσεις του ρευστού κινούνται σχηματίζοντας λείες και ευθείες γραμμές ροής
	Οι δυνάμεις συνεκτικότητας είναι μικρότερες από τις δυνάμεις αδράνειας
	Εμφανίζεται ανάμιξη μακροσκοπικής κλίμακας μεταξύ δυο γειτονικών στρώσεων
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
✓	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Κατά την τυρβώδη ροή:
✓	Τα ρευστά σωματίδια έχουν ακανόνιστη, σχεδόν τυχαία, διακυμαινόμενη κίνηση
	Οι δυνάμεις συνεκτικότητας είναι μεγαλύτερες από τις δυνάμεις αδράνειας
	Ο αριθμός Reynolds είναι μεγαλύτερος από 2.000
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Κατά την τυρβώδη ροή:
	Υπάρχουν πρόσθετες τυρβώδεις τάσεις
	Προκαλείται μεγαλύτερη ανάμιξη της ροής
	Η κατανομή ταχυτήτων είναι περισσότερο ομοιόμορφη απ’ ότι στη στρωτή ροή
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Η ροή χαρακτηρίζεται ως μόνιμη:
	Όταν οι βασικές χρονικές παράγωγοι των ταχυτήτων ροής στις εξισώσεις ροής είναι ίσες με μηδέν
	Όταν ο αριθμός Reynolds είναι μικρότερος από 2.000
✓	Όταν η ροή δεν μεταβάλλεται με το χρόνο
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Η ροή χαρακτηρίζεται ως ομοιόμορφη:
✓	Όταν η ροή δεν μεταβάλλεται χωρικά
	Όταν οι βασικές χωρικές παράγωγοι των ταχυτήτων ροής στις εξισώσεις ροής είναι ίσες με μηδέν
	Όταν πραγματοποιείται υπό πίεση σε ένα σωλήνα
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

1.3.2 (μία μόνο απάντηση είναι ορθή)

	Οι εξισώσεις τις οποίες χρησιμοποιούμε στη μέθοδο της μονοδιάστατης ανάλυσης (ή όγκου ελέγχου) είναι:
	Η εξίσωση συνέχειας
	Η εξίσωση ποσότητας κίνησης
	Η εξίσωση ενέργειας
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Οι βασικές μέθοδοι ανάλυσης ενός προβλήματος ροής ρευστού είναι:
	Η μέθοδος της αδιάστατης ανάλυσης
	Η μέθοδος της τρισδιάστατης ανάλυσης
✓	Η μέθοδος της μονοδιάστατης ανάλυσης (ή όγκου ελέγχου)
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Μια ροή χαρακτηρίζεται ως εξωτερική όταν:
	Όταν πραγματοποιείται υπό πίεση σε ένα σωλήνα
	Όταν δεν περιορίζεται καθόλου από στερεά όρια
✓	Όταν δεν περιορίζεται από στερεά όρια, απλώς επηρεάζεται κοντά σε αυτά
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Η παρουσία ενός στερεού ορίου στις εσωτερικές ή εξωτερικές ροές:
	Επηρεάζει τη ροή κοντά σε αυτό
	«Επιβάλλει» το μηδενισμό της ταχύτητας ροής στο όριο (φυσική οριακή συνθήκη)
	Επιβραδύνει το ρευστό, εξαιτίας των τριβών
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Το πάχος δ του οριακού στρώματος, ορίζεται ως η κάθετη απόσταση από το στερεό όριο, μέχρι το σημείο όπου η ταχύτητα ροής είναι ίση με το:
	95% της εξωτερικής ταχύτητας V της ροής
✓	99% της εξωτερικής ταχύτητας V της ροής
	90% της εξωτερικής ταχύτητας V της ροής
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Στην εσωτερική περιοχή του οριακού στρώματος:
	Η ροή είναι στρωτή
	Η επίδραση της συνεκτικότητας μπορεί να αγνοηθεί, (δηλαδή μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το ρευστό είναι ιδεατό)
✓	Κυριαρχεί η συνεκτικότητα και δημιουργείται η κύρια αντίσταση στη ροή ενός βυθισμένου σώματος
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Η ταχύτητα ροής στο στρωτό οριακό υπόστρωμα:
	Εξαρτάται από τις παραμέτρους μ, τ_w, ρ, y, και δ
	Εκφράζεται από μία γραμμική συνάρτηση, όταν και η εξωτερική ροή είναι στρωτή
✓	Υπολογίζεται από το νόμο του τοιχώματος
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Στη συγκλίνουσα ροή:
	Μειώνεται η μέση ταχύτητα ροής
	Συνήθως εμφανίζεται το φαινόμενο της αποκόλλησης
	Ο σχηματισμός στροβίλων, που απορροφούν ενέργεια από την ροή προκαλεί σημαντικές τοπικές απώλειες ενέργειας
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
✓	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΣΩΛΗΝΕΣ

Παρουσιάζονται οι βασικές έννοιες οι οποίες αφορούν εις τις απώλειες ενέργειας σε ομοιόμορφη ροή: Είσοδος και μήκος ανάπτυξης ομοιόμορφης ροής σε σωλήνα - Απώλειες ενέργειας λόγω τριβών σε στρωτή και τυρβώδη ροή – Επίδραση της τραχύτητας των τοιχωμάτων. Ορίζονται η πραγματική και ισοδύναμη τραχύτητα και η μεταβολή τους, γήρανση των σωλήνων. Περιγράφεται αναλυτικώς ο υπολογισμός σωλήνων σε μόνιμη ομοιόμορφη ροή – γραμμικές απώλειες με αριθμητικές μεθόδους. Περιγράφεται συνοπτικώς ο υπολογισμός σωλήνων σε ανομοιόμορφη ροή – τοπικές απώλειες.

2.1 Βασικές έννοιες – Απώλειες ενέργειας σε Ομοιόμορφη ροή

2.1.1 Είσοδος σε σωλήνα – Μήκος εισόδου – Ανάπτυξη ομοιόμορφης ροής

- Η ροή από δεξαμενή (*πολύ μεγάλη* διατομή - πρακτικώς *μηδενική* ταχύτητα προσπέλασης προς τον αγωγό) εισέρχεται και αναπτύσσεται σε σωλήνα (πεπερασμένη διατομή και ταχύτητα προσπέλασης εντός του αγωγού).
- Στα στερεά όρια του σωλήνα αναπτύσσεται οριακό στρώμα, στο οποίο παρατηρείται μια σχετικά σημαντική πτώση της πίεσης – λόγω της μεταβολής της τιμής της ταχύτητας από *μηδενική* σε πεπερασμένη - και κατά συνέπεια (*τοπική*) απώλεια ενέργειας. Εξαιτίας του οριακού στρώματος η ροή είναι ανομοιόμορφη στην αρχή του σωλήνα και γίνεται ομοιόμορφη μετά από μια απόσταση $\mathbf{L_e}$, η οποία καλείται **μήκος ανάπτυξης** της **ροής** ή **μήκος εισόδου**.
- Το μήκος εισόδου $\mathbf{L_e}$ εξαρτάται μόνο από τον αριθμό Reynolds:
  - Για στρωτή ροή (έως R< 2.300): $\frac{Le}{D} = 0,06 \cdot R$ (6)
  - Για τυρβώδη ροή: $\frac{Le}{D} = 4,40 \cdot R^{1/6}$ (7)
  - Συνδυάζοντας τις (3) και (7) προκύπτει ότι το μήκος εισόδου σε τυρβώδη ροή είναι της τάξης των 20**.**D~40**.**D. Είναι δηλαδή *μακροσκοπικώς* αμελητέο σε σχέση με τα μήκη των αγωγών στην πράξη - συνήθως> 1.000**.**D.
    Οι απώλειες στη μετάβαση δεξαμενή /σωλήνας λόγω ανομοιόμορφης ροής (*τοπικές*) είναι κατά συνέπεια *λογιστικά* μικρές έως αμελητέες σε σχέση με τις συνολικές απώλειες σε σύστημα αγωγών – υδραγωγείο (βλ. 2.4.1 και 2.4.2).

2.1.2 Απώλειες ενέργειας λόγω τριβών – Εξίσωση Darcy Weissbach

- Φαινόμενο γαλλογερμανικής συνέργειας περί το 1860!
  - $h_f = f \cdot \dfrac{L \cdot V^2}{2 \cdot g \cdot D}$ (8) σε αγωγό **σταθερής** - αμετάβλητης διαμέτρου **D** όπου:
    - **h_f** είναι οι **απώλειες** λόγω **τριβών** κατά μήκος του σωλήνα – <u>*γραμμικές*</u>.
    - **f** είναι ο **συντελεστής τριβών**.
    - **V** είναι η μέση ταχύτητα στο σωλήνα.
    - **L** είναι το μήκος του σωλήνα.
    - **D** είναι η σταθερή – αμετάβλητη διάμετρος του σωλήνα.
  - Συνδυάζοντας τις (2) και (8) προκύπτει: $h_f = f \cdot \dfrac{8 \cdot L \cdot Q^2}{g \cdot \pi^2 \cdot D^5}$ (9)
  - Οι σχέσεις (8) και (9) **ισχύουν** <u>ανεξαρτήτως</u> εάν η ροή είναι **τυρβώδης** ή **στρωτή**.

2.1.3 Συντελεστής τριβών **f** σε στρωτή ροή

- Σχέση **Nikuradse**: $f = \dfrac{64}{R}$ (10)
  - Συνδυάζοντας τις (9) και (10) προκύπτει: $Q = \dfrac{\pi \cdot g \cdot h_f \cdot D^4}{128 \cdot L \cdot \nu}$ (11)
  - και $D = \left(\dfrac{128 \cdot L \cdot \nu \cdot Q}{\pi \cdot g \cdot h_f} \right)^{0,25}$ (12)
  - Οι παραπάνω σχέσεις (10), (11) και (12) έχουν **ελάχιστη πρακτική εφαρμογή** ☠ και παρατίθενται απλώς για λόγους εκπαιδευτικής πληρότητας!

2.1.4 Συντελεστής τριβών **f** σε τυρβώδη ροή

- Σχέση **Colebrook – White**: $\dfrac{1}{f^{0,5}} = -2 \cdot \log\left(\dfrac{0,27 \cdot k_s}{D} + \dfrac{2,51}{R \cdot f^{0,5}} \right)$ (13)
  - Συνδυάζοντας τις (8) ή (9) και (10) προκύπτουν σχέσεις *απλώς πεπλεγμένες* ως προς τις απώλειες λόγω τριβών **h_f** και *διπλά πεπλεγμένες* ως προς τη διάμετρο **D**. Θα το χειρισθούμε στη συνέχεια (βλ. **2.3**).
  - Εκτός από ήδη γνωστά μεγέθη στη (13) εμφανίζεται και η **ισοδύναμη τραχύτητα k_s** (βλ. <u>2.1.5</u>).
- Για τις ανάγκες του <εδώ> μαθήματος θα **εφαρμόσουμε αποκλειστικώς** τις σχέσεις (8) ή (9) σε συνδυασμό με τις σχέσεις (10) ή (13). Εις το μάθημα <Αστικά Υδραυλικά Έργα> του 6^{ου} εξαμήνου θα διδαχθείτε και άλλες.

2.1.5 Επίδραση της τραχύτητας των τοιχωμάτων σε τυρβώδη ροή

- Στη διαμόρφωση της τιμής του συντελεστή τριβών **f** υπεισέρχονται δύο παράγοντες:
  - Η *σχετική* μέση **ταχύτητα** της **ροής**, μέσω του αριθμού Reynolds **R**.
    Ο ρόλος της κινηματικής συνεκτικότητας **ν** στα προβλήματα ενδιαφέροντος *Υδραυλικού Μηχανικού* είναι πολύ περιορισμένος, διότι το πεδίο μεταβολής των τιμών της είναι στην πράξη *πολύ μικρό* (καθαρό νερό – λύματα – νερό φορτισμένο με φερτές ύλες κ.λπ.)
  - Η **πραγματική τραχύτητα** της βρεχόμενης επιφάνειας των **τοιχωμάτων**.
  - Είναι προφανές ότι η βιομηχανική ή εργοταξιακή παραγωγή σωλήνων σωλήνων οδηγεί (αναλόγως του υλικού και μεθόδου κατεργασίας) στην ύπαρξη προεξοχών στη βρεχόμενη επιφάνεια του στερεού ορίου. Σε μικροσκοπική ή και μακροσκοπική κλίμακα (φανταστείτε μία ανεπένδυτη σήραγγα η οποία κατασκευάζεται με διάνοιξη μέσω χρήσης εκρηκτικών σε βραχώδες ή ημιβραχώδες έδαφος!)
    Οι προεξοχές αυτές έχουν κάποια *γεωμετρικά* χαρακτηριστικά:
    - Μορφή: *Λεπτές* ή *Στρογγυλευμένες*
    - Κατανομή: *Πυκνές* ή *Αραιές*
    - Ποικιλότητα: Μορφής και Κατανομής
    - **Μήκος**: *Μικρό* ή *Μεγάλο*

Το χαρακτηριστικό: ***Μήκος*** έχει ιδιαίτερη σημασία, διότι συνδέεται με την ύπαρξη του **στρωτού οριακού υποστρώματος** (βλ. 1.1.4).

- Το **πάχος δ’** του στρωτού οριακού υποστρώματος σε σωλήνες μεταβάλλεται:

  $$\delta' = \frac{4 \cdot 8^{0,5} \cdot D}{R \cdot f^{0,5}} \quad (14)$$

  Για σταθερή D ο f μεταβάλλεται πολύ βραδύτερον του R, οπότε το πάχος δ’ εξαρτάται κυρίως από τον R: **R↑ → δ’↓** και **R↓ → δ’↑**

- Είναι προφανές ότι για τις ανάγκες υπολογισμού ροής σε σωλήνες του Μηχανικού η ανάλυση με *μικροσκόπιο* /*φασματοσκόπιο* / *μαγνητικό τομογράφο* / *υπερηχογράφημα*… είναι εκτός των υποχρεώσεων εφαρμογής των *Κανόνων Τέχνης και Επιστήμης*.

- Προς τούτο ορίστηκε και χρησιμοποιείται λογιστικά στην πράξη η **ισοδύναμη τραχύτητα k_s**:
  - Εκφράζει το *τελικό αποτέλεσμα* (απώλειες λόγω τριβών) της πραγματικής τραχύτητας στη ροή, *ενοποιώντας* τα ως άνω γεωμετρικά χαρακτηριστικά.
  - Προκύπτει από εργαστηριακές μετρήσεις τις οποίες ο κατασκευαστής – προμηθευτής των σωλήνων έχει διεξάγει και τεκμηριώσει.
  - Λαμβάνει κυρίως υπόψη το **μήκος** (αλλά και την κατανομή και μορφή) των προεξοχών:

- **Ισοδύναμη τραχύτητα k_s** είναι η πραγματική τραχύτητα σε πρότυπο σωλήνα επιστρωμένο με <u>σφαιρικές κόκκους άμμου</u>, <u>ομοιομόρφως διανεμημένων</u>, με <u>διάμετρο</u> ίση με το **μεταβλητό** 💣 <u>πάχος</u> του <u>στρωτού οριακού υποστρώματος</u>.

- **Η ισοδύναμη τραχύτητα k_s** και η πραγματική τραχύτητα σε πρότυπο σωλήνα επιστρωμένο με <u>σφαιρικές κόκκους άμμου</u>, δίνουν τον ίδιο συντελεστή τριβών **f** στην πλήρως τραχεία περιοχή.

- Η **ισοδύναμη τραχύτητα k_s** είναι **λογιστικό μέγεθος**

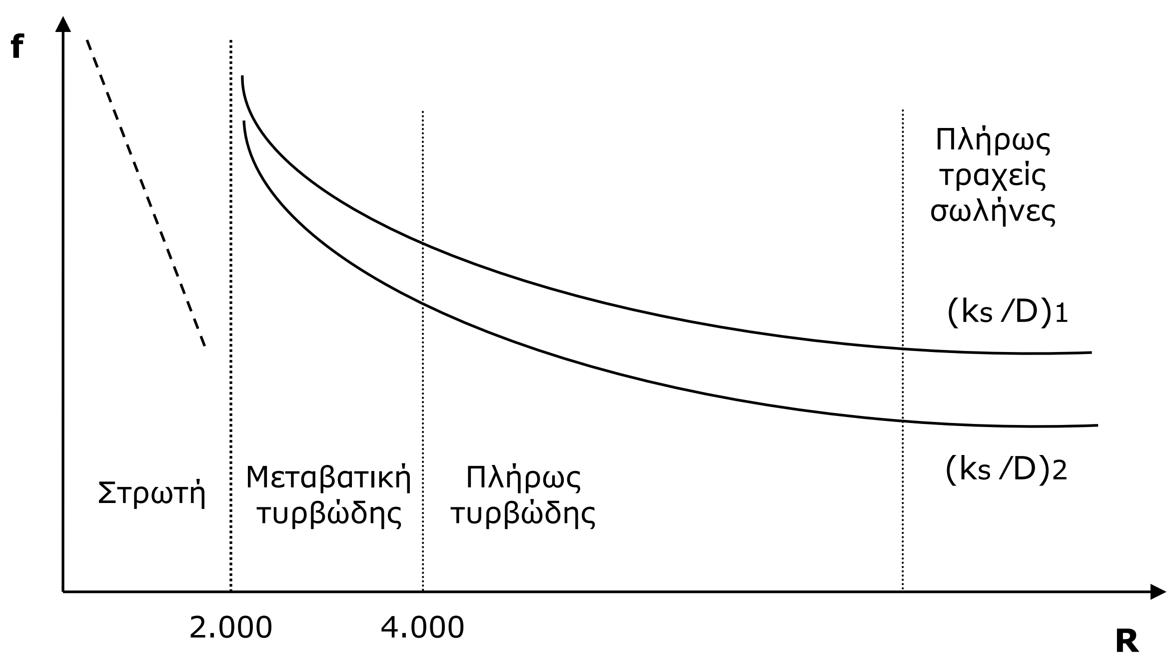
- **Εάν** η **πραγματική** τραχύτητα **k** ενός αγωγού είναι ***πολύ μικρή***: $\frac{k}{\delta'} < 1$

  Τότε και η **ισοδύναμη** τραχύτητα είναι ***πολύ μικρή***: $k_s \to 0$
  Ο αγωγός χαρακτηρίζεται ως ***υδραυλικώς* λείος** ή *απλώς* **λείος** και στους υπολογισμούς λαμβάνεται: $k_s = 0$

- <u>Προσοχή</u>! <u>Όταν</u> ο **αγωγός** ορίζεται ως ***υδραυλικώς* λείος ΔΕΝ** ισχύει *κατ' ανάγκην* ότι η **ροή** είναι **στρωτή** ☠ <u>απλώς</u> μηδενίζεται ο όρος **ks** εις την αντίστοιχη σχέση (13) της <u>τυρβώδους ροής</u>! (βλ. <u>2.1.4</u>).

- Το <u>λογιστικό μέγεθος</u> *ισοδύναμη τραχύτητα* <u>μεταβάλλεται λογιστικά</u> με την **πάροδο** του **χρόνου**, όταν ο σωλήνας ***γηράσκει*** (βλ. <u>2.1.7</u>).

<u>2.1.6 Διερεύνηση της Σχέσης Colebrook – White (13), *Διάγραμμα Moody*</u>



- $$\frac{1}{f^{0,5}} = -2 \cdot \log\left(\frac{0,27 \cdot k_s}{D} + \frac{2,51}{R \cdot f^{0,5}}\right)$$

- Θέτω: $A = \frac{0,27 \cdot k_s}{D}$ και $B = \frac{2,51}{R \cdot f^{0,5}}$ → $f = \frac{0,25}{\log^2(A+B)}$
- Θεωρώ ότι: **ks / D**= ***σταθερό* ≠ 0** και **2.000 < R < ∞** (*πολύ μεγάλο*)

- Εάν **R → ∞** (*πολύ μεγάλο*), τότε **B → 0** και $f = \frac{0,25}{\log^2(A)}$
  - Ο συντελεστής τριβής **f** επηρεάζεται *<u>κυρίως</u>* από το λόγο **ks / D**
  - Οι **καμπύλες** με διαφορετικό ks / D είναι ***ευθείες*** παράλληλες στον άξονα R
  - Ο σωλήνας συμπεριφέρεται ως *υδραυλικώς* ***πλήρως τραχύς***
- Εάν **R → 2.000**, τότε: $A \approx 0,0010 \sim 0,0050$, $B = \frac{25}{R} \approx 0,0125$ και $f = \frac{0,25}{\log^2(A+B)}$
  - Ο συντελεστής τριβής **f** επηρεάζεται *<u>κυρίως</u>* από το **R**
  - Οι **καμπύλες** με διαφορετικό ks / D **συγκλίνουν** ασυμπτωτικά σε <u>κατακόρυφη ευθεία</u> – όριο στην περιοχή του $\mathbf{R_{op}}$
- Στη <u>μεγάλη πλειοψηφία</u> των προβλημάτων <u>στην πράξη</u> το πεδίο τιμών είναι:

  $1,0 \cdot 10^5 < R < 1,2 \cdot 10^6$ και $0,0005 < \frac{k_s}{D} < 0,0020$ (πλην λείων σωλήνων)

  Για τα παραπάνω πεδία τιμών δημιουργούμε έναν πρόχειρο – συνοπτικό πίνακα τιμών του **f**:

k_s/D→ R ↓	0,0005	0,0010	0,0020
$1,0.10^5$	0,020	0,022	0,025
$1,2.10^6$	0,017	0,020	0,024

  Είναι εμφανές ότι: $0,017 < f < 0,025 \rightarrow \bar{f} \approx 0,021$, θα το αξιοποιήσουμε!

- Στην περιοχή του κρίσιμου αριθμού Reynolds ο υπολογισμός του f μέσω των σχέσεων (10) – στρωτή ροή ή (13) – τυρβώδης ροή οδηγεί σε εντελώς διαφορετικές τιμές!

k_s/D→ R=2.000	0,0005	0,0010	0,0020
(13) τυρβώδης	0,051	0,052	0,053
(10) στρωτή	0,032		

2.1.7 Γήρανση σωλήνων

- Η **εσωτερική επιφάνεια** των αγωγών μετά από πολυετή χρήση υφίσταται **αλλοιώσεις**, οι οποίες κυμαίνονται από **οξείδωση** έως **ισχυρή διάβρωση** σε συνδυασμό με ενδεχόμενες **αποθέσεις αλάτων**.
  Επίδραση της **γήρανσης** είναι η **μείωση** της **παροχετευτικότητας** των αγωγών.
- Τη χρονική **επίδραση** της **γήρανσης** χειριζόμαστε *λογιστικώς* ως **αύξηση** της **ισοδύναμης τραχύτητας**, ανεξαρτήτως εάν το πρωτογενές - φυσικοτεχνικό φαινόμενο αφορά σε:
  - *αυξομειώσεις* της τραχύτητας
  - μεταβολή της *ενεργού διαμέτρου* των αγωγών
- Συνήθως γίνεται δεκτή **σταθερή γραμμική αύξηση** της ισοδύναμης τραχύτητας

  με το χρόνο: $k_{st} = k_{s0} + a \cdot t$ (15), όπου:
  - $\mathbf{k_{so}}$: η **αρχική** ισοδύναμη τραχύτητα *σχεδιασμού*
  - $\mathbf{k_{st}}$: η **προκύψασα** ισοδύναμη τραχύτητα μετά από **t** έτη *λειτουργίας*
  - **a**: ο **συντελεστής γήρανσης** σε m.m / έτος
- Ο υπολογισμός της $\mathbf{k_{st}}$ αποτελεί αντικείμενο του Προβλήματος **Λ4** (βλ. 2.3.6)
- Προσοχή! δεχόμεθα *γενικώς*, ότι οι *υδραυλικώς* λείοι σωλήνες *δεν γηράσκουν* 💣.

2.2 Ερωτήσεις κατανόησης και Εφαρμογές υπολογισμού

2.2.1 (μία μόνο απάντηση είναι ορθή)

	Όταν η ροή εισέρχεται από δεξαμενή στην αρχή ενός σωλήνα:
	Είναι ανομοιόμορφη όταν ο αριθμός Reynolds είναι μεγαλύτερος από 2.10^5
	Γίνεται ομοιόμορφη μετά από κάποιο μήκος, το οποίο καλείται μήκος εισόδου
	Γίνεται ομοιόμορφη μετά από κάποιο μήκος, το οποίο καλείται μήκος ανάπτυξης της ροής
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Ένα στερεό όριο χαρακτηρίζεται υδραυλικώς λείο όταν:
	Η ισοδύναμη τραχύτητα του είναι μηδενική
✓	Οι προεξοχές της επιφάνειας του k είναι «βυθισμένες» μέσα στο στρωτό οριακό υπόστρωμα, δηλ. k<δ’
	Η ροή είναι στρωτή
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Η ισοδύναμη τραχύτητα μιας φυσικής επιφάνειας είναι ίση:
✓	Με τη διάμετρο ομοιόμορφων κόκκων άμμου που τοποθετούμε πάνω σε μια λεία επιφάνεια, ώστε να παρουσιάζει τις ίδιες απώλειες εξαιτίας τριβών με την εξεταζόμενη φυσική επιφάνεια
	Με τη διάμετρο ομοιόμορφων κόκκων άμμου που τοποθετούμε πάνω στην εξεταζόμενη φυσική επιφάνεια, ώστε να παρουσιάζει τις ίδιες απώλειες εξαιτίας τριβών με πρότυπη επιφάνεια
	Πρακτικά με το μέσο ύψος προεξοχών της εξεταζόμενης φυσικής επιφάνειας
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Σε ροή υπό πίεση σε σωλήνα η κατανομή των διατμητικών τάσεων:
	Λαμβάνει τη μέγιστη τιμή στον άξονα
	Η θέση της μέγιστης τιμής εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds
✓	Λαμβάνει τη μέγιστη τιμή στα τοιχώματα
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Σε στρωτή ροή υπό πίεση σε σωλήνα ο συντελεστής τριβών f:
	Γενικώς αυξάνει με την αύξηση του αριθμού Reynolds
	Είναι ανεξάρτητος του αριθμού Reynolds όταν ο σωλήνας είναι λείος
✓	Μειώνεται με την αύξηση του αριθμού Reynolds όταν ο σωλήνας είναι τραχύς
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Σε τυρβώδη ροή υπό πίεση σε σωλήνα ο συντελεστής τριβών f:
	Εξαρτάται μόνο από την ισοδύναμη τραχύτητα
	Εξαρτάται μόνο από τον αριθμό Reynolds
	Αυξάνει με την αύξηση του αριθμού Reynolds
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
✓	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Σε τυρβώδη ροή υπό πίεση σε λείο σωλήνα ο συντελεστής τριβών f:
	Υπολογίζεται από τη σχέση Nikuradse
	Εξαρτάται μόνο από την ταχύτητα ροής
	Εξαρτάται κυρίως από τον αριθμό Froude
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
✓	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Οι απώλειες λόγω τριβών σε ροή υπό πίεση σε σωλήνα, οι οποίες υπολογίζονται από τη σχέση Darcy-Weissbach:
	Είναι πάντοτε μικρότερες σε λείους σωλήνες
	Είναι γενικώς μικρότερες όταν η ροή είναι στρωτή
✓	Εξαρτώνται περισσότερο από τη διάμετρο του σωλήνα, παρά από την παροχή
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Το φαινόμενο της γήρανσης των σωλήνων οφείλεται σε:
✓	Οξείδωση της εσωτερικής επιφάνειάς τους
	Διάβρωση της εξωτερικής επιφάνειάς τους
	Κακή ποιότητα υλικών και κατασκευής
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Το φαινόμενο της γήρανσης των σωλήνων, όταν οφείλεται σε εναπόθεση αλάτων το χειριζόμαστε λογιστικά με:
✓	Αύξηση της τιμής της αρχικής ισοδύναμης τραχύτητας σχεδιασμού
	Μείωση της τιμής της αρχικής διαμέτρου σχεδιασμού
	Μείωση της τιμής την οποία θα πληρώσουμε για την προμήθειά τους
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Το φαινόμενο της γήρανσης των σωλήνων έχει μεγαλύτερη έκταση:
	Όταν ο σωλήνας δεν είναι λείος εκ κατασκευής
	Όταν το νερό το οποίο μεταφέρεται περιέχει φερτές ύλες
	Όταν το νερό το οποίο μεταφέρεται είναι όξινο
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

2.3 Υπολογισμός σωλήνων σε μόνιμη ομοιόμορφη ροή

2.3.1 Ανακεφαλαίωση

Υπάρχει ένα σύνολο σχέσεων, οι οποίες συνδέουν:

- *Γεωμετρικά* και *τεχνικά χαρακτηριστικά* ενός σωλήνα: διάμετρος **D**, μήκος **L**, ισοδύναμη τραχύτητα **ks**
- Με *ιδιότητες* και *ποσότητες* του ρευστού, το οποίο παροχετεύεται μέσα απ' αυτόν: Κινηματική συνεκτικότητα **v**, παροχή **Q**
- Και με τις οφειλόμενες σε τριβές - *γραμμικές* - απώλειες ενέργειας: $\mathbf{h_f}$

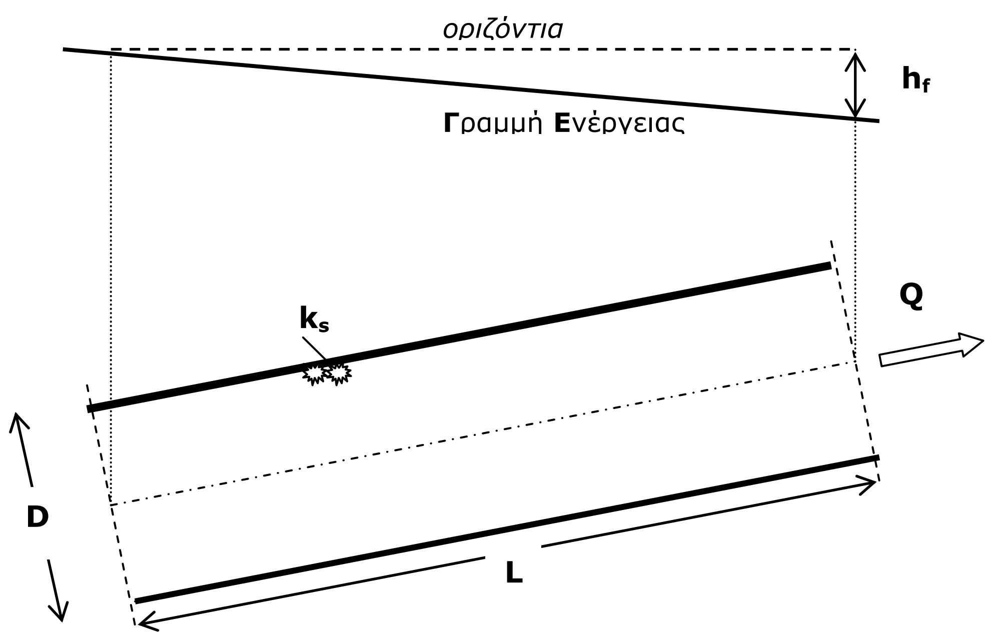
Εκτός από τα παραπάνω βασικά μεγέθη είναι απαραίτητοι:

- Ο αριθμός Reynolds **R** ως *κριτήριο καθορισμού* της ροής και ως λογιστικό μέγεθος
- Ο συντελεστής τριβών **f**, η ταχύτητα της ροής **V** και η κλίση της γραμμής ενέργειας: $\mathbf{J = h_f / L}$

Επιπλέον χρησιμοποιούνται:

- Η υδραυλική ακτίνα: **R** = **Ε**μβαδό διατομής / **Π**ερίμετρος
- Καθώς και συντελεστές οι οποίοι εμφανίζονται σε εμπειρικούς τύπους

Προσοχή! Τα παραπάνω μεγέθη δίδονται σε διάφορες μονάδες (*κυρίως μήκους*).
Είναι **απαραίτητη** η **ενοποίησή** τους **πριν από οιονδήποτε υπολογισμό !**
(κατά προτίμηση, των μονάδων μήκους σε **m**).



Σε πρώτη φάση θα χειριστούμε τον **υπολογισμό** των **βασικών μεγεθών**, τα **προβλήματα** αυτά συνήθως καλούνται ***Θεμελιώδη***.

2.3.2 Εισαγωγή

Τα 3 + *1* βασικά προβλήματα, των οποίων η ροή επίλυσης παρουσιάζεται παρακάτω αφορούν εις τον προσδιορισμό ενός μεγέθους από τα : $\mathbf{h_f}$**, Q, D** και $\mathbf{k_s}$, όταν δίδονται τα υπόλοιπα καθώς και τα: **L, v** .
Σύνθετα προβλήματα, τα οποία θα χειρισθούμε εις τη συνέχεια αναλύονται – διασπώνται σε ένα *σύνολο* αποτελούμενο από *επί μέρους* θεμελιώδη προβλήματα.

Είναι επομένως **κρίσιμη** η ανάπτυξη **δύο δεξιοτήτων**:

- **Αναγνώριση** σε ένα πλέγμα – δίκτυο αγωγών εκείνων όπου τα δεδομένα αρκούν για την άμεση εφαρμογή κάποιου θεμελιώδους προβλήματος.
- **Αριθμητική επίλυση** θεμελιωδών προβλημάτων με ταχύτητα και ακρίβεια.

Υπενθυμίζεται ότι, εις τη **συντριπτική πλειοψηφία** των προβλημάτων ενδιαφέροντος *Υδραυλικού Μηχανικού* η **ροή** είναι **τυρβώδης**, επομένως ο έλεγχος για στρωτή ροή ☠ και η υπόδειξη επίλυσης παρατίθεται στη συνέχεια απλώς για λόγους εκπαιδευτικής πληρότητας!

Η ***συνολική*** **ακρίβεια** των υπολογισμών σε δίκτυα κλειστών αγωγών υπό πίεση είναι *της τάξης του **5%***:

- Ημι-εμπειρικές σχέσεις υπολογισμού και αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης
- Χρήση στους υπολογισμούς της οριζόντιας προβολής του μήκους των σωλήνων
- Συχνή παράλειψη των απωλειών (*τοπικών*) ανομοιόμορφής ροής
- Λοιπές παραδοχές και στρογγυλεύσεις…

Εις τη **συντριπτική πλειοψηφία** των προβλημάτων ενδιαφέροντος *Υδραυλικού Μηχανικού* υπάρχουν - στην πράξη - **όρια τιμών**:

- Ταχύτητα **V** *περίπου*: **1,0** έως **3,5** m/ s
- Συντελεστής τριβών **f** *περίπου*: **0,010** έως **0,040** (για τυρβώδη ροή)
- Κατά τη διαδικασία υπολογισμού των θεμελιωδών - αλλά και των πλέον *συνθέτων* - προβλημάτων τα παραπάνω όρια τιμών χρησιμεύουν για τον ***προληπτική επιβεβαίωση*** **ακρίβειας** των υπολογισμών, προς αποφυγή χονδροειδούς λάθους.

Προσοχή! Οι αριθμητικές **μέθοδοι** υπολογισμού είναι γενικώς ***αριθμητικώς ευαίσθητες***.

- Εις τα παρακάτω προβλήματα (και εις όσα ακολουθούν εις τη συνέχεια) πρέπει οι **σταθερές** και τα **ενδιάμεσα αποτελέσματα** να διατηρούνται – ως έχουν - σε **μνήμη** του υπολογιστή χειρός και να μην καταγράφονται απλώς με πεπερασμένη ακρίβεια.
- Αντιθέτως το **τελικό** (*στρογγυλευμένο*) **αποτέλεσμα** οφείλει να συνάδει με – *αντανακλά* την εξασφαλισμένη **συνολική ακρίβεια** των υπολογισμών, αλλά και των **τεχνικών περιορισμών εφαρμογής** της λύσης σε πραγματικές συνθήκες ☠

2.3.3 Υπολογισμός των γραμμικών απωλειών **h_f** - Πρόβλημα ***Л1 – 1^o Θεμελιώδες*** (εναλλακτικώς: υπολογισμός της κλίσης της Γραμμής Ενέργειας **J**)

- Υπολογίζουμε την ταχύτητα: $V = \dfrac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2}$ (2)
- Επιβεβαιώνουμε την τάξη μεγέθους: $V \approx 1{,}0 \sim 3{,}5$ m/s
- Υπολογίζουμε τον αριθμό Reynolds: $R = \dfrac{V \cdot D}{\nu}$ (3)
- Εξασφαλίζουμε (τυπικότατα) ότι η ροή είναι τυρβώδης: $R > 2.000$ (*)
- Υπολογίζουμε το συντελεστή τριβών: $f = \dfrac{0{,}25}{\log^2\left[\dfrac{0{,}27 \cdot k_s}{D} + \left(\dfrac{7}{R}\right)^{0{,}9}\right]}$ (16)
- Επιβεβαιώνουμε την τάξη μεγέθους: $f \approx 0{,}010 \sim 0{,}040$

  Σημείωση 1: εάν ο σωλήνας είναι *υδραυλικώς* λείος θέτουμε απλώς $\dfrac{k_s}{D} = 0$

  Σημείωση 2: σε διαδικασίες υπολογισμού κάποιων τυπικών προβλημάτων αρκεί ο υπολογισμός του f, δηλαδή εφαρμόζεται ένα **τμήμα** του **Л1**

- Υπολογίζουμε τις γραμμικές απώλειες: $h_f = f \cdot \dfrac{L \cdot V^2}{2 \cdot g \cdot D}$ (8)
- Ή εναλλακτικώς την κλίση της Γραμμής Ενέργειας: $J = f \cdot \dfrac{V^2}{2 \cdot g \cdot D}$ (17)

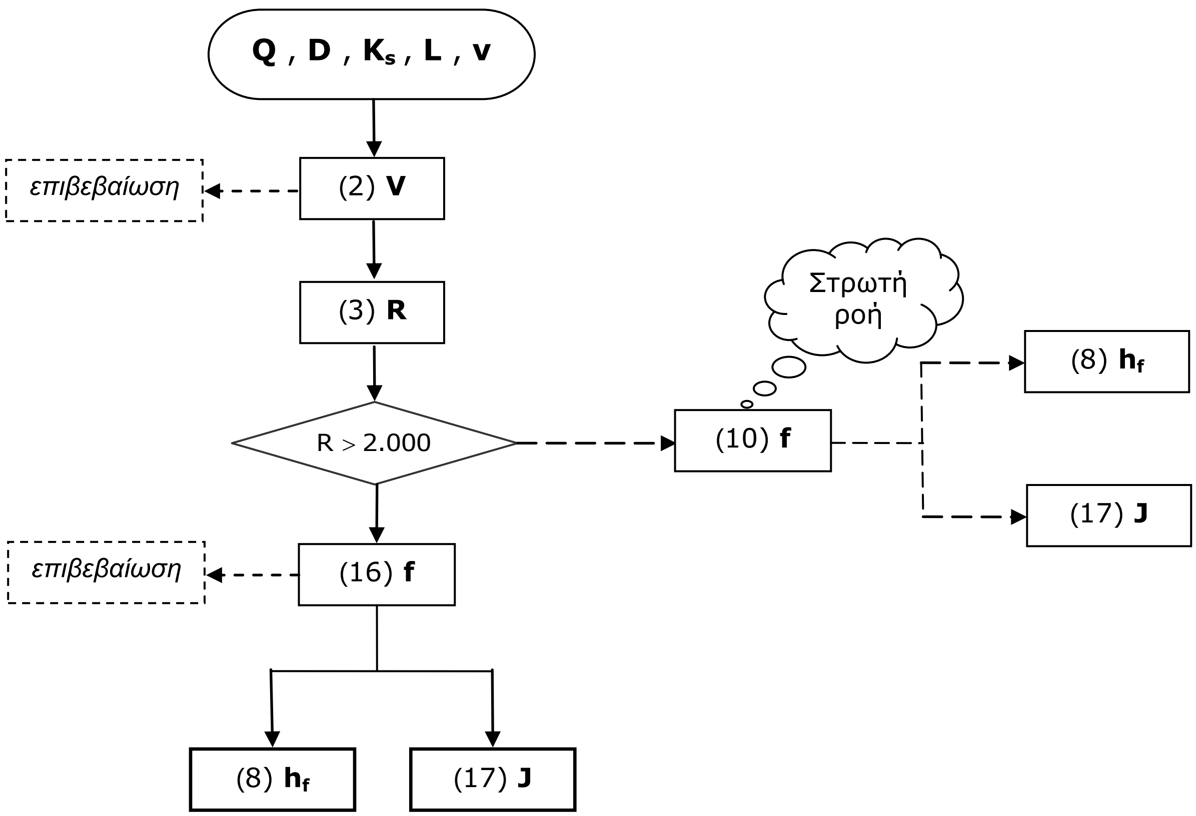
  Σημείωση 3: σε διαδικασίες υπολογισμού κάποιων τυπικών προβλημάτων υπεισέρχεται ο υπολογισμός της J, δηλαδή εφαρμόζεται η **παραλλαγή** του **Л1**

- (*) Εάν (σπανιότατα) η ροή είναι στρωτή ισχύει η σχέση (10) αντί της (16)
- Περιορισμοί: Η σχέση (16) αποτελεί μη- πεπλεγμένη – προσεγγιστική μορφή (βλ. 1.2.2) της σχέσης (13), με όρια εφαρμογής:
  - $0{,}000001 < \dfrac{k_s}{D} < 0{,}01$ και $5.10^3 < R < 3 \cdot 10^8$
  - Δηλαδή ουσιαστικώς ισχύει για όλους τους σωλήνες - από *υδραυλικώς* λείους σωλήνες – έως *πολύ τραχείς* και για όλο το πεδίο τιμών R *της πράξης*

- Τυποποίηση διαδικασίας:

Q [m³/ s]	**D** [m]	**k_s** [m]	**L** [m]	**v** [m²/ s]	V [m/ s]	R	f	**h_f** [m] ή **J**

- Διάγραμμα ροής διαδικασίας:



<u>2.3.4 Υπολογισμός της παροχής</u> **Q** - Πρόβλημα ***Λ2 – 2^{o} Θεμελιώδες***

- <u>Υποθέτουμε</u> (<u>τυπικότατα</u>) ότι η ροή είναι <u>τυρβώδης</u>: $R > 2.000$

- <u>Υπολογίζουμε</u> το (βοηθητικό) μέγεθος: $R \cdot f^{0,5} = \left(\dfrac{2 \cdot g \cdot h_f \cdot D}{L} \right)^{0,5} \cdot \dfrac{D}{\nu}$ (18)

- <u>Υπολογίζουμε</u> το μέγεθος: $\dfrac{1}{f^{0,5}} = -2 \cdot \log\left(\dfrac{0,27 \cdot k_s}{D} + \dfrac{2,51}{R \cdot f^{0,5}} \right)$ (13)

  Σημείωση 1: εάν ο σωλήνας είναι *υδραυλικώς* λείος θέτουμε απλώς $\dfrac{k_s}{D} = 0$

- <u>Επιβεβαιώνουμε</u> την τάξη μεγέθους: $f \approx 0,010 \sim 0,040$

- <u>Υπολογίζουμε</u> την ταχύτητα: $V = \left(\dfrac{2 \cdot g \cdot h_f \cdot D}{L} \right)^{0,5} \cdot \dfrac{1}{f^{0,5}}$ (19)

- <u>Επιβεβαιώνουμε</u> την τάξη μεγέθους: $V \approx 1,0 \sim 3,5$ m/s

- <u>Υπολογίζουμε</u> τον αριθμό Reynolds: $R = \dfrac{V \cdot D}{\nu}$ (3)

- <u>Επαληθεύουμε</u> (<u>τυπικότατα</u>) ότι η ροή είναι <u>τυρβώδης</u>: $R > 2.000$ (*)

- <u>Υπολογίζουμε</u> την παροχή: $Q = \pi \cdot \dfrac{D^2}{4} \cdot V$ (1)

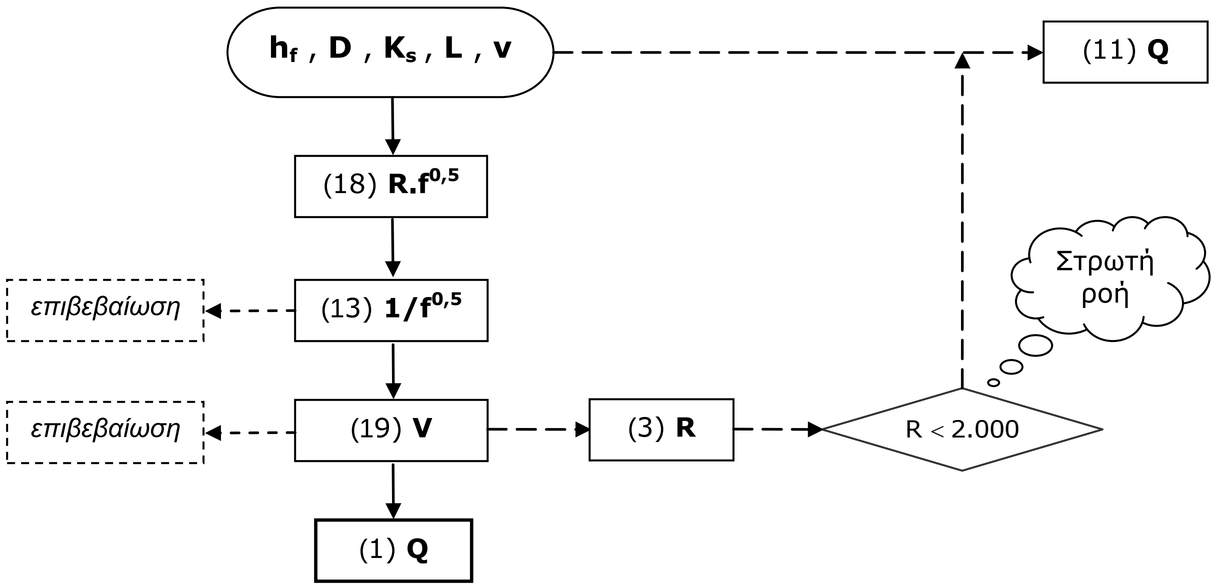
  Σημείωση 2: ακολουθούμε πιστά την ως άνω διαδικασία και <u>δεν *πειραματιζόμαστε*</u> υπολογίζοντας τη V με *άλλους τρόπους*, οι οποίοι προκαλούν <u>αριθμητική αστάθεια</u> 💣.

  - (*) Εάν (<u>σπανιότατα</u>) η ροή είναι στρωτή, ισχύει <u>απ’ ευθείας</u> η σχέση (11)

- <u>Τυποποίηση</u> διαδικασίας:

h_f [m]	**D** [m]	**k_s** [m]	**L** [m]	**v** [m^2/ s]	$R.f^{0,5}$	$1/f^{0,5}$	V [m/ s]	**Q** [m^3/ s]

- <u>Διάγραμμα ροής</u> διαδικασίας:



2.3.5 Υπολογισμός της *θεωρητικής* διαμέτρου **D** - Πρόβλημα ***Λ3 – 3ο Θεμελιώδες***

Η σχέση είναι πεπλεγμένη ως προς D και λύνεται με διαδοχικές προσεγγίσεις. Η διαδικασία εξασφαλίζει ταχύτητα και εποπτεία του υπολογισμού. Είναι δε βεβαίως στατιστικώς ασφαλέστερη από τη χρήση απ’ ευθείας πολύπλοκων τύπων ή /και προγραμματιζόμενων υπολογιστών χειρός!

- Υποθέτουμε (τυπικότατα) ότι η ροή είναι τυρβώδης: $R > 2.000$
- Προσδιορίζουμε τους σταθερούς συντελεστές της αριθμητικής μεθόδου:
  - $C = \left(\frac{L \cdot Q}{h_f}\right)^{0,2}$ (20)
  - $A = 0,27 \cdot k_s$ (21) εάν ο σωλήνας είναι *υδραυλικώς* λείος θέτουμε $A = 0$
  - $B = \frac{17}{30} \cdot \nu \cdot \left(\frac{L}{h_f}\right)^{0,5}$ (22)
- Επιλέγουμε την 1η τιμή εκκίνησης - *εάν η τάξη μεγέθους δεν είναι γνωστή*

  $D_1 = a \cdot C$ από τον παρακάτω πίνακα:

k_s	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00~2,50	3,00	>3,00
a	0,255	0,275	0,285	0,295	0,305	0,310	0,315	0,320~0,325

- Υπολογίζουμε τη 2η τιμή σύγκλισης από την επαναληπτική σχέση:

$$D_2 = \frac{0,46 \cdot C}{\left\{-\log\left[\frac{A}{D_1} + \frac{B}{D_1^{1.5}}\right]\right\}^{0,4}} \quad (23)$$

  Σημείωση 1: είναι δυνατό να γνωρίζουμε την *τάξη μεγέθους* της D: π.χ. εάν έχει προηγηθεί υπολογισμός με *ελαφρώς διαφορετικά* μεγέθη Q, h_f ή k_s

- Ελέγχουμε τη σύγκλιση $\frac{|D_2 - D_1|}{D_1} \le 5\%$ (24)

Σημείωση 2: ο ακριβής υπολογισμός της *θεωρητικής* διαμέτρου έχει περιορισμένη σημασία. Αρκεί, όπως θα δούμε εις τη συνέχεια, ο προσδιορισμός της σε σχέση με το αντίστοιχο πεδίο *υπαρκτών* διαμέτρων *εμπορίου*.

- Υπολογίζουμε (σπανιότατα) την 3η τιμή σύγκλισης από την επαναληπτική σχέση:

$$D_2 = \frac{0,46 \cdot C}{\left\{-\log\left[\frac{A}{D_1} + \frac{B}{D_1^{1.5}}\right]\right\}^{0,4}}$$

- Επανελέγχουμε (σπανιότατα) τη σύγκλιση $\frac{|D_3 - D_2|}{D_2} \leq 5\%$

- Υπολογίζουμε την ταχύτητα: $V = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2}$ (2)

- Επιβεβαιώνουμε την τάξη μεγέθους: $V \approx 1,0 \sim 3,5$ m/s

- Υπολογίζουμε τον αριθμό Reynolds: $R = \frac{V \cdot D}{\nu}$ (3)

- Επαληθεύουμε (τυπικότατα) ότι η ροή είναι τυρβώδης: $R > 2.000$ (*)

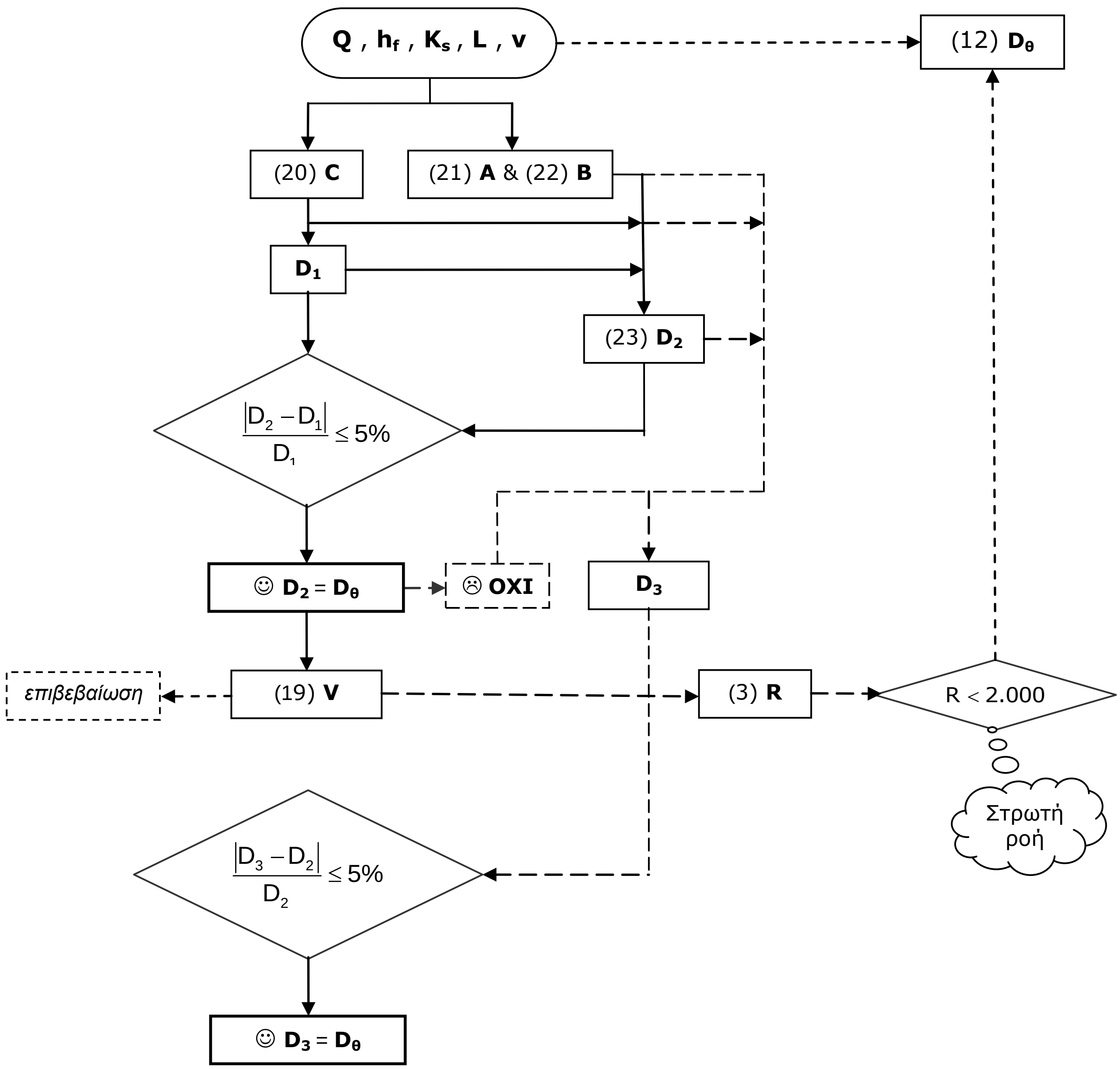
- (*) Εάν (σπανιότατα) η ροή είναι στρωτή, ισχύει απ' ευθείας η σχέση (12)

- Τυποποίηση διαδικασίας:

Q [m^3/s]	**h_f** [m]	**k_s** [m]	**L** [m]	**v** [m^2/s]	C	A	B

D_1 [m]	D_2 [m]	δD [%]	D_3 [m]	δD [%]	V [m/s]	**D_θ** [m]

- <u>Διάγραμμα ροής</u> διαδικασίας:



- <u>Διάμετροι σωλήνων *εμπορίου*</u>:
  - Στους υπολογισμούς χρησιμοποιούμε την τιμή της <u>εσωτερικής διαμέτρου</u>, η οποία διαφέρει από την ονομαστική.
  - Οι τιμές αυτές <u>διαφέρουν</u> αναλόγως του υλικού κατασκευής του σωλήνα. (Περισσότερα εις το μάθημα <Αστικά Υδραυλικά Έργα> του $6^{ου}$ εξαμήνου).
  - Για τις ανάγκες του <εδώ> μαθήματος θα δεχθούμε – εφαρμόσουμε τις στρογγυλευμένες τιμές εσωτερικής διαμέτρου του παρακάτω πίνακα.

D [m m]	75	100	125	150	175	200	250	300	350	400	500	600

2.3.6 Υπολογισμός της ισοδύναμης τραχύτητας $\mathbf{k_s}$ - Πρόβλημα **Л4**

(έχει εφαρμογή εις την περίπτωση χειρισμού του φαινομένου γήρανσης βλ. 2.1.7)

Σημείωση 1: έχει εφαρμογή μόνον όταν η ροή είναι τυρβώδης: $R > 2.000$ και βεβαίως μόνο σε αρχικώς τραχείς σωλήνες (βλ. 2.1.7)

- Υπολογίζουμε το (βοηθητικό) μέγεθος: $$c = 0,57 - 0,144\left(\frac{L \cdot Q_t^2}{h_f \cdot D^5}\right)^{0,5} \quad (25)$$

- Υπολογίζουμε το $$k_{st} = \left[10^c - 17,225\left(\frac{D \cdot \nu}{Q}\right)^{0,9}\right] \cdot D \quad (26)$$

- Τυποποίηση διαδικασίας:

$\mathbf{Q_t}$ [m^3/ s]	$\mathbf{h_f}$ [m]	**D** [m]	**L** [m]	**v** [m^2/ s]	c	$\mathbf{k_{st}}$ [m]

- Διάγραμμα ροής διαδικασίας: