



ΕΘΝΙΚΟ
ΜΕΤΣΟΒΙΟ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ
ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ

ΜΑΘΗΜΑ κορμού 5ου ΕΞΑΜΗΝΟΥ

ΜΕΘΟΔΟΙ και ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΡΟΗ με ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ



Τριαντάφυλλος ΚΑΤΣΑΡΕΛΗΣ

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΣΥΝΕΡΓΑΤΗΣ Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2010

NTUA D AH NV502 A

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

σελ

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	
1.1	Βασικές έννοιες	- 4
1.2	Γεωμετρικά στοιχεία <i>βασικών</i> (συμμετρικών) <i>διατομών</i> – T1	- 5
1.3	Ερωτήσεις κατανόησης και Εφαρμογές υπολογισμού	- 7
2	ΚΡΙΣΙΜΗ ΡΟΗ	
2.1	Βασικές έννοιες	- 9
2.2	Κρίσιμο βάθος	- 13
2.3	Ερωτήσεις κατανόησης και Εφαρμογές υπολογισμού	- 20
2.4	Εφαρμογές κρίσιμης ροής	- 24
2.5	Υδραυλικό άλμα	- 34
2.6	Ερωτήσεις κατανόησης και Εφαρμογές υπολογισμού	- 36
3	ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΡΟΗ	
3.1	Βασικές έννοιες	- 40
3.2	Ομοιόμορφο βάθος	- 42
3.3	Συνδυασμός θεωριών Κρίσιμου και Ομοιόμορφου βαθών	- 54
3.4	Ερωτήσεις κατανόησης και Εφαρμογές υπολογισμού	- 56
4	ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΙΩΡΥΓΩΝ ΚΑΙ ΤΑΦΡΩΝ	
4.1	Σχεδιασμός διωρύγων για ομοιόμορφη ροή	- 63
4.2	Γεωμετρικά στοιχεία βέλτιστων (συμμετρικών) <i>διατομών</i> – T2	- 66
4.3	Σχεδιασμός τάφρων για ομοιόμορφη ροή	- 67
4.4	Ερωτήσεις κατανόησης και Εφαρμογές υπολογισμού	- 67
5	ΒΑΘΜΙΑΙΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΡΟΗ	
5.1	Γενικά – Παραδοχές	- 70
5.2	Ανάλυση σε ορθογωνικό αγωγό <i>μεγάλου</i> πλάτους	- 71
5.3	Τυπικές μορφές και χαρακτηριστικά κατατομών – T3	- 73
5.4	Ποιοτική χάραξη κατατομών κατά μήκος αγωγού	- 74
5.5	Επακριβής χάραξη κατατομών κατά μήκος αγωγού	- 80
5.6	Ερωτήσεις κατανόησης και Εφαρμογές υπολογισμού	- 80
5.7	Ανακεφαλαιωτικές Εφαρμογές υπολογισμού	- 84

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ Ξ

σελ

1	<u>2.2.1</u>	Υπολογισμός Κρίσιμου βάθους y_k	- 13
2	<u>2.4.1</u>	Ανύψωση πυθμένα	- 25
3	<u>2.4.2</u>	Στένωση διατομής	- 27
4	<u>2.5.2</u>	Υπολογισμός συζυγών βαθών σε υδραυλικό άλμα	- 35
5	<u>3.2.1</u>	Υπολογισμός Ομοιόμορφου βάθους y_o	- 42
6	<u>3.2.7</u>	Υπολογισμός λοιπών μεγεθών σε ομοιόμορφη ροή - Παροχή	- 53
7	<u>3.2.7</u>	Υπολογισμός λοιπών μεγεθών σε ομοιόμορφη ροή - Κλίση Πυθμένα	- 53
8	<u>3.2.7</u>	Υπολογισμός λοιπών μεγεθών σε ομοιόμορφη ροή - Συντελεστής η	- 53
9	<u>3.3.1</u>	Υπολογισμός Κρίσιμης κλίσης J_k	- 54
10	<u>3.3.4</u>	Υπολογισμός Οριακής κλίσης (ύλη 7ου)	- 55
11	<u>3.3.5</u>	Υπολογισμός Κρίσιμης κλίσης J_{ko} για δεδομένο y_o (ύλη 7ου)	- 55
12	<u>4.1.2</u>	Υδραυλικώς Βέλτιστη Διατομή	- 63
13	<u>4.3.2</u>	Μέθοδος της μέγιστης επιτρεπόμενης ταχύτητας (ύλη 7ου)	- 67
14	<u>5.4.4</u>	Υδραυλικό άλμα σε αλλαγή κλίσης	- 78
15	<u>5.5.2</u>	Μέθοδος της άμεσης βήμα προς βήμα ολοκλήρωσης (ύλη 7ου)	- 80
16	<u>5.5.2</u>	Μέθοδος της τυπικής βήμα προς βήμα ολοκλήρωσης (ύλη 7ου)	- 80

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ορίζονται τα γεωμετρικά μεγέθη της υδάτινης διατομής, οι χαρακτηρισμοί της ροής και επισημαίνεται η διαφορά μεταξύ των διαφόρων λογιστικών μεγεθών της ροής και του πραγματικού βάθους ροής. Επαναλαμβάνονται συνοπτικώς στοιχεία από το Κεφάλαιο **1** του τεύχους **NTUA D AH NV501 A**. Παρατίθεται συνοπτικός χρηστικός Πίνακας με τα γεωμετρικά στοιχεία των βασικών συμμετρικών διατομών.

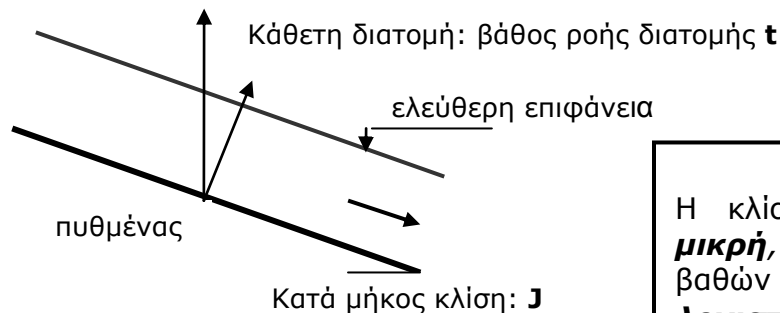
1.1 Βασικές έννοιες

1.1.1 Γεωμετρικά μεγέθη

Ένας αγωγός καλείται **πρισματικός**, όταν έχει **σταθερή** και **ενιαία κατά μήκος κλίση πυθμένα** και **σταθερή - αναλλοίωτη διατομή** σε όλο του το μήκος.

Διατομή (υδάτινη) αγωγού καλείται η τομή του **κάθετα** προς τη **κατεύθυνση της ροής**, η οποία στη περίπτωση του πρισματικού αγωγού θεωρείται παράλληλη προς την κατά μήκος γραμμή του πυθμένα.

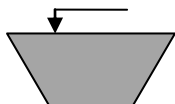
Κατακόρυφη διατομή: βάθος ροής y



ΣΗΜΕΙΩΣΗ

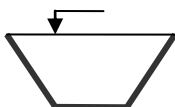
Η κλίση **J** είναι *συνήθως μικρή, τότε* η διαφορά των βαθών ροής y και t είναι **λογιστικά αμελητέα**.

Το ίδιο ισχύει και για τα υδραυλικά βάθη y_m και t_m



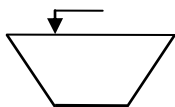
E

Εμβαδόν υδάτινης διατομής



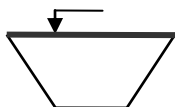
Π

Βρεχόμενη περίμετρος



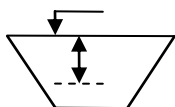
b

Πλάτος πυθμένα



B

Πλάτος υδάτινης επιφάνειας



ŷ

Απόσταση κέντρου βάρους υδάτινης διατομής από την επιφάνεια

Λογιστικά μεγέθη

Υδραυλική ακτίνα: $R = E / \Pi$

Υδραυλικό βάθος: $t_m \approx y_m = E / B$

Στους υπολογισμούς εξετάζουμε πρισματικούς αγωγούς οι οποίοι επί πλέον έχουν ευθύγραμμη χάραξη και σταθερά στοιχεία τραχύτητας) σε όλο του το μήκος. Ας επεκτείνουμε λοιπόν τον ορισμό του πρισματικού αγωγού, ώστε να περιλάβει πέρα από τις αρχικές απαιτήσεις γεωμετρίας και τις πρόσθετες λογιστικές απαιτήσεις. (Σημ. Κάντε τη σύνδεση με τον αντίστοιχο ορισμό του ομοιόμορφου αγωγού στη ροή υπό πίεση).

1.1.2 Κατηγορίες ροής με ελεύθερη επιφάνεια ☞ (βλ. 1.1.2 NTUA D AH NV501 A)

Υπενθυμίζεται ότι ροή με ελεύθερη επιφάνεια είναι δυνατό να πραγματοποιείται και σε αγωγούς κλειστής γεωμετρικής διατομής, αρκεί η διατομή να μην έχει πληρωθεί από το ρευστό = στην επιφάνεια της ροής να εμφανίζεται ατμοσφαιρική πίεση.

- **Μόνιμη – Μη μόνιμη:** Χαρακτηρισμός ως προς κινηματική – χρονική μεταβολή. Θα ασχοληθούμε μόνο με τη Μόνιμη ροή.
- **Ομοιόμορφη – Ανομοιόμορφη (ή Μεταβαλλόμενη):** Χαρακτηρισμός ως προς κινηματική – χωρική μεταβολή. Θα ασχοληθούμε με την Ομοιόμορφη αλλά και με τις **Βαθμιαίως** και **Ταχέως** Μεταβαλλόμενες ροές.
- **Στρωτή – Τυρβώδης:** Χαρακτηρισμός από δυναμική άποψη - επίδραση συνεκτικότητας → αριθμός **Reynolds**. Στη ροή με ελεύθερη επιφάνεια σπανίως εμφανίζεται στρωτή ροή σε πρακτικά προβλήματα ενδιαφέροντος Υδραυλικού Μηχανικού. Σε αντίθεση με τη ροή υπό πίεση ο αριθμός Reynolds δεν υπεισέρχεται ούτε καν λογιστικά στις διαδικασίες επίλυσης και ο χαρακτηρισμός

είναι απλώς τυπικός
$$R = \frac{V \cdot \frac{E}{\Pi}}{\nu}$$

- **Υποκρίσιμη – Κρίσιμη – Υπερκρίσιμη:** Χαρακτηρισμός από δυναμική άποψη - επίδραση βαρύτητας → αριθμός **Froude**. Στη ροή με ελεύθερη επιφάνεια αυτή η επίδραση είναι σημαντική και ο χαρακτηριστικός αριθμός Froude αποτελεί σημαντικό εργαλείο στις διαδικασίες επίλυσης και γενικότερα στο σχεδιασμό.

1.1.3 Εισαγωγική παρατήρηση

Στα επόμενα κεφάλαια θα εξετάσουμε τον ορισμό και μεθόδους υπολογισμού μιας πλειάδος «βαθών» της ροής: <κρίσιμο βάθος>, <βάθος ομοιόμορφης ροής> και «ζευγών βαθών»: <εναλλακτά βάθη>, <συζυγή βάθη> καθώς και άλλων σχετιζομένων μεγεθών: <κρίσιμη κλίση> κ.λπ.

Είναι σημαντικό να κατανοήσουμε εξ' αρχής ότι αυτά τα **μεγέθη** είναι απλώς λογιστικά. Έχουν μεν πολύ μεγάλη σημασία στο σχεδιασμό και είναι απαραίτητη η ικανότητα υπολογισμού τους, αλλά είναι πολύ πιθανό να μην εμφανίζονται – υλοποιούνται καν σε ένα σύστημα αγωγών!.. Αποτελούν **όρια**.

Δεν πρέπει ποτέ να μας διαφεύγει ότι η υδάτινη διατομή σε ένα σύστημα αγωγών μεταβάλλεται σε κάθε θέση και τελικώς **σηματοδοτείται** - **χαρακτηρίζεται** από το συνεχώς μεταβαλλόμενο - τοπικό - **πραγματικό βάθος ροής!**

1.2 Γεωμετρικά στοιχεία **βασικών** (συμμετρικών) **διατομών – T1** (βλ. και Π1, Π3 📖)

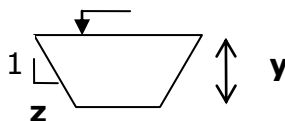
Τραπεζοειδής διατομή

$$E = (b + (z \cdot \gamma)) \cdot \gamma$$

$$\Pi = b + 2 \cdot \gamma \cdot \sqrt{1 + z^2}$$

$$B = b + 2 \cdot z \cdot \gamma$$

$$\tilde{y} = \frac{(3 \cdot b + 2 \cdot z \cdot \gamma) \cdot \gamma}{6 \cdot (b + z \cdot \gamma)}$$



$$R = E / \Pi$$

$$t_{\mu} = E / B$$

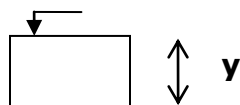
Ορθογωνική διατομή

$$E = b \cdot \gamma$$

$$\Pi = b + 2 \cdot \gamma$$

$$B = b$$

$$\tilde{y} = 0,5 \cdot \gamma$$



$$R = E / \Pi$$

$$t_{\mu} = \gamma$$

Εάν: **b >> γ**

R → γ

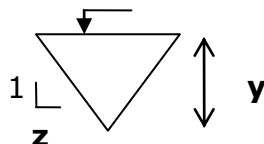
Τριγωνική διατομή

$$E = z \cdot \gamma^2$$

$$\Pi = 2 \cdot \gamma \cdot \sqrt{1 + z^2}$$

$$B = 2 \cdot z \cdot \gamma$$

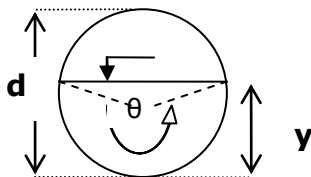
$$\tilde{y} = \gamma / 3$$



$$R = E / \Pi$$

$$t_{\mu} = 0,5 \cdot \gamma$$

Κυκλική διατομή



y / d	E / d²	Π / d	B / d	y / d	E / d²	Π / d	B / d
0,10	0,0409	0,6435	0,6000	0,60	0,4920	1,7722	0,9798
0,20	0,1118	0,9273	0,8000	0,70	0,5872	1,9823	0,9165
0,30	0,1982	1,1593	0,9165	0,80	0,6736	2,2143	0,8000
0,40	0,2934	1,3694	0,9798	0,90	0,7445	2,4981	0,6000
0,50	0,3927	1,5708	1,0000	0,94	0,7662	2,6467	0,4750

1.3 Ερωτήσεις κατανόησης και Εφαρμογές υπολογισμού

1.3.1 (μία μόνο απάντηση είναι ορθή)

	Ένας πρισματικός αγωγός έχει:
	Ευθύγραμμη κατά μήκος χάραξη
	Σταθερή – αναλλοίωτη διατομή σε όλο του το μήκος
	Σταθερά στοιχεία τραχύτητας διατομής σε όλο του το μήκος
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Ένας αγωγός σταθερής διατομής κλειστού τετραγώνου με εσωτερική επένδυση από τσιμεντοκονία έχει ευθύγραμμη κατά μήκος χάραξη
	Ο αγωγός δεν θεωρείται πρισματικός επειδή έχει κλειστή διατομή
	Ο αγωγός θεωρείται πρισματικός μόνο εάν η ροή είναι στρωτή
	Ο αγωγός θεωρείται πρισματικός μόνο εάν η ροή είναι υποκρίσιμη
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
✓	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Ένας αγωγός σταθερής τραπεζοειδούς διατομής έχει ευθύγραμμη κατά μήκος χάραξη, σε τμήμα του μήκους του εσωτερική επένδυση από τσιμεντοκονία και στο υπόλοιπο είναι ανεπένδυτος
✓	Ο αγωγός δεν θεωρείται πρισματικός σε όλο του το μήκος, αλλά κατά τμήμα
	Ο αγωγός θεωρείται πρισματικός σε όλο του το μήκος
	Ο αγωγός θεωρείται πρισματικός σε όλο του το μήκος εάν η ροή είναι κρίσιμη
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Σε ένα αγωγό με σταθερή κατά μήκος κλίση πυθμένα πραγματοποιείται ροή με ελεύθερη επιφάνεια
	Το βάθος ροής διατομής t μετράται σε διατομή κάθετη στον πυθμένα
	Το βάθος ροής y μετράται σε διατομή κατακόρυφη
	Το εμβαδόν υδάτινης διατομής E μετράται σε διατομή κάθετη στον πυθμένα
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Σε έναν πρισματικό αγωγό με μικρή κατά μήκος κλίση πυθμένα πραγματοποιείται ροή με ελεύθερη επιφάνεια
✓	Το υδραυλικό βάθος t_u είναι δυνατό να ληφθεί στους υπολογισμούς περίπου ίσο με το βάθος ροής y μόνο σε ορθογωνική διατομή
	Το υδραυλικό βάθος t_u είναι πάντοτε δυνατό να ληφθεί στους υπολογισμούς περίπου ίσο με το βάθος ροής y
	Το υδραυλικό βάθος t_u είναι πάντοτε μεγαλύτερο από το βάθος ροής y
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

1.3.2 (μία μόνο απάντηση είναι ορθή)

	Σε ένα πρισματικό αγωγό μεγάλου μήκους πραγματοποιείται ροή με ελεύθερη επιφάνεια
	Η ροή μπορεί να είναι στρωτή και υποκρίσιμη
	Η ροή μπορεί να είναι τυρβώδης και υπερκρίσιμη
	Η ροή μπορεί να είναι μόνιμη και κρίσιμη
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Ο αριθμός REYNOLDS σε ροή με ελεύθερη επιφάνεια
	Είναι ο λόγος των δυνάμεων βαρύτητας προς τις δυνάμεις συνεκτικότητας
	Είναι ο λόγος των δυνάμεων αδρανείας προς τις δυνάμεις βαρύτητας
✓	Είναι ο λόγος των δυνάμεων αδρανείας προς τις δυνάμεις συνεκτικότητας
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Σε ένα πρισματικό αγωγό μεγάλου μήκους πραγματοποιείται ροή με ελεύθερη επιφάνεια, η τιμή του αριθμού REYNOLDS:
✓	Συσχετίζεται με τη γεωμετρία της διατομής του αγωγού, την κινηματική συνεκτικότητα του υγρού και την εκάστοτε παροχή
	Προσδιορίζει εάν η ροή είναι υποκρίσιμη, κρίσιμη ή υπερκρίσιμη
	Η τιμή του ισούται με την τιμή του αριθμού FROUDE όταν η ροή είναι κρίσιμη
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Η χαρακτηριστική τιμή του μήκους L στον υπολογισμό του αριθμού REYNOLDS σε ροή με ελεύθερη επιφάνεια:
	Είναι το υδραυλικό βάθος t_u
✓	Μπορεί να είναι η υδραυλική ακτίνα R
	Μπορεί να είναι το βάθος ροής y
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Η κρίσιμη τιμή του αριθμού REYNOLDS σε ροή με ελεύθερη επιφάνεια μπορεί να είναι περίπου ίση με:
	1.000
	2.000
✓	3.000
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

2 ΚΡΙΣΙΜΗ ΡΟΗ

Ορίζεται ο αριθμός Froude, τα μεγέθη της ειδικής ενέργειας και ειδικής δύναμης των οποίων εξετάζονται τα διαγράμματα και σχέσεις. Ορίζεται το κρίσιμο βάθος ροής, αναλύεται η σημασία και οι μέθοδοι υπολογισμού του. Αναλύονται σημαντικές εφαρμογές της κρίσιμης ροής, ορίζονται οι διατομές ελέγχου γενικώς και εξετάζονται χαρακτηριστικές διατομές ελέγχου σε κρίσιμη ροή. Παρουσιάζονται οι βασικές έννοιες του φαινομένου του υδραυλικού άλματος (ταχέως μεταβαλλόμενη ροή) και οι μέθοδοι υπολογισμού των συζυγών βαθών για οριζόντια (ή πολύ μικρή) κλίση πυθμένα πρισματικών αγωγών. Η ανάλυση βασίζεται σε μεγάλο βαθμό εις τη μέθοδο της Μονοδιάστατης Ανάλυσης, γνωστής από το μάθημα <Μηχανική των Ρευστών> του 5^{ου} εξαμήνου, όπου προτείνω να ανατρέξετε!

2.1 Βασικές έννοιες

2.1.1 Αριθμός FROUDE: Είναι ο λόγος των δυνάμεων **αδράνειας** προς **βαρύτητας**.

$$F = \frac{V}{\sqrt{g \cdot t_{\mu}}} \quad (1)$$

Η ποσότητα $C = \sqrt{g \cdot t_{\mu}} \quad (2)$

εκφράζει την **ταχύτητα διάδοσης κύματος βαρύτητας μικρού ύψους**, (το οποίο είναι δυνατόν να δημιουργηθεί εντός του αγωγού ως αποτέλεσμα στιγμιαίας τοπικής μεταβολής - διαταραχής του βάθους ροής λόγω εξωτερικών αιτιών).

Άρα ο αδιάστατος αριθμός Froude, όπως ορίστηκε ως άνω για *ανοικτούς αγωγούς* είναι: ο λόγος των δυνάμεων της **μέσης ταχύτητας** προς την **ταχύτητα διάδοσης κύματος βαρύτητας μικρού ύψους**.

F < 1: η **ροή** καλείται **υποκρίσιμη**

και ο **κυματισμός** ($C > V$) μεταδίδεται **ανάντη και κατόντη** της διαταραχής.

F > 1: η **ροή** καλείται **υπερκρίσιμη**

και ο **κυματισμός** ($C < V$) μεταδίδεται **μόνο κατόντη** της διαταραχής.

F = 1: η **ροή** καλείται **κρίσιμη** (χωρίς ο όρος να σηματοδοτεί *κάτι δραματικό*).

2.1.2 Ειδική ενέργεια H_E

Εκφράζει το **ύψος ενέργειας**, ως προς επίπεδο αναφοράς **οριζόντιο** το οποίο διέρχεται από τον **πυθμένα** της **διατομής**.

(Σημ. Κάντε τη *σύνδεση* με τη χάραξη της Γ.Ε. στη Ροή υπό Πίεση, όπου και εκεί *εξαφανίζεται* η απόσταση z από το επίπεδο αναφοράς, θεωρώντας μεταβλητό επίπεδο αναφοράς, το οποίο διέρχεται από τον άξονα του αγωγού).

$$H_E = y + \frac{V^2}{2 \cdot g} = y + \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot E^2} \quad (3) \rightarrow H_E \text{ εκφράζεται σε } m$$

$$H_E = y + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot y^2} \quad (4) \text{ όπου: } q = Q/E = Q/(b \cdot y) \text{ σε } \underline{\text{ορθογωνική διατομή}}$$

Για δεδομένη παροχή Q (και γεωμετρία διατομής) Ξ , η σχέση (3) γίνεται:

$H_E = H_E(y) \rightarrow$ Τριτοβάθμια εξίσωση

- Δύο πραγματικές – θετικές ρίζες $\rightarrow$ **εναλλακτά βάθη**
- ή μία διπλή ρίζα $\rightarrow$ **κρίσιμο βάθος y_k** , όπου η H_E είναι **minimum** και **F = 1!**

$$H_{E \text{ minimum}} = y_k + \frac{y_{\mu k}}{2} \quad (5)$$

όπου: $y_{\mu k}$ είναι το υδραυλικό βάθος το οποίο αντιστοιχεί στο κρίσιμο βάθος y_k

Ροή με $H_E < H_{E \text{ minimum}}$ με δεδομένη παροχή Q είναι **αδύνατον να συμβεί!**

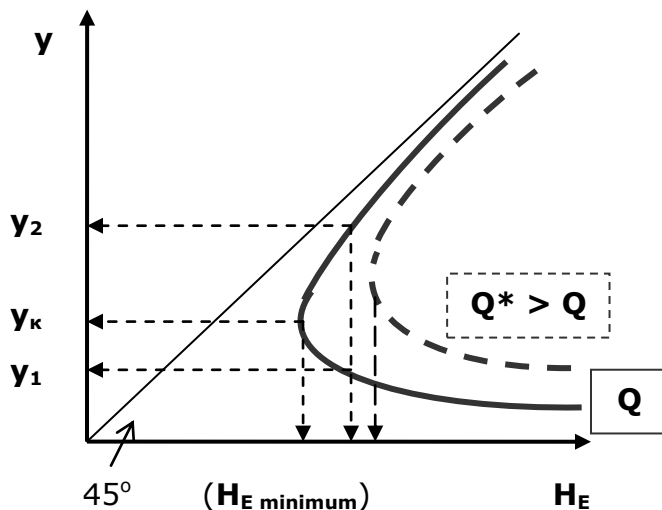
Η ροή θα αναπροσαρμοσθεί από μόνη της: Θα μειωθεί η παροχέτευση!

(Σημ. Κάντε τη σύνδεση με την αντίστοιχη περίπτωση στη Ροή υπό Πίεση, όπου και εκεί η παροχέτευση αναπροσαρμόζεται όταν το Ενεργειακό Διαθέσιμο δεν επαρκεί).

$$H_{E \text{ minimum}} = 1,5 \cdot y_k = 1,5 \cdot (q^2 / g)^{1/3} \quad (6) \text{ σε } \underline{\text{ορθογωνική διατομή}}$$

$$H_{E \text{ minimum}} = 1,25 \cdot y_k \quad (6a) \text{ σε } \underline{\text{τριγωνική διατομή}}$$

Σημ.: σε ορθογωνική διατομή ορίζεται η παροχή ανά μονάδα πλάτους $q = Q / b$
αντιστοίχως έχει νόημα η q σε φυσική διατομή πολύ μεγάλου πλάτους $b \approx B \gg y$



Διάγραμμα H_E, y
(μικρή κλίση J)

y_1 και y_2 **εναλλακτά** $\rightarrow$ ίδια H_E
 y_k **κρίσιμο** $\rightarrow H_E \text{ minimum}$

για $Q^* > Q$
 $(H_E \text{ minimum})^* > (H_E \text{ minimum})$
 $(y_k)^* > (y_k)$

Για δεδομένη Ειδική ενέργεια H_E (και γεωμετρία διατομής) Ξ , η σχέση (3) γίνεται:

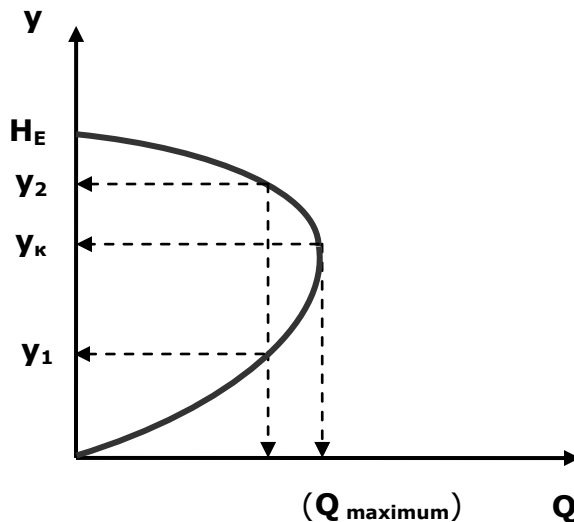
$$Q = \sqrt{(H_E - y) \cdot (2g \cdot E^2)} \quad (7) \rightarrow \text{Τριτοβάθμια εξίσωση}$$

- Δύο πραγματικές – θετικές ρίζες
- ή μία διπλή ρίζα $\rightarrow$ **κρίσιμο βάθος y_k** όπου η Q είναι **maximum** και **F = 1!**

$$Q_{\text{maximum}} = E_{\kappa} \cdot \sqrt{g \cdot y_{\mu\kappa}} \quad (8)$$

$$Q_{\text{maximum}} = (2/3)^{1,5} \cdot \sqrt{g} \cdot b \cdot H_E^{1,5} \quad (9) \text{ σε ορθογωνική διατομή}$$

$$Q_{\text{maximum}} = \sqrt{2^9/5^5} \cdot \sqrt{g} \cdot z \cdot H_E^{1,5} \quad (9a) \text{ σε τριγωνική διατομή}$$



Διάγραμμα Q, y
(μικρή κλίση J)

y₁ και y₂ εναλλακτά → ίδια Q
y_κ κρίσιμο → Q_{maximum}

2.1.3 Ειδική δύναμη **M**

Εκφράζει τη **δύναμη ανά μονάδα βάρους** ρέοντος υγρού δια της **διατομής**.

$$M = \frac{Q^2}{g \cdot E} + (E \cdot \tilde{y}) \quad (10) \rightarrow \text{Η M εκφράζεται σε m}^3$$

$$M = b \cdot \left(\frac{q^2}{g \cdot y} + 0,5 \cdot y^2 \right) \quad (11) \text{ σε ορθογωνική διατομή}$$

Για δεδομένη παροχή Q (και γεωμετρία διατομής), η σχέση (10) γίνεται:

M = M(y) → Τριτοβάθμια εξίσωση

- Δύο πραγματικές – θετικές ρίζες → **συζυγή βάθη**
- ή μία **διπλή** ρίζα → **κρίσιμο βάθος y_κ** όπου η **M** είναι **minimum** και **F = 1!!**

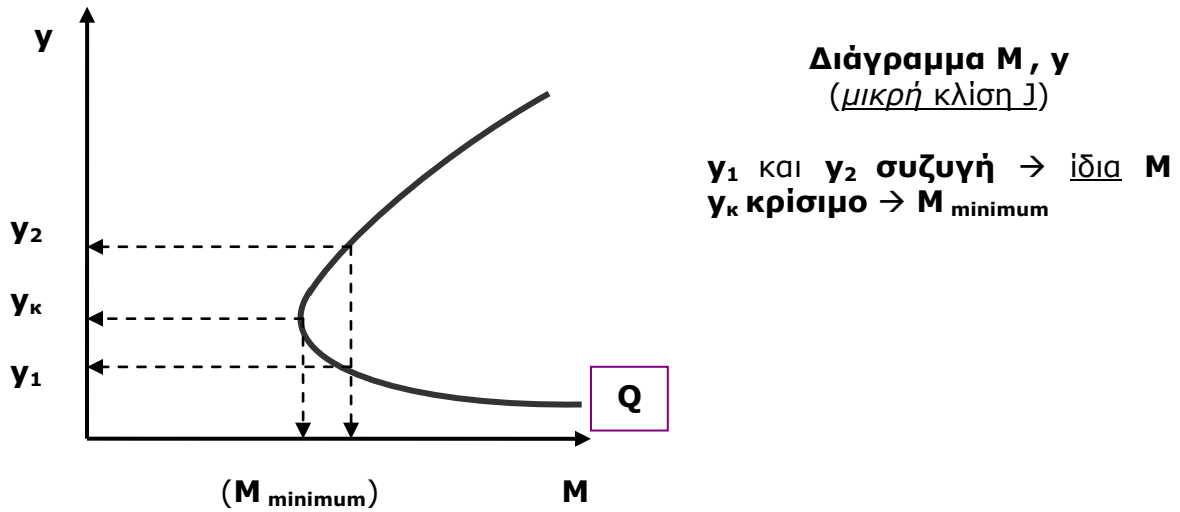
$$M_{\text{minimum}} = \frac{Q^2}{g \cdot E_{\kappa}} + (E_{\kappa} \cdot \tilde{y}_{\kappa}) = \frac{E_{\kappa}^2}{B_{\kappa}} + (E_{\kappa} \cdot \tilde{y}_{\kappa}) \quad (12)$$

Ροή με **M < M_{minimum}** με δεδομένη παροχή Q είναι **αδύνατον να συμβεί!**

Η ροή θα αναπροσαρμοσθεί από μόνη της: Θα επηρεασθεί η ροή ανάντη!

$$M_{\text{minimum}} = 1,5 \cdot b \cdot y_{\kappa}^2 \quad (12\alpha) \text{ σε ορθογωνική διατομή}$$

$$M_{\text{minimum}} = 5/6 \cdot z \cdot y_{\kappa}^3 \quad (12\beta) \text{ σε τριγωνική διατομή}$$



2.1.4 Χαρακτηριστικά Κρίσιμου βάθους y_{κ} (ανακεφαλαίωση)

- Ο αριθμός Froude είναι ίσος με τη μονάδα (1)
- Η ειδική ενέργεια H_E είναι ελάχιστη (5)
(για δεδομένη παροχή Q και γεωμετρία διατομής)
- Η ειδική δύναμη M είναι ελάχιστη (12)
(για δεδομένη παροχή Q και γεωμετρία διατομής)
- Η παροχή Q είναι μέγιστη (8)
(για δεδομένη ειδική ενέργεια H_E και γεωμετρία διατομής)

2.1.5 Θεωρητικός υπολογισμός Κρίσιμου βάθους y_{κ}

Όταν δίδεται μία από τις εξισώσεις των H_E (4) ή M (10):

- Υπολογίζουμε την πρώτη παράγωγο της εξίσωσης
- Θέτουμε την προκύπτουσα εξίσωση ίση με μηδέν
- Η θετική ρίζα είναι το y_{κ}

2.2 Κρίσιμο βάθος

2.2.1 Υπολογισμός Κρίσιμου βάθους y_k - Πρόβλημα **Ξ1**

- Προκύπτει θέτοντας $F = 1$ στην (1)
- Απαιτούμενα δεδομένα είναι η παροχή Q και τα **γεωμετρικά στοιχεία** της **διατομής**
- Για δεδομένα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής η τιμή του y_k μεταβάλλεται *ομόρροπα* με τη μεταβολή της τιμής της Q : $Q \uparrow \rightarrow y_k \uparrow$ και $Q \downarrow \rightarrow y_k \downarrow$
- Έχοντας υπολογίσει το y_k είναι δυνατό να χαρακτηρίσουμε τη ροή σε οιοδήποτε σημείο του αγωγού. Αρκεί να το συγκρίνουμε με το πραγματικό βάθος ροής y :
 - $y > y_k$: η ροή είναι **υποκρίσιμη**
 - $y = y_k$: η ροή είναι **κρίσιμη**
 - $y < y_k$: η ροή είναι **υπερκρίσιμη**
- Εάν η σύγκριση του y_k γίνει με το βάθος ομοιόμορφης ροής y_o (βλ. κεφάλαιο **3**) το αντίστοιχο συμπέρασμα αφορά στο χαρακτηρισμό της ροής με ομοιόμορφο βάθος (στα σημεία όπου εμφανίζεται) βάθος ομοιόμορφης ροής
- Στις ορθογωνική και τριγωνική διατομές υπάρχει **απ' ευθείας** λύση

$$y_k = \left(\frac{Q^2}{b^2 \cdot g} \right)^{1/3} \quad (13) \text{ ορθογωνική διατομή}$$

$$y_k = \left(\frac{2 \cdot Q^2}{z^2 \cdot g} \right)^{0,2} \quad (14) \text{ τριγωνική διατομή}$$

Για τις **υπόλοιπες διατομές** (βασικές συμμετρικές, βασικές μη – συμμετρικές και σύνθετες) προτείνεται η παρακάτω **διαδικασία επίλυσης** με **χρήση Πινάκων** και **επαλήθευση - διαδοχικές προσεγγίσεις**.

Η διαδικασία εξασφαλίζει ταχύτητα και εποπτεία του υπολογισμού, κατανόηση των περιορισμών, ελαχιστοποίηση της πιθανότητας λάθους κατά τη χρήση των Πινάκων. Είναι στατιστικώς ασφαλέστερη από τη χρήση προγραμματιζόμενων υπολογιστών χειρός!

$$\frac{E^3(y_k)}{B(y_k)} = \frac{Q^2}{g} = C_k \quad (15) \text{ σταθερό στοιχείο ελέγχου}$$

από τα δεδομένα

$$\frac{E^3(y_{kv})}{B(y_{kv})} = C_{kv} \quad (16) \text{ υπολογιζόμενο στοιχείο}$$

από τις διαδοχικές τιμές προσέγγισης του y_k

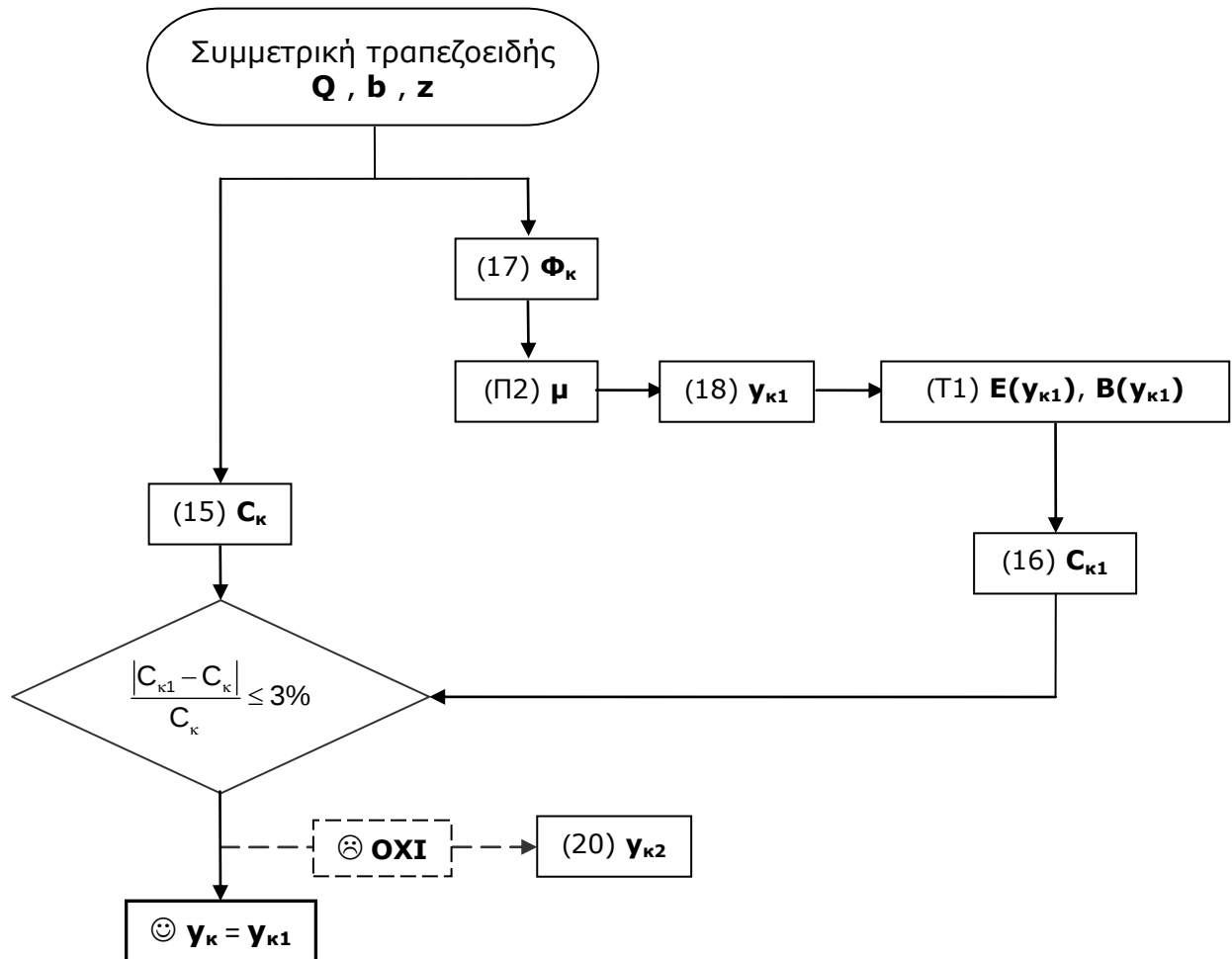
2.2.2 Συμμετρική Τραπεζοειδής διατομή με πλάτος **b** και κλίση πρανών **z**

- Υπολογίζουμε τα $C_{\kappa} = \frac{Q^2}{g}$ (15) και $\Phi_{\kappa} = \sqrt{C_{\kappa}} \frac{z^{1,5}}{b^{2,5}}$ (17)
- Στον πίνακα **Π2**  εντοπίζουμε το Φ_{κ}
- Στην αντίστοιχη αμέσως αριστερά στήλη διαβάζουμε το μ
(ή το **μ.ο.** ανάμεσα σε δύο γραμμές, ΔΕΝ παιδευόμαστε με ακριβή παρεμβολή!)
- Υπολογίζουμε το $y_{\kappa 1} = (b/z) \cdot \mu$ (18)
- Από τον πίνακα **Τ1** υπολογίζουμε τα γεωμετρικά μεγέθη $E(y_{\kappa 1})$ και $B(y_{\kappa 1})$
- Υπολογίζουμε το στοιχείο $C_{\kappa 1} = \frac{E^3(y_{\kappa 1})}{B(y_{\kappa 1})}$ (16)
- Ελέγχουμε τη σύγκλιση $\frac{|C_{\kappa 1} - C_{\kappa}|}{C_{\kappa}} \leq 3\%$ (19)
- Διορθώνουμε (σπανιότατα) $y_{\kappa 2} = \left[1 - \left(\frac{C_{\kappa 1} - C_{\kappa}}{C_{\kappa}} \right)^3 \right] \cdot y_{\kappa 1}$ (20)
- Επανυπολογίζουμε από τον πίνακα **Τ1** τα $E(y_{\kappa 2})$, $B(y_{\kappa 2}) \rightarrow C_{\kappa 2} = \frac{E^3(y_{\kappa 2})}{B(y_{\kappa 2})}$
- Επανελέγχουμε τη σύγκλιση $\frac{|C_{\kappa 2} - C_{\kappa}|}{C_{\kappa}} \leq 3\%$
- Τυποποίηση διαδικασίας:

Q [m ³ /s]	b [m]	z	C_{κ}	Φ_{κ}	μ

$y_{\kappa i}$ [m]	$E_{\kappa i}$ [m ²]	$B_{\kappa i}$ [m]	$C_{\kappa 1}$	δC [%]	y_{κ} [m]

- Διάγραμμα ροής διαδικασίας:



2.2.3 Κυκλική διατομή με διάμετρο **d**

- Υπολογίζουμε τα $C_k = \frac{Q^2}{g}$ (15) και $f(\theta_k) = \frac{C_k}{d^5}$ (21)
- Στον πίνακα **Π3** εντοπίζουμε το **f(θ_κ)**
- Στην 1^η αριστερή στήλη διαβάζουμε το **y_{κ1}/d**
(ή το **μ.ο.** ανάμεσα σε δύο γραμμές, ΔΕΝ παιδευόμαστε με ακριβή παρεμβολή!)
- Συνεχίζοντας στον πίνακα **Π3** διαβάζουμε σε προς τα δεξιά στήλες τα **E(y_{κ1})/d²** και **B(y_{κ1})/d**
- Υπολογίζουμε το στοιχείο $C_{k1} = \frac{E^3(y_{k1})}{B(y_{k1})}$ (16)
- Ελέγχουμε τη σύγκλιση $\frac{|C_{k1} - C_k|}{C_k} \leq 3\%$ (19)

- Διορθώνουμε (σπανιότατα) $y_{κ2} = \left[1 - \left(\frac{C_{κ1} - C_{κ}}{C_{κ}} \right)^3 \right] \cdot y_{κ1}$ (20) και υπολογίζουμε το $y_{κ2}/d$

- Επαναδιαβάζουμε από τον πίνακα **Π3** τα $E(y_{κ2})/d^2$, $B(y_{κ2})/d$

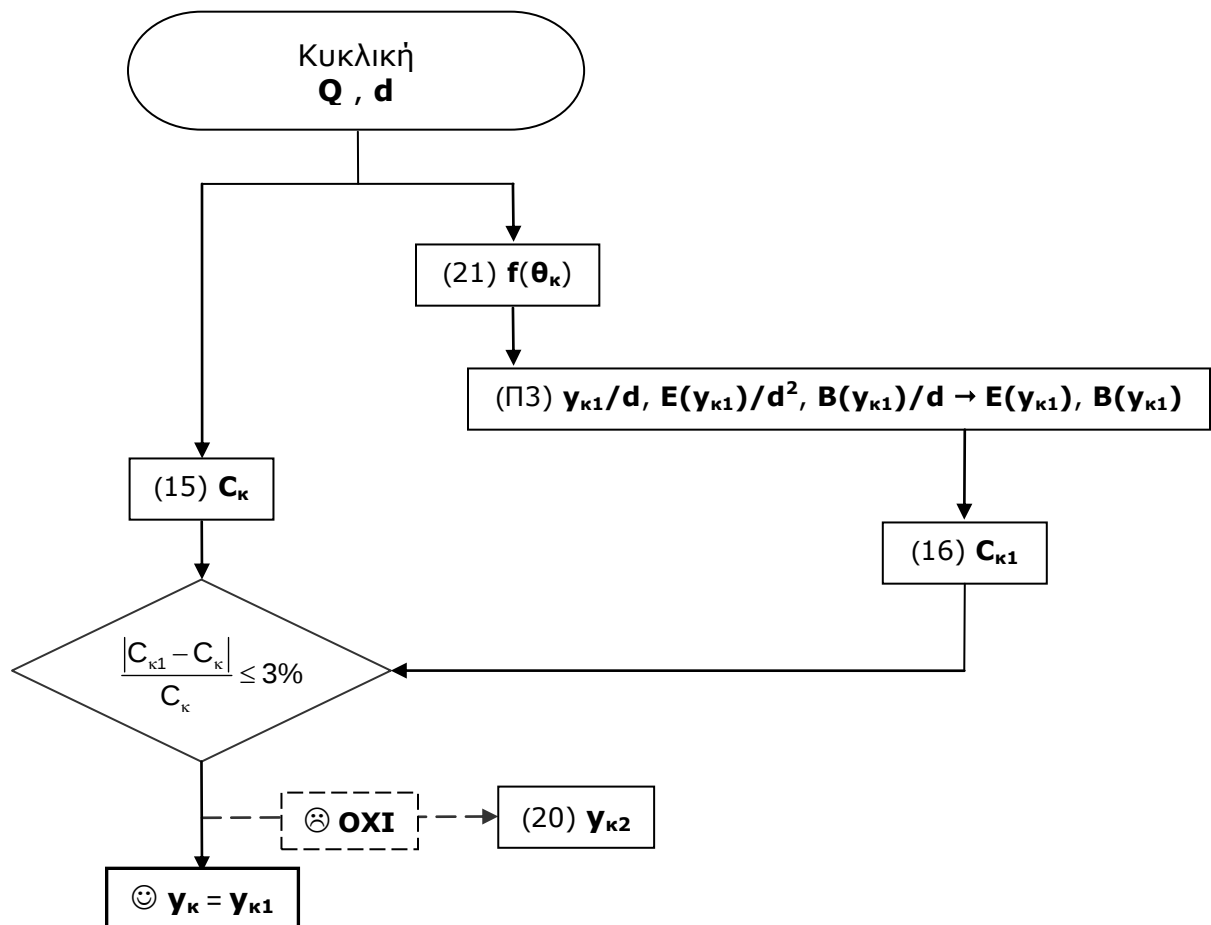
- Επανυπολογίζουμε το $C_{κ2} = \frac{E^3(y_{κ2})}{B(y_{κ2})}$ και επανελέγχουμε $\frac{|C_{κ2} - C_{κ}|}{C_{κ}} \leq 3\%$

- Τυποποίηση διαδικασίας:

Q [m ³ /s]	d [m]	C_κ	f(θ_κ)

y_{κi}/d	E_{κi}/d²	E_{κi} [m²]	B_{κi}/d	B_{κi} [m]	C_{κ1}	δC [%]	y_κ [m]

- Διάγραμμα ροής διαδικασίας:



2.2.4 Μη - συμμετρική Τραπεζοειδής διατομή με πλάτος **b** και κλίσεις πρανών **z₁** , **z₂**

- Υπολογίζουμε τα $C_{\kappa} = \frac{Q^2}{g}$ (15) και $\Phi_{\kappa} = \sqrt{C_{\kappa}} \frac{z^{1,5}}{b^{2,5}}$ (17)
- Στον πίνακα **Π2**  εντοπίζουμε τα δύο **Φ_κ**
- Στην αντίστοιχη αμέσως αριστερά στήλη διαβάζουμε τα δύο **μ**
(ή το **μ.ο.** ανάμεσα σε δύο γραμμές, ΔΕΝ παιδευόμαστε με ακριβή παρεμβολή!)
- Υπολογίζουμε τα $y_{\kappa} = (b/z) \cdot \mu$ (18)
- Μορφώνουμε τους μ.ο. $y_{\kappa 1} = (y_{\kappa 11} + y_{\kappa 21})/2$ και $\bar{z} = (z_1 + z_2)/2$
- Υπολογίζουμε τα γεωμετρικά μεγέθη E(y_{κ1}) και B(y_{κ1}):

$$E(y_{\kappa 1}) = (b + (\bar{z} \cdot y_{\kappa 1})) \cdot y_{\kappa 1} \text{ και } B(y_{\kappa 1}) = b + 2 \cdot \bar{z} \cdot y_{\kappa 1}$$
- Υπολογίζουμε το στοιχείο $C_{\kappa 1} = \frac{E^3(y_{\kappa 1})}{B(y_{\kappa 1})}$ (16)
- Ελέγχουμε τη σύγκλιση $\frac{|C_{\kappa 1} - C_{\kappa}|}{C_{\kappa}} \leq 3\%$ (19)
- Διορθώνουμε (ενδεχομένως) $y_{\kappa 2} = \left[1 - \left(\frac{C_{\kappa 1} - C_{\kappa}}{C_{\kappa}} \right)^3 \right] \cdot y_{\kappa 1}$ (20)
- Επανυπολογίζουμε ως άνω τα E(y_{κ2}), B(y_{κ2}) → $C_{\kappa 2} = \frac{E^3(y_{\kappa 2})}{B(y_{\kappa 2})}$
- Επανελέγχουμε τη σύγκλιση $\frac{|C_{\kappa 2} - C_{\kappa}|}{C_{\kappa}} \leq 3\%$
- Τυποποίηση διαδικασίας:

Q [m ³ /s]	b [m]	z _n	$\bar{z}$	C _κ	Φ _κ	μ	y _{κi} [m]
		.					
		.					

y _{κi} [m]	y _{κi} [m]	E _{κi} [m ²]	B _{κi} [m]	C _{κ1}	δC [%]	y _κ [m]

- Διάγραμμα ροής διαδικασίας:

Ακολουθούμε το αντίστοιχο της συμμετρικής τραπεζοειδούς διατομής (βλ. 2.2.2), λαμβάνοντας υπόψη μόνο για την 1^η τιμή $y_{κ1}$ το διπλό προσδιορισμό $y_{κ11}$ και $y_{κ21}$ και υπολογισμό του μ.ο. τους.

2.2.5 Σύνθετη διατομή

- Προσδιορίζουμε εάν το κρίσιμο βάθος εμφανίζεται στη μικρή διατομή, θέτοντας το γεωμετρικό βάθος της μικρής διατομής ως $y_κ$ και υπολογίζοντας την προκύπτουσα παροχή: $Q_{κμικρη} = E_{μικρη} \cdot \sqrt{g \cdot t_{\mu}} \quad (22)$
 - ο Εάν $Q_{κμικρη} > Q$, τότε η ροή με κρίσιμο βάθος πραγματοποιείται στη μικρή διατομή και ακολουθείται η αντίστοιχη της γεωμετρίας της διαδικασία
 - ο Εάν $Q_{κμικρη} < Q$, τότε η ροή με κρίσιμο βάθος πραγματοποιείται στη σύνθετη διατομή και ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία:

- Υπολογίζουμε το $C_{\kappa} = \frac{Q^2}{g} \quad (15)$

- Υποθέτουμε το $y_{κ1}$, το οποίο **μετράται** από το **χαμηλότερο σημείο** στη

σύνθετη διατομή: $y_{κ1} = \left[\left(\frac{Q - Q_{ομικρη}}{Q_{ομικρη}} \cdot \frac{b_{μικρη}}{b_{μεγαλη}} \right)^{2/3} + 1 \right] \cdot y_{μικρη} \quad (23)$

- Ακολουθούμε τα βήματα - ροή επίλυσης των απλών συμμετρικών διατομών, υπολογίζοντας όμως τα γεωμετρικά μεγέθη της εκάστοτε σύνθετης

- Ελέγχουμε τη σύγκλιση $\frac{|C_{κ1} - C_{\kappa}|}{C_{\kappa}} \leq 3\% \quad (19)$

- Διορθώνουμε (ενδεχομένως) $y_{κ2} = \left[1 - \left(\frac{C_{κ1} - C_{\kappa}}{C_{\kappa}} \right)^3 \right] \cdot y_{κ1} \quad (20)$

- Επανυπολογίζουμε τα $E(y_{κ2})$, $B(y_{κ2}) \rightarrow C_{κ2} = \frac{E^3(y_{κ2})}{B(y_{κ2})}$

- Επανελέγχουμε τη σύγκλιση $\frac{|C_{κ2} - C_{\kappa}|}{C_{\kappa}} \leq 3\%$

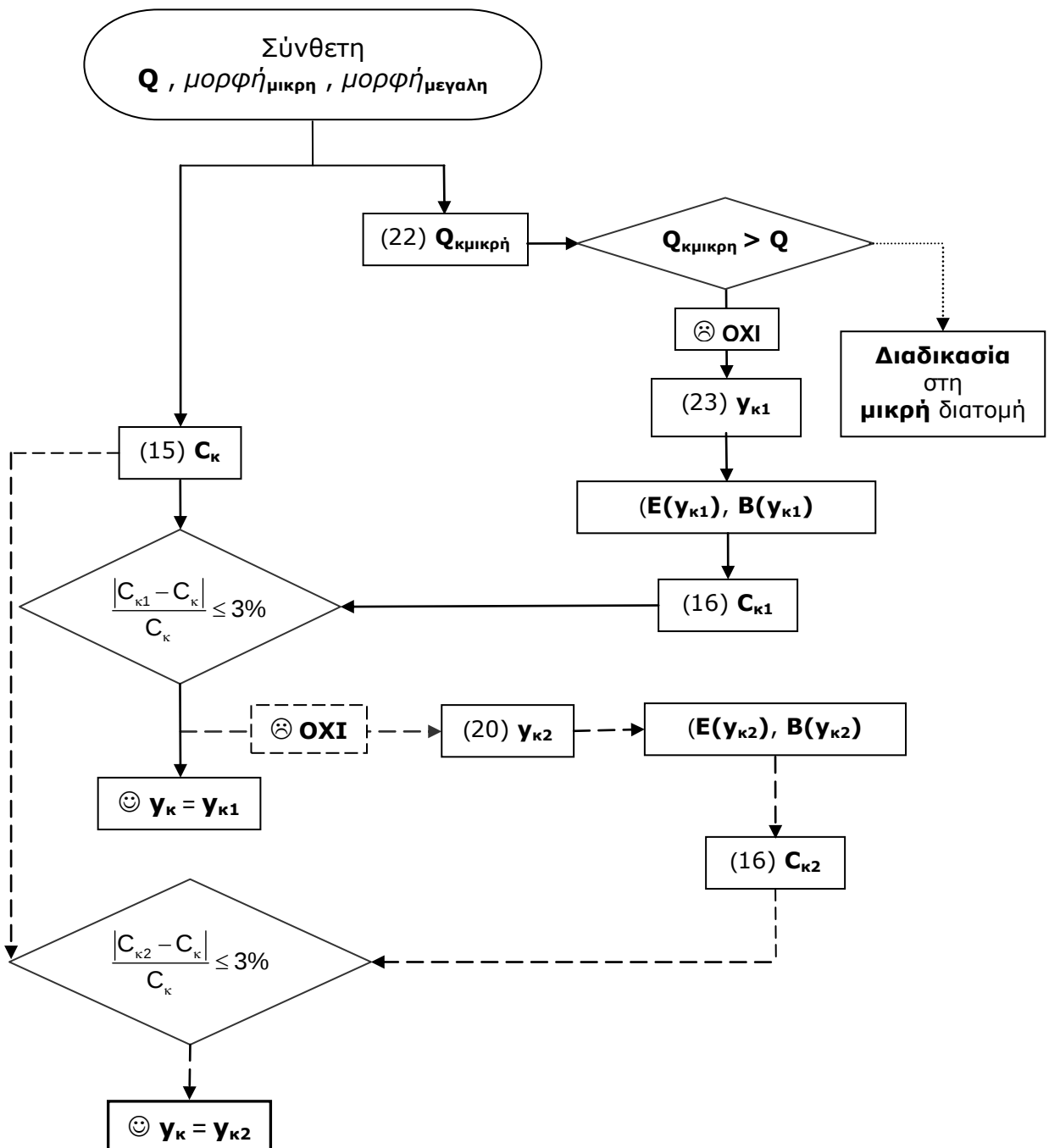
- Τυποποίηση διαδικασίας:

$y_{\text{μικρή}}$ [m]	μορφή _{μικρή}	$E_{\text{κμικρ}}$ [m ²]	t_u [m]	$Q_{\text{κμικρη}}$ [m ³ /s]

Q [m ³ /s]	μορφή _{μικρή}	μορφή _{μεγάλη}	C_{κ}

$y_{\kappa i}$ [m]	$E_{\kappa i}$ [m ²]	$B_{\kappa i}$ [m]	$C_{\kappa 1}$	δC [%]	y_{κ} [m]

Διάγραμμα ροής διαδικασίας:



2.3 Ερωτήσεις κατανόησης και Εφαρμογές υπολογισμού

2.3.1 (μία μόνο απάντηση είναι ορθή)

	Ο αριθμός FROUDE σε ροή με ελεύθερη επιφάνεια:
	Είναι ο λόγος των δυνάμεων αδρανείας προς τις δυνάμεις βαρύτητας
	Είναι ο λόγος της μέσης ταχύτητας της ροής σε μία υδάτινη διατομή προς την ταχύτητα διάδοσης κύματος βαρύτητας μικρού ύψους
	Η τιμή του χαρακτηρίζει τη ροή σε υποκρίσιμη / κρίσιμη / υπερκρίσιμη
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Σε ένα πρισματικό αγωγό μεγάλου μήκους πραγματοποιείται υποκρίσιμη ροή με ελεύθερη επιφάνεια. Κύματα βαρύτητας μικρού ύψους στον αγωγό μεταδίδονται:
	Μόνο κατάντη <i>διαταραχής</i>
✓	Ανάντη και κατάντη <i>διαταραχής</i>
	Μόνο ανάντη <i>διαταραχής</i>
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Σε ένα πρισματικό αγωγό μεγάλου μήκους, με μικρή κατά μήκος κλίση πυθμένα και δεδομένη σταθερή παροχή Q, πραγματοποιείται παράλληλη τυρβώδης ροή με ελεύθερη επιφάνεια
	Υπάρχει μια ελάχιστη τιμή της ειδικής ενέργειας, όπου η ροή πραγματοποιείται με κρίσιμο βάθος
	Υπάρχει μια ελάχιστη τιμή της ειδικής δύναμης, όπου η ροή πραγματοποιείται με κρίσιμο βάθος
	Για τιμές ειδικής ενέργειας μεγαλύτερης της ελαχίστης η ροή είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί με δύο βάθη τα οποία καλούνται εναλλακτά
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Σε ένα πρισματικό αγωγό μεγάλου μήκους, με μικρή κατά μήκος κλίση πυθμένα και δεδομένη σταθερή παροχή Q, πραγματοποιείται παράλληλη στρωτή ροή με ελεύθερη επιφάνεια
	Υπάρχει μια μέγιστη τιμή της ειδικής ενέργειας, όπου η ροή πραγματοποιείται με κρίσιμο βάθος
	Υπάρχει μια μέγιστη τιμή της ειδικής δύναμης, όπου η ροή πραγματοποιείται με κρίσιμο βάθος
	Για τιμές ειδικής ενέργειας μεγαλύτερης της μέγιστης η ροή είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί με δύο βάθη τα οποία καλούνται συζυγή
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
✓	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

2.3.2 (μία μόνο απάντηση είναι ορθή)

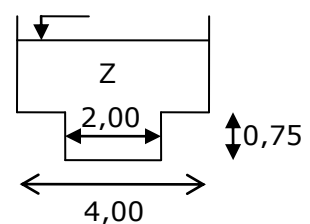
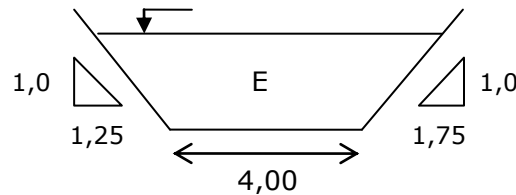
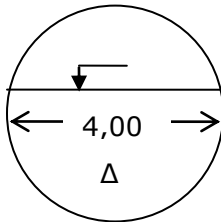
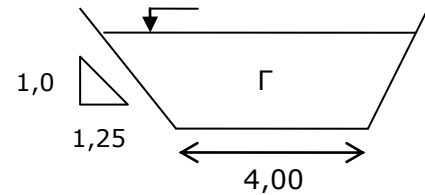
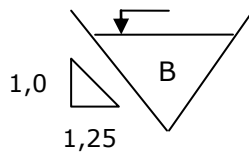
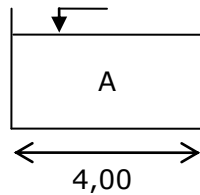
	Σε ένα πρισματικό αγωγό, με μικρή κατά μήκος κλίση πυθμένα, παράλληλη, ή περίπου παράλληλη ροή και δεδομένη σταθερή παροχή Q, στο διάγραμμα ειδικής ενέργειας:
	Η γραφική απεικόνιση της $H_E(y)$ έχει ασύμπτωτες τον άξονα y και ευθεία με κλίση 45°
	Η γραφική απεικόνιση της $H_E(y)$ έχει μία ελάχιστη τιμή H_{Emin} , η οποία προκύπτει για το κρίσιμο βάθος
	Οιαδήποτε κατακόρυφη ευθεία για τιμές $H_E(y) > H_{Emin}$ τέμνει τη γραφική απεικόνιση της $H_E(y)$ σε δύο σημεία και οι αντίστοιχες τιμές του y καλούνται εναλλακτά βάθη
✓	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

	Σε ένα πρισματικό αγωγό, με μικρή κατά μήκος κλίση πυθμένα, παράλληλη, ή περίπου παράλληλη ροή και δεδομένη σταθερή παροχή Q, στο διάγραμμα ειδικής δύναμης:
	Η γραφική απεικόνιση της $M(y)$ έχει ασύμπτωτες τον άξονα y και ευθεία με κλίση 45°
	Η γραφική απεικόνιση της $M(y)$ έχει μία μέγιστη τιμή M_{max} , η οποία προκύπτει για το κρίσιμο βάθος
✓	Οιαδήποτε κατακόρυφη ευθεία για τιμές $M(y) > M_{min}$ τέμνει τη γραφική απεικόνιση της $M(y)$ σε δύο σημεία και οι αντίστοιχες τιμές του y καλούνται συζυγή βάθη
	Ισχύουν ΟΛΑ τα παραπάνω
	ΔΕΝ ισχύει ΤΙΠΟΤΑ από τα παραπάνω

2.3.3 (αιτιολογείστε την απάντησή σας)

	Σε ένα πρισματικό αγωγό, με μικρή κατά μήκος κλίση πυθμένα και δεδομένη σταθερή παροχή Q, πραγματοποιείται παράλληλη ροή με ελεύθερη επιφάνεια. Η ειδική ενέργεια δίδεται από τη σχέση: $H_E = y + 0,2/y^2 - 1,2$ Να υπολογισθεί το κρίσιμο βάθος.
	• Η παραπάνω σχέση γράφεται: $y^3 - 1,2 \cdot y^2 + 0,2$ • Υπολογίζουμε την 1^η παράγωγο: $3 \cdot y^2 - 2,4 \cdot y$ • Θέτουμε: $3 \cdot y^2 - 2,4 \cdot y = 0 \rightarrow y = 0,8 \text{ m}$ • Το y_k αντιστοιχεί σε $H_{Emin} \rightarrow y_k = 0,8 \text{ m}$
	Εάν ο παραπάνω αγωγός έχει ορθογωνική διατομή πλάτους b, να υπολογισθεί η ελάχιστη τιμή της ειδικής ενέργειας.
	• Το y_k αντιστοιχεί σε $M_{minimum}$ • Ορθογωνική διατομή (12α) $\rightarrow M_{minimum} = 0,96 \cdot b \text{ m}^3$

2.3.4 Οι αγωγοί του σχήματος μεταφέρουν παροχή $Q = 8,00 \text{ m}^3/\text{s}$.
 Να υπολογισθεί για κάθε αγωγό το κρίσιμο βάθος y_k
 (Η εφαρμογή επικεντρώνεται στο Πρόβλημα 31)



A Ορθογωνική διατομή: (13) $\rightarrow y_k = 0,74 \text{ m}$

B Τριγωνική διατομή: (14) $\rightarrow y_k = 1,53 \text{ m}$

Γ Συμμετρική Τραπεζοειδής διατομή

$Q \text{ [m}^3/\text{s]}$	$b \text{ [m]}$	z	C_K	Φ_K	μ
8,00	4,00	1,25	6,52396	0,11155	0,2150

$y_{ki} \text{ [m]}$	$E_{ki} \text{ [m}^2]$	$B_{ki} \text{ [m]}$	C_{K1}	$\delta C \text{ [%]}$	$y_k \text{ [m]}$
0,688	3,34368	5,72000	6,53549	+0,18 ✓	0,69

Δ Κυκλική διατομή

$Q \text{ [m}^3/\text{s]}$	$d \text{ [m]}$	C_K	$f(\theta_K)$
8,00	4,00	6,52396	0,00637

y_{ki}/d	E_{ki}/d^2	$E_{ki} \text{ [m}^2]$	B_{ki}/d	$B_{ki} \text{ [m]}$	C_{K1}	$\delta C \text{ [%]}$	$y_k \text{ [m]}$
0,2785	0,17872	2,85950	0,89652	3,58608	6,52005	-0,06 ✓	1,11

E Μη - συμμετρική Τραπεζοειδής διατομή

$Q \text{ [m}^3/\text{s]}$	$b \text{ [m]}$	z_n	$\bar{z}$	C_K	Φ_K	μ	$y_{ki} \text{ [m]}$
8,00	4,00	1,25 1,75	1,500	6,52396	0,11155 0,18478	0,2150 0,2925	0,688 0,674

$y_{ki} \text{ [m]}$	$E_{ki} \text{ [m}^2]$	$B_{ki} \text{ [m]}$	C_{K1}	$\delta C \text{ [%]}$	$y_k \text{ [m]}$
0,681	3,41964	6,04300	6,61743	+1,43 ✓	0,68

Z Σύνθετη διατομή (στο <εδώ> παράδειγμα αποτελούμενη από δύο ορθογώνια)

$y_{\text{μικρή}}$ [m]	$b_{\text{μικρ}}$ [m]	$b'_{\text{μικρ}}$ [m]	$E_{\text{κμικρή}}$ [m ²]	t_{μ} [m]	$Q_{\text{κμικρή}}$ [m ³ /s]
0,75	2,00	2,00	1,50000	0,75000	4,07 < 8,00 → σύνθετη

Q [m ³ /s]	$b_{\text{μικρ}}$ [m]	$b_{\text{μεγαλ}}$ [m]	C_K
8,00	2,00	4,00	6,52396

y_{ki} [m]	E_{ki} [m ²]	B_{ki} [m]	C_{K1}	δC [%]	y_K [m]
1,21177	3,34709	4,00000	9,37434	+43,69 ✓	
1,11849	2,97395	4,00000	6,57567	+0,79 ✓	1,12