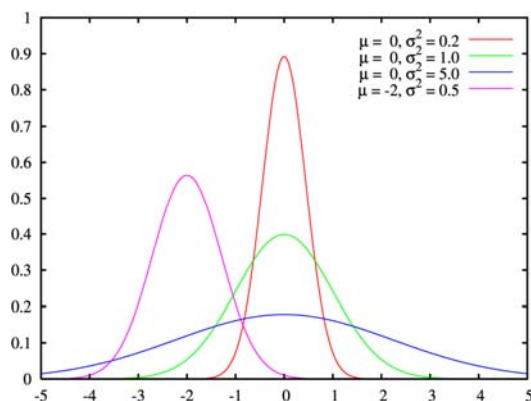


Πιθανοτική προσέγγιση των υδρολογικών μεταβλητών



Εργαστήριο Υδρολογίας και Αξιοποίησης Υδατικών Πόρων

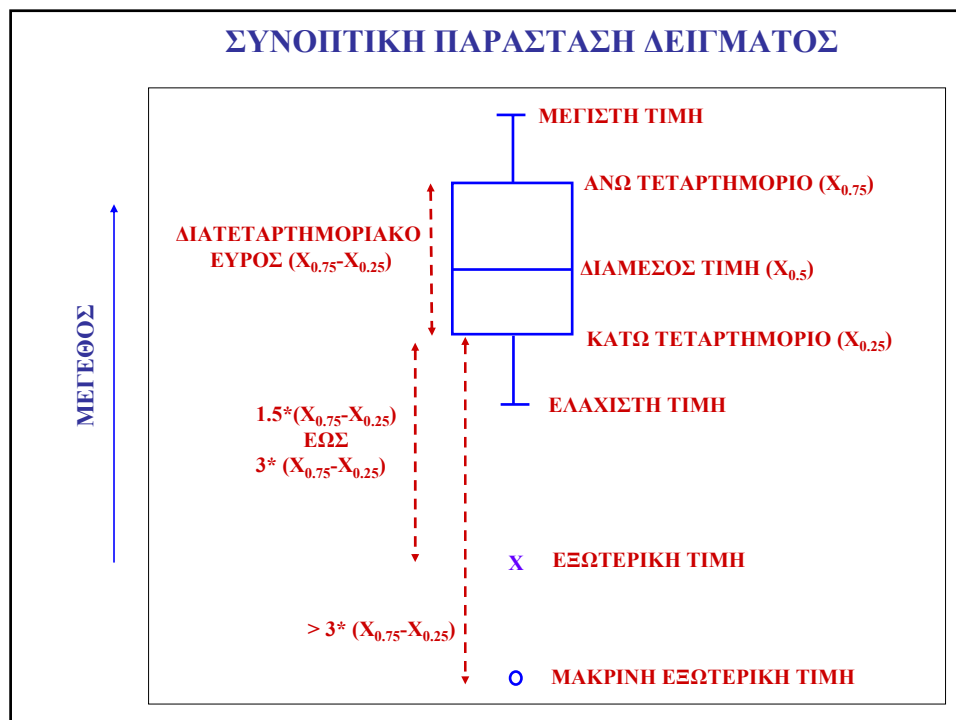
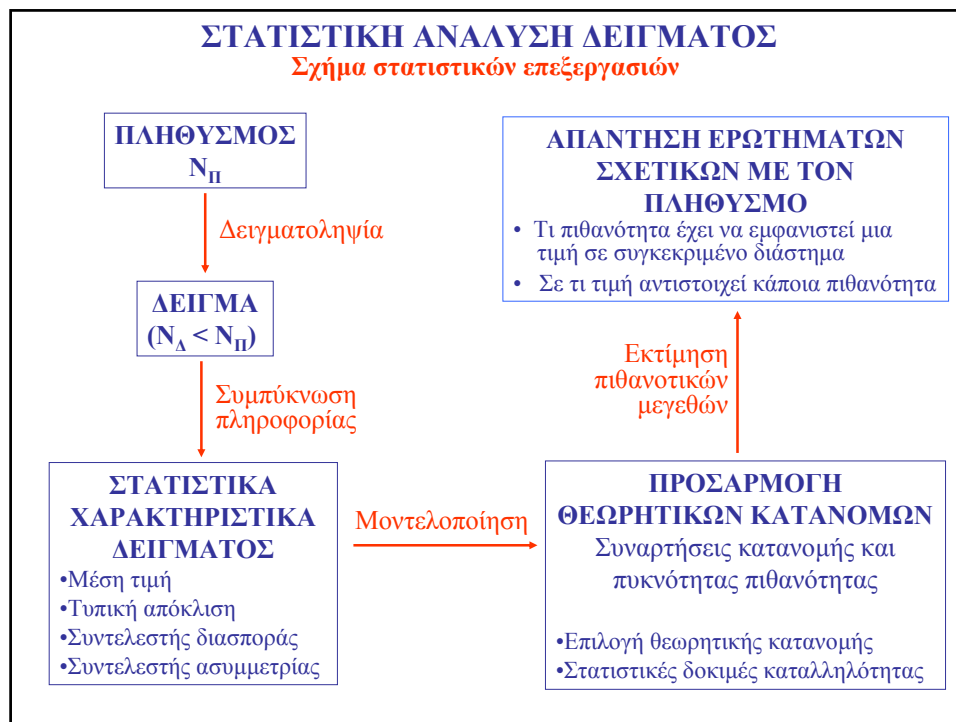
Αθήνα 2009

ΣΧΕΣΗ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΥΔΡΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

Οι περισσότερες μέθοδοι της τεχνικής υδρολογίας βασίζονται στη θεωρία πιθανοτήτων και τη στατιστική δεδομένου ότι:

- Η τύχη είναι άμεσα συνδεδεμένη με τα υδρολογικά φαινόμενα (πλημμύρες, ξηρασίες) με αποτέλεσμα να περιγράφονται σε μικρό ή μεγάλο βαθμό από τη θεωρία των πιθανοτήτων
- Η τεχνική υδρολογία στηρίζεται σε μετρήσεις φυσικών μεταβλητών που η επεξεργασία τους προϋποθέτει τη χρήση στατιστικών μεθόδων
- Η λήψη αποφάσεων για το σχεδιασμό και τη βέλτιστη λειτουργία των υδραυλικών έργων και των υδατικών συστημάτων γενικότερα, γίνεται πάντοτε υπό το καθεστώς αβεβαιότητας, η οποία μπορεί να ποσοτικοποιηθεί με την θεωρία των πιθανοτήτων

Σημειώνεται ότι η χρήση των πιθανοτήτων δεν μπορεί να υποκαταστήσει τις μετρήσεις των υδρολογικών μεταβλητών χωρίς τις οποίες είναι αδύνατη η εφαρμογή οποιασδήποτε προσέγγισης.



ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

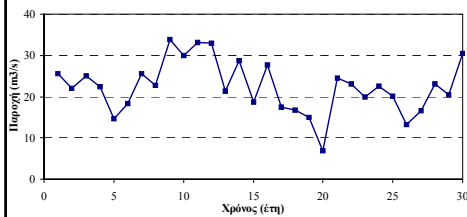
ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ	ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ - ΣΧΕΣΗ
Μέση τιμή	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$
Τυπική απόκλιση	$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n-1}}$
Διασπορά	s_x^2
Συντελεστής διασποράς	$\frac{s_x}{\bar{x}}$
Τρίτη ροπή	$\mu_x^{(3)} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^3}{n}$
Τέταρτη ροπή	$\mu_x^{(4)} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^4}{n}$
Συντελεστής ασυμμετρίας	$C_{s_x} = \frac{\mu_x^{(3)} \cdot n^2}{(\mu_x^{(2)})^{3/2} \cdot (n-1) \cdot (n-2)}$
Συντελεστής κύρτωσης	$C_{k_x} = \frac{n^3 \cdot \mu_x^{(4)}}{(n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \mu_x^{(2)}}$
Μέγιστη τιμή	$M.T. = \max_{i=1}^n \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$
Ελάχιστη τιμή	$E.T. = \min_{i=1}^n \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$

$X_1..X_n$: Οι τιμές της μεταβλητής

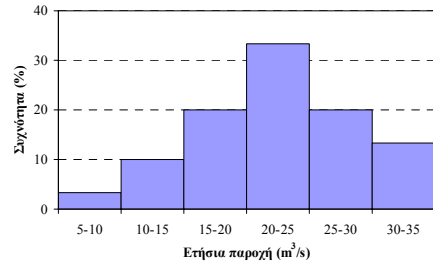
n : Αριθμός δεδομένων δείγματος

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

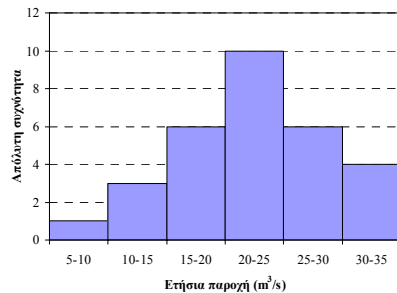
ΧΡΟΝΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ



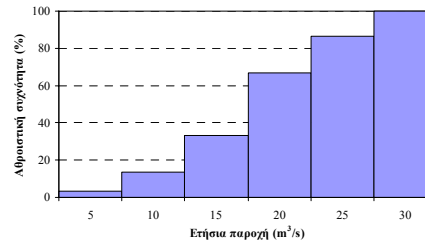
ΙΣΤΟΓΡΑΜΜΑ ΣΧΕΤΙΚΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ



ΙΣΤΟΓΡΑΜΜΑ ΑΠΟΛΥΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

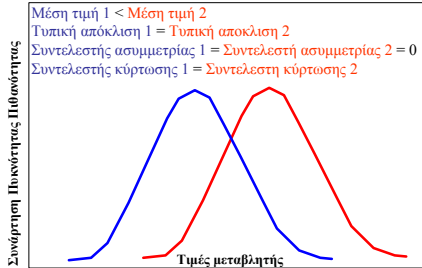


ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΟ ΙΣΤΟΓΡΑΜΜΑ

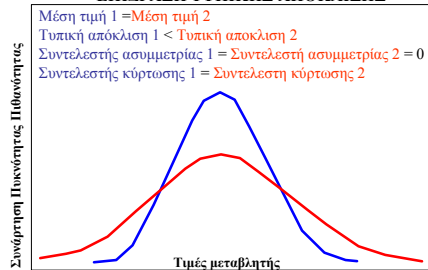


ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

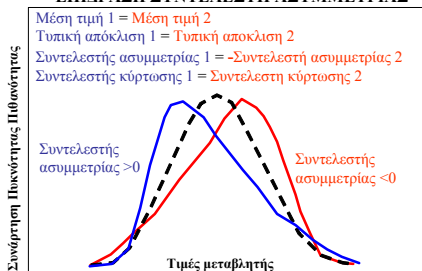
ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ



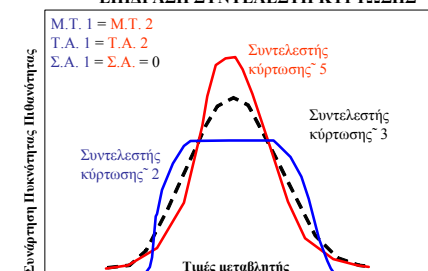
ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΥΠΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ



ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ

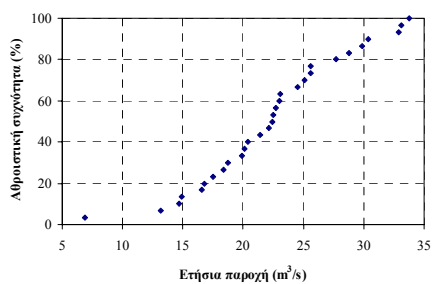


ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΚΥΡΤΩΣΗΣ

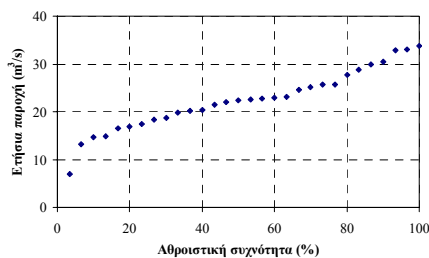
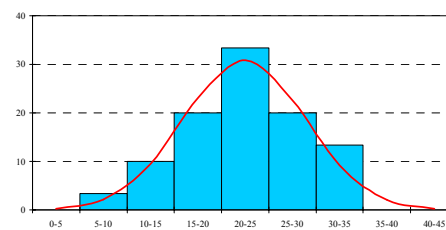


ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

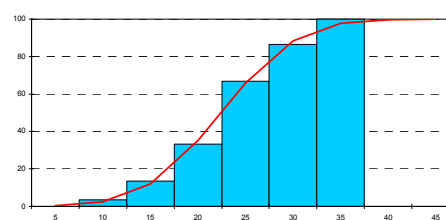
ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ



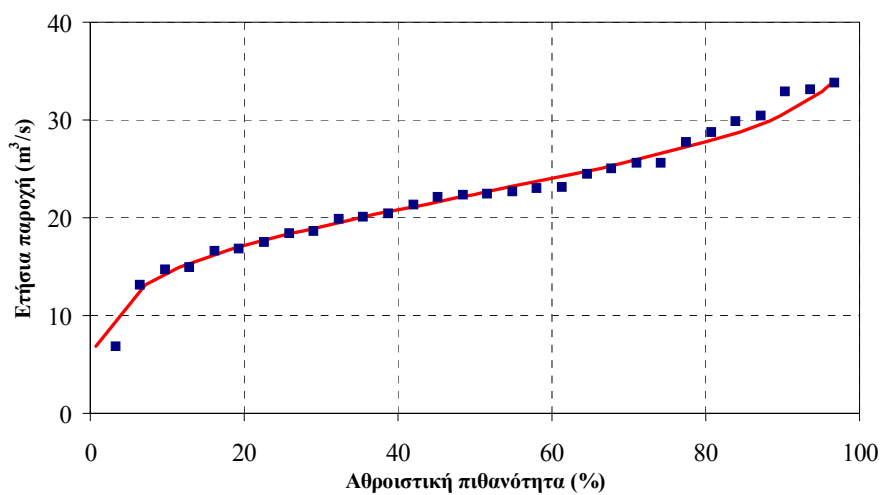
ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ



ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ

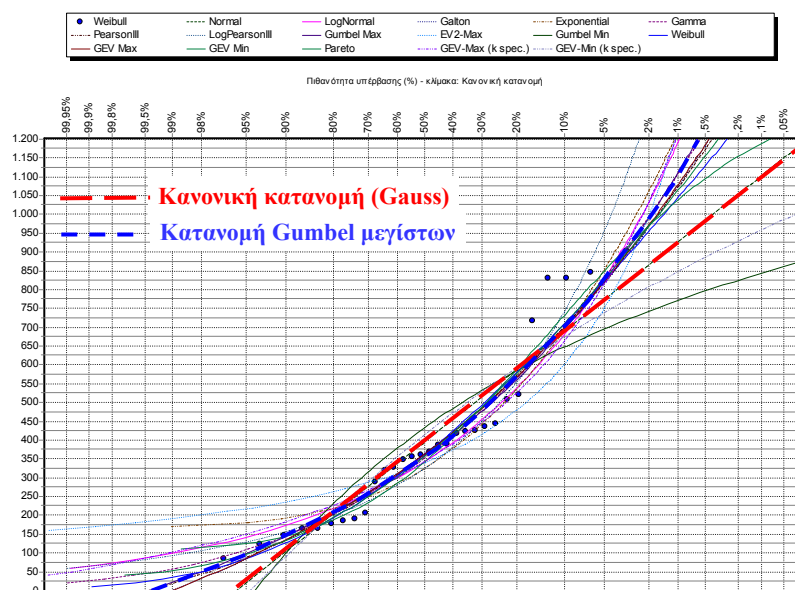


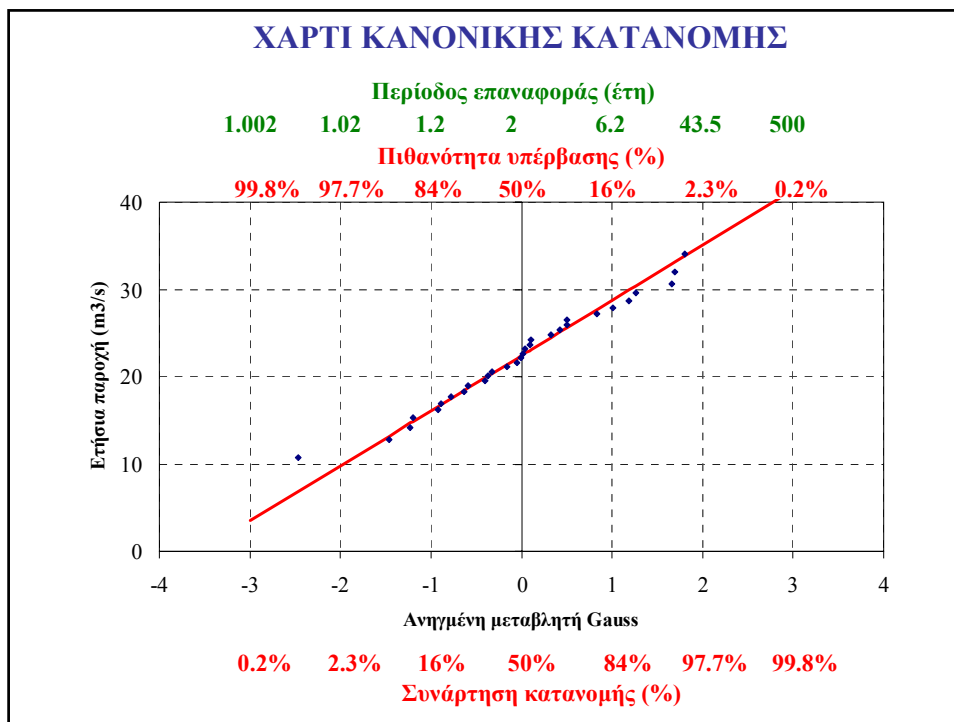
ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ



ΜΕΓΙΣΤΕΣ ΗΜΕΡΗΣΙΕΣ ΠΑΡΟΧΕΣ

Προσαρμογή 16 θεωρητικών κατανομών





ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ

**Συνάρτηση Πυκνότητας
Πιθανότητας**

Συνάρτηση Κατανομής

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-0.5 \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2} \quad F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2} dx$$

Όρια εμπιστοσύνης

$$x(T)_{\max} = x(T) + z_{1+\alpha/2} S_T \quad x(T)_{\min} = x(T) - z_{1+\alpha/2} S_T \quad S_T = \delta \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}} \quad \delta = \sqrt{1 + \frac{K(T)^2}{2}} \quad K(T) = Z_{(1-1/T)}$$

S_T η τυπική απόκλιση του x_T

$Z_{1+\alpha/2}$ η μεταβλητή της τυποποιημένης κανονικής κατανομής όταν το επίπεδο είναι $\alpha\%$

$\hat{\sigma}$ η τυπική απόκλιση του δείγματος

N ο αριθμός των παρατηρήσεων του δείγματος

Βήματα Προσαρμογής Κανονικής Κατανομής

1. Εύρεση στατιστικών χαρ/κών δείγματος (μέση τιμή, τυπική απόκλιση).
2. Κατάταξη δείγματος σε φθίνουσα σειρά και αρίθμηση των παρατηρήσεων.
3. Προσδιορισμός Περιόδου Επαναφοράς από τον τύπο του Weibull $T=(N+1)/m$.
4. Υπολογισμός πιθανότητας μη υπέρβασης $F = 1-1/T$ (εμπειρική).
5. Εύρεση τυποποιημένης μεταβλητής Z από πίνακα για κάθε F .
6. Εκτίμηση τιμών μεταβλητής από τα Z . $X = \bar{x} + Z * S_x$
7. Σχεδίαση θεωρητικής κατανομής και δείγματος με τα Z στον οριζόντιο άξονα.
8. Έλεγχος χ^2 για την καταλληλότητα της κατανομής

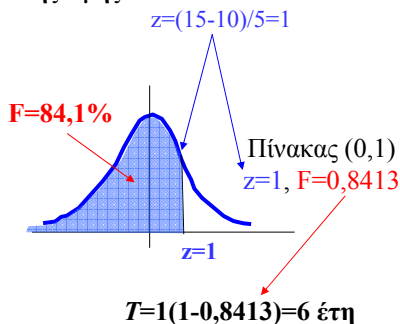
ΡΥΘΜΙΣΗ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ

Κανονική κατανομή

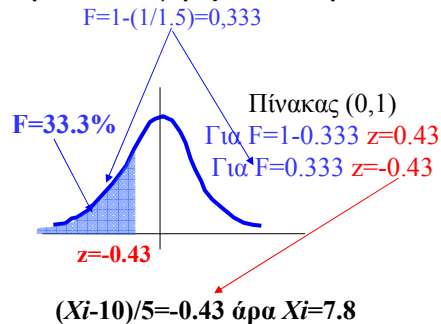
Σε δείγμα τιμών X_i με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ
η παράμετρος $z=(X_i-\mu)/\sigma$ ακολουθεί κανονική κατανομή με $\mu=0, \sigma=1$

Δείγμα έχει $\mu=10, \sigma=5$ και ακολουθεί κανονική κατανομή

Ποια είναι η περίοδος επαναφοράς T της τιμής $X_i=15$



Ποια είναι η τιμή X_i που αντιστοιχεί σε περίοδο επαναφοράς $T=1.5$ έτη



ΑΠΟΣΠΑΣΜΑ ΠΙΝΑΚΑ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ

Πίνακας Π-2: Αθροιστική τυπική κανονική κατανομή $F_U(u) = \int_{-\infty}^u f_U(u) du$

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9014
1.3	0.9032	0.9049	0.9065	0.9082	0.9098	0.9114	0.9130	0.9146	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9250	0.9264	0.9278	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9369	0.9381	0.9393	0.9404	0.9415	0.9426	0.9437
1.6	0.9447	0.9457	0.9467	0.9477	0.9486	0.9495	0.9504	0.9513	0.9522	0.9530
1.7	0.9539	0.9547	0.9555	0.9563	0.9571	0.9579	0.9586	0.9594	0.9601	0.9608
1.8	0.9615	0.9621	0.9628	0.9634	0.9641	0.9647	0.9653	0.9658	0.9664	0.9669
1.9	0.9675	0.9680	0.9686	0.9691	0.9696	0.9701	0.9706	0.9711	0.9716	0.9721
2.0	0.9725	0.9729	0.9732	0.9736	0.9739	0.9742	0.9745	0.9748	0.9751	0.9754
2.1	0.9756	0.9759	0.9761	0.9764	0.9767	0.9769	0.9771	0.9773	0.9775	0.9777
2.2	0.9779	0.9780	0.9782	0.9784	0.9786	0.9788	0.9789	0.9791	0.9792	0.9794
2.3	0.9795	0.9796	0.9798	0.9799	0.9800	0.9801	0.9802	0.9803	0.9804	0.9805
2.4	0.9806	0.9807	0.9808	0.9809	0.9810	0.9811	0.9812	0.9813	0.9814	0.9815
2.5	0.9816	0.9817	0.9818	0.9819	0.9820	0.9821	0.9822	0.9823	0.9824	0.9825

u	2.32	3.09	3.72	4.27	4.75	5.20	5.61	6.00	6.36	6.71
$1-P(u)$	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}	10^{-11}

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΥΔΡΟΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑΣ Α

- Απόθεμα: 20 hm³
- Μέση τιμή εισροής: 100 hm³
- Τυπική απόκλιση εισροής: 30 hm³

ΥΔΡΕΥΣΗ ΠΟΛΗΣ

- Μέση τιμή ζήτησης: 200 hm³
- Τυπική απόκλιση ζήτησης: 10 hm³

ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑΣ Β

- Απόθεμα: 10 hm³
- Μέση τιμή εισροής: 110 hm³
- Τυπική απόκλιση εισροής: 40 hm³

ΠΑΡΑΓΩΓΗ 1000 ΕΤΗΣΙΩΝ ΣΥΝΘΕΤΙΚΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ

ΙΣΟΖΥΓΙΑ

ΑΣΤΟΧΙΕΣ

ΕΤΟΣ	ΤΑΜ. Α	ΤΑΜ. Β	ΠΟΛΗ	$\Delta\pi A + \Delta\pi B + \text{Εισ} A + \text{Εισ} B - \text{Υδρ} >= 0$	
1	110	105	200	$20+10+110+105-200=+55$	ΟΧΙ
2	94	90	190	$20+10+94+90-190=+24$	ΟΧΙ
3	85	80	210	$20+10+85+80-210=-15$	ΝΑΙ
4	65	80	170	$20+10+65+80-170=+5$	ΟΧΙ
5	130	110	160	$20+10+130+110-150=+120$	ΟΧΙ
...	...	...	...		
1000	130	120	220	$20+10+110+110-220=+30$	ΟΧΙ
Μέση τιμή	100	110	200	Σύνολο αστοχιών:	13
Τυπική απόκλιση	30	40	10	Πιθανότητα αστοχίας: $13/1000=1.3\%$	

ΔΟΚΙΜΗ χ^2

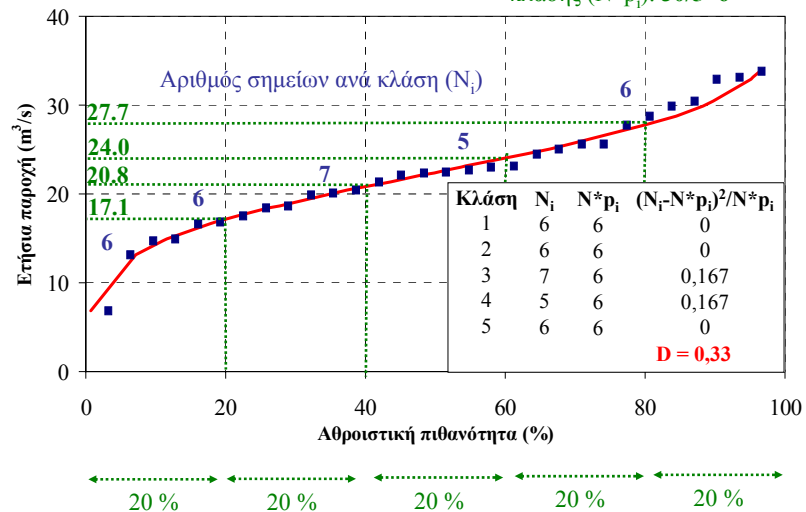
Αριθμός κλάσεων (k): 5

Αριθμός παραμέτρων
κανονικής κατανομής: 2

Βαθμοί ελευθερίας
κατανομής χ^2 : 5-2=3

Πιθανότητα κλάσης (p_i): 20%

Θεωρητικός αριθμός σημείων
κλάσης ($N \cdot p_i$): 30/5=6



ΔΟΚΙΜΗ χ^2

Αριθμός κλάσεων (k): 5

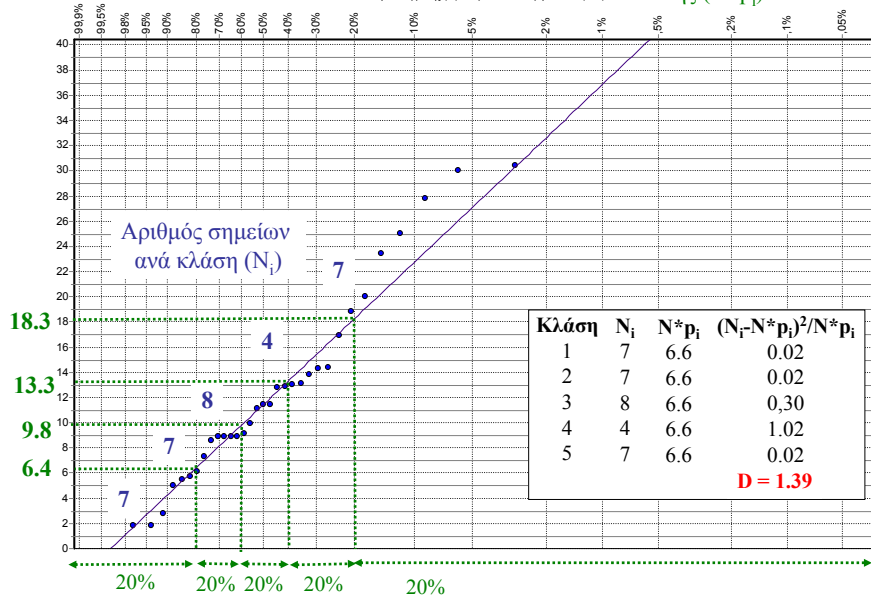
Αριθμός παραμέτρων
κατανομής Gumbel: 2

Βαθμοί ελευθερίας
κατανομής χ^2 : 5-2=3

Πιθανότητα υπέρβασης (%) - κλίμακα: κατανομή Gumbel (Max)

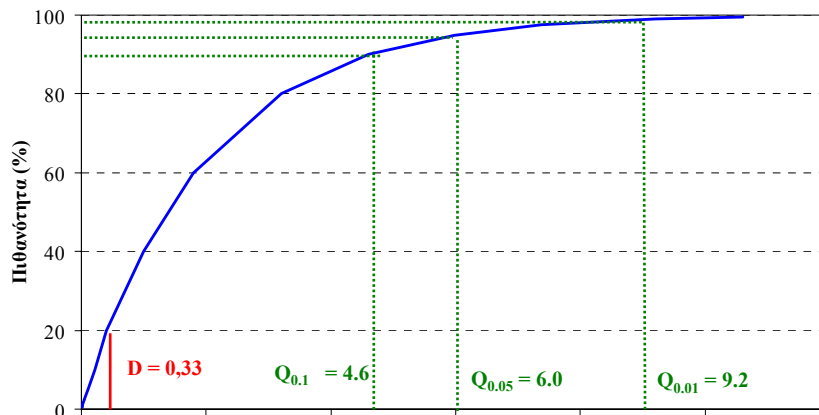
Πιθανότητα κλάσης (p_i): 20%

Θεωρητικός αριθμός σημείων
κλάσης ($N \cdot p_i$): 33/5=6.6



ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΥΠΟΘΕΣΗΣ

1. Η μεταβλητή χ^2 ακολουθεί την κατανομή χ^2 με 2 βαθμούς ελευθερίας
2. Από τα δεδομένα του δείγματος υπολογίζεται η στατιστική παράμετρος D
3. Η μηδενική υπόθεση (H_0) ότι 'το δείγμα ακολουθεί κανονική κατανομή' γίνεται δεκτή σε κάποιο επίπεδο σημαντικότητας α αν $D < \chi^2_{\alpha}$



Το $D (0.33)$ είναι μικρότερο από το χ^2_{α} για τα συνήθη επίπεδα σημαντικότητας 1% (9.2), 5% (6.0), 10% (4.6). Άρα η μηδενική υπόθεση (H_0) ότι 'το δείγμα ακολουθεί κανονική κατανομή' γίνεται δεκτή στα συνήθη επίπεδα σημαντικότητας

ΠΙΝΑΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ χ^2

ν	$\chi^2_{\alpha=0.2,2}$ $m=1.1$	2.4 1.2	2.6 1.3	2.8 1.4	3.0 1.5	3.2 1.6	3.4 1.7	3.6 1.8	3.8 1.9	4.0 2.0
1	0.13801	0.12134	0.10686	0.09426	0.08327	0.07364	0.06520	0.05778	0.05125	0.04550
2	0.33287	0.30119	0.27253	0.24660	0.22313	0.20190	0.18268	0.16530	0.14957	0.13534
3	0.53195	0.49363	0.45749	0.42350	0.39163	0.36181	0.33397	0.30802	0.28389	0.26146
4	0.69903	0.66263	0.62682	0.59183	0.55783	0.52493	0.49325	0.46284	0.43375	0.40601
5	0.82084	0.79147	0.76137	0.73079	0.69999	0.66918	0.63857	0.60831	0.57856	0.54942
6	0.90042	0.87949	0.85711	0.83350	0.80885	0.78336	0.75722	0.73062	0.70372	0.67668
7	0.94795	0.93444	0.91938	0.90287	0.88500	0.86590	0.84570	0.82452	0.80250	0.77978
8	0.97426	0.96623	0.95691	0.94628	0.93436	0.92119	0.90681	0.89129	0.87470	0.85712
9	0.98790	0.98345	0.97807	0.97170	0.96430	0.95583	0.94631	0.93572	0.92408	0.91141
10	0.99457	0.99225	0.98934	0.98575	0.98142	0.97632	0.97039	0.96359	0.95592	0.94735
11	0.99766	0.99652	0.99503	0.99311	0.99073	0.98781	0.98431	0.98019	0.97541	0.96992
12	0.99903	0.99850	0.99777	0.99680	0.99554	0.99396	0.99200	0.98962	0.98678	0.98344
13	0.99961	0.99938	0.99903	0.99856	0.99793	0.99711	0.99606	0.99475	0.99314	0.99119
14	0.99985	0.99975	0.99960	0.99938	0.99907	0.99866	0.99813	0.99743	0.99655	0.99547
15	0.99994	0.99990	0.99984	0.99974	0.99960	0.99940	0.99913	0.99878	0.99832	0.99774
16	0.99998	0.99996	0.99994	0.99989	0.99983	0.99974	0.99961	0.99944	0.99921	0.99890
17	0.99999	0.99999	0.99998	0.99996	0.99993	0.99989	0.99983	0.99975	0.99964	0.99948
18			0.99999	0.99998	0.99997	0.99995	0.99993	0.99989	0.99984	0.99976
19				0.99999	0.99999	0.99998	0.99997	0.99995	0.99993	0.99989
20					0.99999	0.99999	0.99999	0.99998	0.99997	0.99995
21							0.99999	0.99999	0.99999	0.99998
22								0.99999	0.99999	0.99999

Μ.Α. Μυΐκου, Τεχνολογία υδατικών πόρων, Σελίδα 370

ΠΙΝΑΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ χ^2

χ^2	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0
$m = 2.1$	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	
1	0.04042	0.03594	0.03197	0.02846	0.02535	0.02259	0.02014	0.01796	0.01603	0.01431
2	0.12246	0.11080	0.10026	0.09072	0.08209	0.07427	0.06721	0.06081	0.05502	0.04979
3	0.24066	0.22139	0.20354	0.18704	0.17180	0.15772	0.14474	0.13278	0.12176	0.11161
4	0.37962	0.35457	0.33085	0.30844	0.28730	0.26739	0.24866	0.23108	0.21459	0.19915
5	0.52099	0.49337	0.46662	0.44077	0.41588	0.39196	0.36904	0.34711	0.32617	0.30622
6	0.64963	0.62271	0.59604	0.56971	0.54381	0.51843	0.49363	0.46945	0.44596	0.42319
7	0.75647	0.73272	0.70864	0.68435	0.65996	0.63557	0.61127	0.58715	0.56329	0.53975
8	0.83864	0.81935	0.79935	0.77872	0.75758	0.73600	0.71409	0.69194	0.66962	0.64723
9	0.89776	0.88317	0.86769	0.85138	0.83431	0.81654	0.79814	0.77919	0.75976	0.73992
10	0.93787	0.92750	0.91625	0.90413	0.89118	0.87742	0.86291	0.84768	0.83178	0.81526
11	0.96370	0.95672	0.94898	0.94046	0.93117	0.92109	0.91026	0.89868	0.88637	0.87337
12	0.97955	0.97509	0.97002	0.96433	0.95798	0.95096	0.94327	0.93489	0.92583	0.91608
13	0.98887	0.98614	0.98298	0.97934	0.97519	0.97052	0.96530	0.95951	0.95313	0.94615
14	0.99414	0.99254	0.99064	0.98841	0.98581	0.98283	0.97943	0.97559	0.97128	0.96649
15	0.99701	0.99610	0.99501	0.99369	0.99213	0.99029	0.98816	0.98571	0.98291	0.97975
16	0.99851	0.99802	0.99741	0.99666	0.99575	0.99467	0.99338	0.99187	0.99012	0.98810
17	0.99928	0.99902	0.99869	0.99828	0.99777	0.99715	0.99639	0.99550	0.99443	0.99319
18	0.99966	0.99953	0.99936	0.99914	0.99886	0.99851	0.99809	0.99757	0.99694	0.99620
19	0.99985	0.99976	0.99958	0.99935	0.99903	0.99864	0.99819	0.99767	0.99708	0.99643
20	0.99993	0.99990	0.99986	0.99980	0.99972	0.99962	0.99950	0.99934	0.99914	0.99890
21	0.99997	0.99995	0.99993	0.99991	0.99987	0.99982	0.99975	0.99967	0.99956	0.99943
22	0.99999	0.99998	0.99997	0.99996	0.99994	0.99991	0.99988	0.99984	0.99978	0.99971
23	0.99999	0.99999	0.99999	0.99998	0.99997	0.99996	0.99994	0.99992	0.99989	0.99986
24			0.99999	0.99999	0.99999	0.99998	0.99997	0.99996	0.99995	0.99993
25					0.99999	0.99999	0.99999	0.99998	0.99998	0.99997
26								0.99999	0.99999	0.99998
27									0.99999	0.99999

ΕΦΑΡΜΟΓΗ: Αποτελέσματα δοκιμής χ^2 (5 κλάσεις)

	$\alpha=1\%$	$\alpha=5\%$	$\alpha=10\%$	α	Παράμετρος
Κανονική	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	11,5%	4,33
Κανονική (L-Ροπές)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	11,5%	4,33
Λογαριθμικοκανονική	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	26,4%	2,67
Galton	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΑΠΟΡΡΙΨΗ	8,3%	3,00
Εκθετική	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	16,0%	3,67
Εκθετική (L-Ροπές)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	13,5%	4,00
Γάμμα	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	31,1%	2,33
Pearson III	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΑΠΟΡΡΙΨΗ	8,3%	3,00
Log Pearson III	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	12,7%	2,33
AT1-Max (Gumbel)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	31,1%	2,33
AT2-Max	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΑΠΟΡΡΙΨΗ	ΑΠΟΡΡΙΨΗ	1,6%	8,33
AT1-Min (Gumbel)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	11,5%	4,33
AT3-Min (Weibull)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	43,5%	1,67
ΓΑΤ-Max	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	12,7%	2,33
ΓΑΤ-Min	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	19,7%	1,67
Pareto	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	31,7%	1,00
ΓΑΤ-Max (L-Ροπές)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	12,7%	2,33
ΓΑΤ-Min (L-Ροπές)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	31,7%	1,00
AT1-Max (L-Ροπές)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	31,1%	2,33
AT2-Max (L-Ροπές)	ΑΠΟΡΡΙΨΗ	ΑΠΟΡΡΙΨΗ	ΑΠΟΡΡΙΨΗ	0,9%	9,33
AT1-Min (L-Ροπές)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	11,5%	4,33
AT3-Min (L-Ροπές)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	43,5%	1,67
Pareto (L-Ροπές)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	12,7%	2,33
ΓΑΤ-Max (κ καθ.)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΑΠΟΡΡΙΨΗ	9,7%	4,67
ΓΑΤ-Min (κ καθ.)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	22,3%	3,00
ΓΑΤ-Max (L-Ροπές)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	26,4%	2,67
ΓΑΤ-Min (L-Ροπές)	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	ΔΕΝ ΑΠΟΡ.	22,3%	3,00

ΕΦΑΡΜΟΓΗ: Στατιστικά χαρακτηριστικά και παράμετροι

Πλήθος	30	AT-1 (Gumbel) Min λ	115,8	LP-GAT Max κ	-,01
Μέση τιμή	272,93	AT-1 (Gumbel) Min ψ	2,93	LP-GAT Max λ	122,99
Τυπική απόκλιση	148,46	AT-3 (Weibull) Min κ	,52	LP-GAT Max ψ	1,65
3η κεντρική ροπή	2265892,29	AT-3 (Weibull) Min λ	161,05	LP-GAT Min κ	,6
Συντελεστής ασυμ.	,69	GAT Max κ	-,09	LP-GAT Min λ	166,35
Μέση τιμή του y=Ln(x)	5,45	GAT Max λ	128,11	LP-GAT Min ψ	1,82
Τυπ. αποκλ. y=Ln(x)	,6	GAT Max ψ	1,63	LP-Pareto κ	,44
Τρίτη κεντρ. ροπή -//-	-,08	GAT Min κ	,52	LP-Pareto λ	297,05
Ασυμετρία -//-	-,4	GAT Min λ	160,77	LP-Pareto ψ	,23
ΛογΚανονική my	5,48	GAT Min ψ	1,91	GAT Max (κ καθ.) κ	,15
ΛογΚανονική sy	,51	Pareto κ	,42	GAT Max (κ καθ.) λ	90,58
Galton my	6,46	Pareto λ	286,76	GAT Max (κ καθ.) ψ	2,26
Galton sy	,22	Pareto ψ	,25	GAT Min (κ καθ.) κ	,15
Galton c	-381,19	LPοπή: L1	272,93	GAT Min (κ καθ.) λ	135,76
Εκθετική c	124,47	LPοπή: L2	84,28	GAT Min (κ καθ.) ψ	2,46
Εκθετική λ	,01	LPοπή: L3	13,64	LP-GAT Max (κ καθ.) κ	,15
Γάμμα λ	3,38	LP-Κανονική mx	272,93	LP-GAT Max (κ καθ.) λ	103,71
Γάμμα κ	,01	LP-Κανονική sx	149,37	LP-GAT Max (κ καθ.) ψ	1,88
Pearson III κ	8,34	LP-Εκθετική c	104,38	LP-GAT Min (κ καθ.) κ	,15
Pearson III λ	,02	LP-Εκθετική λ	,01	LP-GAT Min (κ καθ.) λ	137,2
Pearson III c	-155,79	LP-AT-1 (Gumbel) Max λ	121,58		
Λογ Pearson III κ	25,08	LP-AT-1 (Gumbel) Max ψ	1,67		
Λογ Pearson III λ	8,39	LP-AT-2 Max κ	,39		
Λογ Pearson III c	2,46	LP-AT-2 Max λ	72,44		
AT-1 (Gumbel) Max λ	115,8	LP-AT-1 (Gumbel) Min λ	121,58		
AT-1 (Gumbel) Max ψ	1,78	LP-AT-1 (Gumbel) Min ψ	2,82		
AT-2 Max κ	,29	LP-AT-3 (Weibull) Min κ	,53		
AT-2 Max λ	62,26	LP-AT-3 (Weibull) Min λ	163,8		

ΔΟΚΙΜΗ Kolmogorov-Smirnov

Βασίζεται στη διαφορά μεταξύ της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής $F_X(x)$ και του παρατηρημένου αθροιστικού ιστογράμματος $F^*(x)$

$F^*(X^{(i)}) = i/n$ όπου είναι η i μεγαλύτερη παρατηρημένη τιμή σε δείγμα με μέγεθος n

Από τα δεδομένα του δείγματος υπολογίζεται η στατιστική παράμετρος D

$$D = \max_{i=1}^n \left| F^*(X^{(i)}) - F_X(X^{(i)}) \right| = \max_{i=1}^n \left| \frac{i}{n} - F_X(X^{(i)}) \right|$$

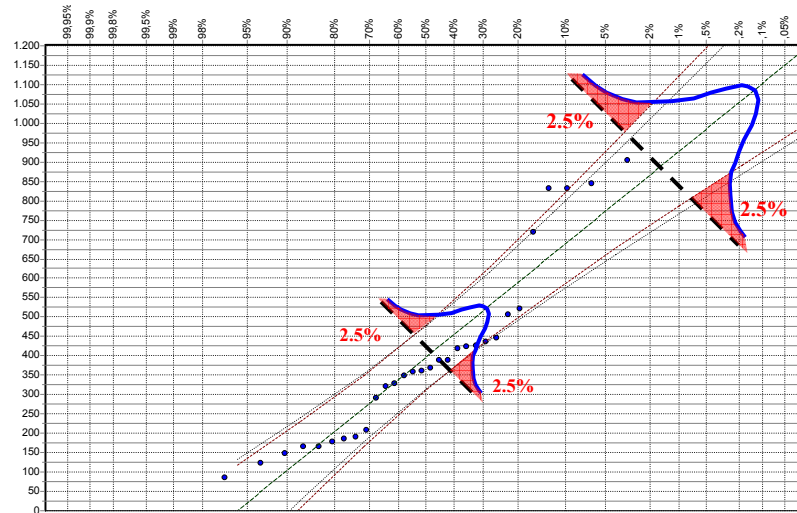
Η μηδενική υπόθεση (H_0) ότι 'το δείγμα ακολουθεί κανονική κατανομή' γίνεται δεκτή σε κάποιο επίπεδο σημαντικότητας α αν $D < c$

ΤΙΜΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ c

Μέγεθος δείγματος	$\alpha=0.10$	$\alpha=0.05$	$\alpha=0.01$
5	0.51	0.56	0.67
10	0.37	0.41	0.49
15	0.30	0.34	0.40
20	0.26	0.29	0.35
25	0.24	0.26	0.32
30	0.22	0.24	0.29
40	0.19	0.21	0.25
>40	$1.22/n^{1/2}$	$1.36/n^{1/2}$	$1.63/n^{1/2}$

ΟΡΙΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ 95%

Κανονική κατανομή



ΟΡΙΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ $\alpha\%$

$$x(T)_{\max} = x(T) + z_{1+\alpha/2} S_T$$

$$x(T)_{\min} = x(T) - z_{1+\alpha/2} S_T$$

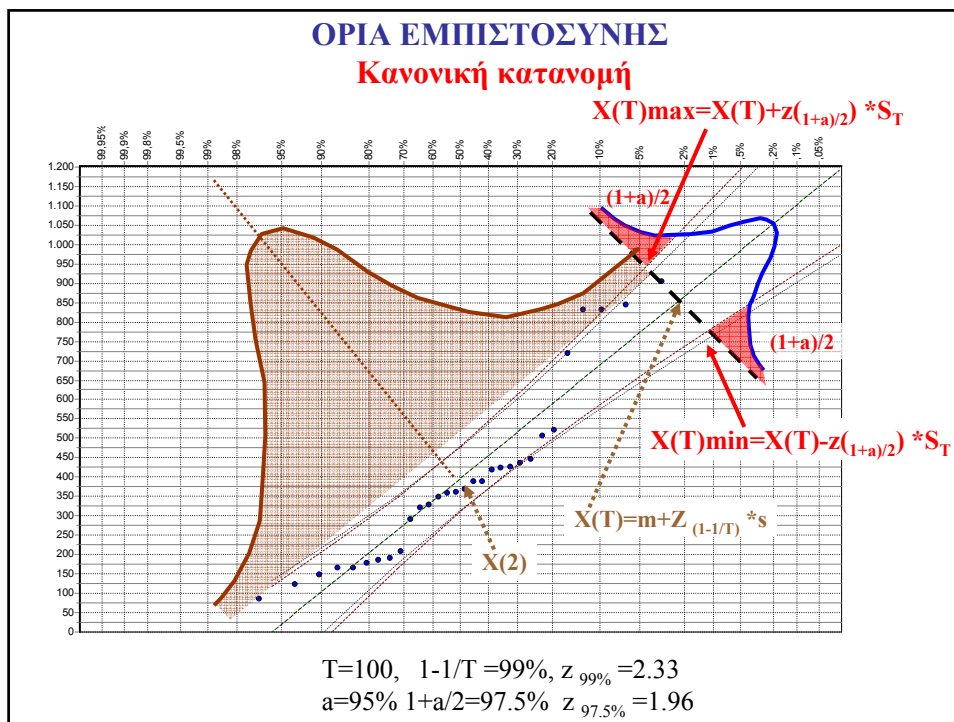
$z_{1+\alpha/2}$ η μεταβλητή της τυποποιημένης κανονικής κατανομής

S_T η τυπική απόκλιση του x_T

$$S_T = \delta \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$$

$\hat{\sigma}$ Η τυπική απόκλιση του δείγματος

N Ο αριθμός των N παρατηρήσεων του δείγματος



ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ

Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας **Συνάρτηση Κατανομής**

$$f_X(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma_Y}} * e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu_Y}{\sigma_Y}\right)^2} \quad F_X(x) = \int_0^x \frac{1}{s\sqrt{2\pi\sigma_Y}} * e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln s - \mu_Y}{\sigma_Y}\right)^2}$$

Εκτίμηση παραμέτρων (μέθοδος ροπών)

$$S_{\ln x} = \sqrt{\ln(1 + S_x^2 / \bar{x}^2)} \quad x_{\ln x} = \ln \bar{x} - S_{\ln x}^2 / 2$$

Χειρισμός της κατανομής

$$z = \frac{\ln x - \bar{x}_{\ln x}}{S_{\ln x}} \quad \ln x = z S_{\ln x} + \bar{x}_{\ln x}$$

$$x = e^{z S_{\ln x} + \bar{x}_{\ln x}}$$

Z η μεταβλητή της τυποποιημένης κανονικής κατανομής

Βήματα Προσαρμογής Λογαριθμικής Κανονικής Κατανομής

1. Εύρεση στατιστικών χαρ/κών λογαρίθμων δείγματος (μέση τιμή, τυπική απόκλιση).
2. Κατάταξη λογαρίθμων δείγματος σε φθίνουσα σειρά και αρίθμηση των παρατηρήσεων.
3. Προσδιορισμός Περιόδου Επαναφοράς από τον τύπο του Weibull $T=(N+1)/m$.
4. Υπολογισμός πιθανότητας μη υπέρβασης $F = 1-1/T$ (εμπειρική).
5. Εύρεση τυποποιημένης μεταβλητής Z από πίνακα για κάθε F .
6. Εκτίμηση τιμών παροχών από τα Z .

$$x = e^{zS_{\ln x} + \bar{x}_{\ln x}}$$

7. Σχεδίαση θεωρητικής κατανομής και δείγματος με τα Z στον οριζόντιο άξονα.
8. Έλεγχος χ^2 για την καταλληλότητα της κατανομής.

ΚΑΤΑΝΟΜΗ GUMBEL ΜΕΓΙΣΤΩΝ

Παράμετροι (μέθοδος ροπών)

$$c = \bar{x} - 0,45S_x$$

$$a = 1,282 / S_x$$

Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας

$$f_X(x) = ae^{-a(x-c)} - e^{-a(x-c)}$$

Συνάρτηση Κατανομής

$$F_X(x) = e^{-e^{-a(x-c)}} \quad x(T) = c - \frac{\ln(-\ln F_x)}{a} = c - \frac{\ln(-\ln(1-1/T))}{a}$$

$$x = \bar{x} - S_x [0,45 + 0,7797 \ln \{ \ln(T) - \ln(T-1) \}]$$

Όρια εμπιστοσύνης

$$x(T) = \bar{x} + k(T) * S_x$$

$$k(T) = -0.45 - 0.78 * \ln(-\ln(1-1/T))$$

$$x(T)_{1,2} = x(T) \pm \frac{S_x}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + 1.1396 * k(T) + 1.1 * k(T)^2}$$

Βήματα Προσαρμογής Κατανομής Gumbel (μέθοδος ροπών)

1. Εύρεση στατιστικών χαρ/κών δείγματος (μέση τιμή, τυπική απόκλιση).
2. Υπολογισμός παραμέτρων a και u . $a = 1,282 / S_x$ $u = \bar{x} - 0,45 S_x$
3. Κατάταξη δείγματος σε φθίνουσα σειρά και αρίθμηση των παρατηρήσεων.
4. Προσδιορισμός Περιόδου Επαναφοράς από τον τύπο του Weibull $T=(N+1)/m$.
5. Υπολογισμός πιθανότητας μη υπέρβασης $F = 1-1/T$ (εμπειρική).
6. Εύρεση για κάθε $F=1-1/T$ της νέας παροχής απ'ευθείας από τον τύπο της θεωρητικής κατανομής Gumbel.
$$x = \bar{x} - S_x [0,45 + 0,7797 \ln \{ \ln(T) - \ln(T-1) \}]$$
7. Σχεδίαση θεωρητικής κατανομής και δείγματος με την ποσότητα $-\ln(\ln T - \ln(T-1))$.
8. Έλεγχος χ^2 για την καταλληλότητα της κατανομής.

ΚΑΤΑΝΟΜΗ GUMBEL ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ

Παράμετροι (μέθοδος ροπών)

$$c = \bar{x} + 0,45 S_x$$

$$a = 1,282 / S_x$$

Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας

$$f_X(x) = a e^{a(x-c) - e^{a(x-c)}}$$

Συνάρτηση Κατανομής

$$F_X(x) = 1 - e^{-e^{a(x-c)}}$$

$$x(T) = c + \frac{\ln(-\ln(1 - F_x))}{a} = c + \frac{\ln(-\ln(1/T))}{a}$$

ΚΑΤΑΝΟΜΗ WEIBULL

**Παράμετροι
(μέθοδος ροπών)**

$$\frac{\sigma^2}{\mu^2} + 1 = \frac{\Gamma(1 + \frac{2}{k})}{\left[\Gamma(1 + \frac{1}{k})\right]^2}$$

$$c = \frac{\mu}{\Gamma(1 + \frac{1}{k})}$$

**Συνάρτηση Πυκνότητας
Πιθανότητας**

$$f_X(x) = \frac{k}{c} * \left(\frac{x}{c}\right)^{k-1} e^{-(x/c)^k}$$

Συνάρτηση Κατανομής

$$F_X(x) = 1 - e^{-(x/c)^k}$$

$$x(T) = c * [-\ln(1 - F_x)]^{1/k} = c * [-\ln(1/T)]^{1/k}$$

μ, σ μέση τιμή και τυπική απόκλιση του δείγματος
 c, k παράμετροι της κατανομής Weibull
 $\Gamma(x)$ συνάρτηση Γάμα

ΚΑΤΑΝΟΜΗ LOG PEARSON III

Συνάρτηση Πυκνότητας Πιθανότητας

$$f_X(x) = \frac{\lambda^\kappa}{x\Gamma(\kappa)} * \ln(x-c)^{\kappa-1} e^{-\lambda(\ln x - c)}$$

Συνάρτηση Κατανομής

$$F_X(x) = \int_{e^c}^x \frac{\lambda^\kappa}{s\Gamma(\kappa)} * (\ln s - c)^{\kappa-1} e^{-\lambda(\ln s - c)} ds$$

Χειρισμός της κατανομής

$$Z = \frac{\ln x - \bar{x}_{\ln x}}{S_{\ln x}}$$

$$\ln x = zS_{\ln x} + \bar{x}_{\ln x}$$

$$x = e^{zS_{\ln x} + \bar{x}_{\ln x}}$$

Το Z υπολογίζεται από πίνακες με βάση την πιθανότητα εμφάνισης και το συντελεστή ασυμμετρίας της $\ln x$

Κατανομή Log Pearson III

Συνάρτηση Πυκνότητας
Πιθανότητας

$$f_X(x) = \frac{\lambda^\kappa}{x\Gamma(\kappa)} * \ln(x-c)^{\kappa-1} e^{-\lambda(\ln x-c)}$$

Συνάρτηση
Κατανομής

$$F_X(x) = \int_c^x \frac{\lambda^\kappa}{s\Gamma(\kappa)} * (\ln s-c)^{\kappa-1} e^{-\lambda(\ln s-c)} ds$$

Παράμετροι

c: παράμετρος κλίμακας

λ>0 παράμετρος σχήματος

κ>0 παράμετρος σχήματος

ΠΙΝΑΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ PEARSON III

Πίνακας 7.7: Δείκτης ανحرότητας K(T) της Pearson III

Φ	0.0010	0.0050	0.0100	0.0200	0.0250	0.0400	0.0500	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000	0.6000	0.7000	0.8000	0.9000	0.9500	0.9600	0.9750	0.9800	0.9900	0.9950	0.9990
gT	1.0010	1.0050	1.0101	1.0204	1.0256	1.0417	1.0526	1.1111	1.2500	1.4286	1.6667	2.0000	2.5000	3.3333	5.0000	10.000	20.000	25.000	40.000	50.000	100.00	200.00	1000.0
-3.5	-7.7202	-5.2529	-4.2247	-3.2264	-2.9130	-2.2686	-1.9715	-1.0955	-0.3217	0.0573	0.2277	0.4125	0.4939	0.5199	0.5624	0.5703	0.5713	0.5714	0.5714	0.5714	0.5714	0.5714	0.5714
-3.4	-7.6095	-5.1889	-4.1926	-3.2137	-2.9060	-2.2723	-1.9795	-1.1134	-0.3413	0.0421	0.2177	0.4106	0.4984	0.5500	0.5765	0.5867	0.5880	0.5881	0.5882	0.5882	0.5882	0.5882	0.5882
-3.3	-7.4874	-5.1436	-4.1592	-3.2000	-2.8979	-2.2751	-1.9807	-1.1308	-0.3610	0.0265	0.2177	0.4079	0.5024	0.5599	0.5919	0.6038	0.6057	0.6059	0.6060	0.6060	0.6061	0.6061	0.6061
-3.2	-7.3638	-5.0170	-4.1245	-3.1851	-2.8888	-2.2789	-1.9931	-1.1477	-0.3808	0.0105	0.2177	0.4045	0.5058	0.5605	0.6057	0.6217	0.6244	0.6247	0.6249	0.6249	0.6250	0.6250	0.6250
-3.1	-7.2688	-5.0290	-4.0896	-3.1691	-2.8786	-2.2778	-1.9987	-1.1642	-0.4006	-0.0060	0.2177	0.4004	0.5086	0.5789	0.6206	0.6406	0.6443	0.6446	0.6450	0.6451	0.6451	0.6452	0.6452
-3.0	-7.1823	-4.9686	-4.0514	-3.1519	-2.8673	-2.2778	-2.0033	-1.1801	-0.4204	-0.0228	0.2177	0.3953	0.5107	0.5878	0.6357	0.6602	0.6653	0.6658	0.6664	0.6665	0.6666	0.6667	0.6667
-2.9	-7.0444	-4.9088	-4.0129	-3.1356	-2.8549	-2.2788	-2.0071	-1.1954	-0.4401	-0.0400	0.2177	0.3899	0.5121	0.5963	0.6509	0.6807	0.6876	0.6884	0.6892	0.6893	0.6896	0.6896	0.6896
-2.8	-6.9150	-4.8467	-3.9730	-3.1140	-2.8413	-2.2747	-2.0099	-1.2101	-0.4598	-0.0575	0.2177	0.3835	0.5128	0.6043	0.6660	0.7021	0.7112	0.7123	0.7135	0.7138	0.7141	0.7142	0.7143
-2.7	-6.7942	-4.7831	-3.9318	-3.0932	-2.8266	-2.2716	-2.0118	-1.2242	-0.4793	-0.0752	0.2177	0.3764	0.5126	0.6118	0.6811	0.7242	0.7361	0.7376	0.7394	0.7399	0.7405	0.7407	0.7407
-2.6	-6.6719	-4.7181	-3.8993	-3.0712	-2.8106	-2.2674	-2.0126	-1.2377	-0.4997	-0.0932	0.2177	0.3685	0.5117	0.6185	0.6960	0.7471	0.7624	0.7646	0.7671	0.7678	0.7688	0.7691	0.7692
-2.5	-6.5481	-4.6518	-3.8454	-3.0479	-2.7934	-2.2622	-2.0125	-1.2504	-0.5179	-0.1114	0.2177	0.3599	0.5100	0.6246	0.7107	0.7706	0.7961	0.7931	0.7967	0.7976	0.7992	0.7997	0.8000
-2.4	-6.4228	-4.5839	-3.8001	-3.0233	-2.7751	-2.2558	-2.0113	-1.2634	-0.5368	-0.1298	0.2177	0.3506	0.5074	0.6300	0.7249	0.7847	0.8193	0.8231	0.8282	0.8296	0.8320	0.8328	0.8333
-2.3	-6.2963	-4.5147	-3.7535	-2.9974	-2.7554	-2.2483	-2.0080	-1.2736	-0.5555	-0.1483	0.2177	0.3406	0.5041	0.6346	0.7388	0.8193	0.8498	0.8549	0.8617	0.8637	0.8672	0.8686	0.8694
-2.2	-6.1632	-4.4440	-3.7034	-2.9703	-2.7346	-2.2397	-2.0057	-1.2841	-0.5738	-0.1668	0.2177	0.3300	0.4999	0.6383	0.7521	0.8442	0.8816	0.8881	0.8973	0.9001	0.9052	0.9074	0.9085
-2.1	-6.0364	-4.3719	-3.6560	-2.9418	-2.7123	-2.2299	-2.0013	-1.2938	-0.5918	-0.1854	0.2177	0.3187	0.4949	0.6412	0.7648	0.8694	0.9146	0.9229	0.9349	0.9388	0.9461	0.9494	0.9519
-2.0	-5.9078	-4.2983	-3.6052	-2.9120	-2.6889	-2.2189	-1.9957	-1.3026	-0.6094	-0.2040	0.2177	0.3068	0.4892	0.6433	0.7769	0.8946	0.9487	0.9592	0.9747	0.9798	0.9899	0.9950	0.9990
-1.9	-5.7755	-4.2234	-3.5529	-2.8809	-2.6641	-2.2067	-1.9891	-1.3105	-0.6266	-0.2223	0.2177	0.2944	0.4826	0.6445	0.7882	0.9199	0.9838	0.9967	1.0164	1.0231	1.0369	1.0443	1.0507
-1.8	-5.6419	-4.1476	-3.4993	-2.8485	-2.6381	-2.1933	-1.9812	-1.3176	-0.6443	-0.2409	0.2177	0.2815	0.4754	0.6449	0.7987	0.9450	1.0197	1.0354	1.0600	1.0886	1.0871	1.0975	1.1074
-1.7	-5.5070	-4.0693	-3.4444	-2.8147	-2.6108	-2.1787	-1.9723	-1.3238	-0.6596	-0.2592	0.2177	0.2681	0.4674	0.6444	0.8084	0.9698	1.0563	1.0751	1.1054	1.1163	1.1404	1.1548	1.1687
-1.6	-5.3709	-3.9902	-3.3880	-2.7796	-2.5821	-2.1629	-1.9621	-1.3290	-0.6753	-0.2774	0.2177	0.2542	0.4587	0.6430	0.8172	0.9942	1.0934	1.1157	1.1523	1.1658	1.1968	1.2162	1.2380
-1.5	-5.2335	-3.9097	-3.3303	-2.7432	-2.5532	-2.1459	-1.9508	-1.3333	-0.6905	-0.2963	-0.0001	0.2400	0.4494	0.6408	0.8252	1.0181	1.1307	1.1568	1.2006	1.2172	1.2561	1.2817	1.3127
-1.4	-5.0950	-3.8280	-3.2513	-2.7105	-2.5210	-2.1277	-1.9384	-1.3366	-0.7051	-0.3151	-0.0152	0.2253	0.4395	0.6378	0.8322	1.0414	1.1683	1.1984	1.2500	1.2700	1.3181	1.3511	1.3941
-1.3	-4.9555	-3.7450	-3.2110	-2.6766	-2.4885	-2.1082	-1.9247	-1.3390	-0.7191	-0.3305	-0.0305	0.2104	0.4290	0.6340	0.8384	1.0641	1.2058	1.2403	1.3004	1.3241	1.3827	1.4244	1.4822
-1.2	-4.8149	-3.6607	-3.1494	-2.6463	-2.4548	-2.0876	-1.9099	-1.3405	-0.7326	-0.3477	-0.0455	0.1952	0.4179	0.6294	0.8437	1.0861	1.2431	1.2822	1.3515	1.3793	1.4404	1.5011	1.5769
-1.1	-4.6734	-3.5753	-3.0866	-2.6148	-2.4196	-2.0657	-1.8939	-1.3409	-0.7454	-0.3646	-0.0601	0.1797	0.4064	0.6241	0.8481	1.0973	1.2802	1.3241	1.4031	1.4353	1.5181	1.5811	1.6782
-1.0	-4.5311	-3.4887	-3.0226	-2.5821	-2.3836	-2.0427	-1.8768	-1.3404	-0.7575	-0.3811	-0.0749	0.1640	0.3943	0.6181	0.8516	1.1276	1.3168	1.3658	1.4551	1.4919	1.5884	1.6639	1.7857
-0.9	-4.3881	-3.4011	-2.9573	-2.5481	-2.3462	-2.0185	-1.8586	-1.3389	-0.7690	-0.3973	-0.1041	0.1481	0.3819	0.6115	0.8543	1.1471	1.3530	1.4072	1.5071	1.5499	1.6600	1.7492	1.9089
-0.8	-4.2444	-3.3124	-2.8910	-2.5130	-2.3076	-1.9931	-1.8392	-1.3364	-0.7799	-0.4131	-0.1223	0.1320	0.3649	0.6041	0.8561	1.1657	1.3883	1.4481	1.5591	1.6060	1.7327	1.8366	2.0174
-0.7	-4.1002	-3.2229	-2.8236	-2.4807	-2.2679	-1.9666	-1.8186	-1.3339	-0.7900	-0.4285	-0.1396	0.1158	0.3556	0.5961	0.8570	1.1835	1.4234	1.4885	1.6110	1.6632	1.8062	1.9258	2.1405
-0.6	-3.9557	-3.1323	-2.7551	-2.4451	-2.2270	-1.9300	-1.7970	-1.3285	-0.7995	-0.4435	-0.1551	0.0994	0.3420	0.5876	0.8572	1.2003	1.4576	1.5283	1.6625	1.7203	1.8803	2.0164	2.2678
-0.5	-3.8109	-3.0410	-2.6837	-2.4108	-2.1850	-1.9102	-1.7743	-1.3231	-0.8083	-0.4581	-0.1720	0.0840	0.3280	0.5784	0.8561	1.2162	1.4810	1.5674	1.7127	1.7772	1.9547	2.1042	2.3887
-0.4	-3.6661	-2.9490	-2.6154	-2.3813	-2.1420	-1.8804	-1.7352	-1.3167	-0.8164	-0.4723	-0.1891	0.0690	0.3136	0.5663	0.8551	1.2313	1.5236	1.6057	1.7641	1.8336	2.0203	2.2008	2.5326
-0.3	-3.5214	-2.8552	-2.5522	-2.3468	-2.1049	-1.8465	-1.7126	-1.3094	-0.8246	-0.4860	-0.2031	0.0540	0.3000	0.5540	0.8540	1.2452	1.5553	1.6433	1.8143	1.8896	2.1019	2.2942	2.6691
-0.2	-3.3770	-2.7632	-2.4723	-2.3193	-2.0529	-1.8176	-1.6997	-1.3010	-0.8304	-0.4993	-0.2217	0.0400	0.2900	0.5584	0.8528	1.2452	1.5553	1.6433	1.8143	1.8896	2.1019	2.2942	2.6691
-0.1	-3.2332	-2.6696	-2.3996	-2.2670	-2.0009	-1.7846	-1.6728	-1.2911	-0.8364	-0.5121	-0.2371	0.0332	0.2840	0.5476	0.8499	1.2392	1.5581	1.6800	1.8636	1.9450	2.1784	2.3879	2.9079

Μ.Α. Μυϊκού, Τεχνολογία υδατικών πόρων, Σελίδες 330-31

Βήματα Προσαρμογής Λογαριθμικής Pearson III Κατανομής

1. Εύρεση στατιστικών χαρ/κών λογαρίθμων δείγματος (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, συντελεστής ασυμμετρίας).
2. Κατάταξη λογαρίθμων δείγματος σε φθίνουσα σειρά και αρίθμηση των παρατηρήσεων.
3. Προσδιορισμός Περιόδου Επαναφοράς από τον τύπο του Weibull $T=(N+1)/m$.
4. Εύρεση από Πίνακα Log Pearson των συντελεστών συχνότητας $K(T)$ με βάση το g του δείγματος και τα διάφορα T .
5. Εκτίμηση νέων θεωρητικών τιμών παροχών από τις σχέσεις:

$$y(T) = \bar{x}_{\ln x} + K(T) * S_{\ln x}, \text{ και } x(T) = e^{y(T)}$$

6. Γραμμική παλινδρόμηση μεταξύ λογαρίθμων δείγματος $y(T)$ και $K(T)$ με σκοπό την καλύτερη προσαρμογή των σημείων $y(T)$, $K(T)$, έτσι ώστε η ευθεία να $y(T)=m+K(T)*C$ να προσεγγίζει κατά το δυνατόν την ευθεία.
7. Εύρεση διορθωμένου $y'(T)$ από τη σχέση $y'(T) = m + K(T)*C$,
8. $x'(T) = e^{y'(T)}$.
9. Πλοτάρισμα θεωρητικής κατανομής και δείγματος με τα $K(T)$ στον οριζόντιο άξονα.
10. Έλεγχος χ^2 για την καταλληλότητα της κατανομής.

ΔΙΩΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ

$$p(n / N) = \binom{N}{n} p^n * q^{N-n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n * (1-p)^{N-n}$$

Η διωνυμική κατανομή δίνει την πιθανότητα να έχουμε n επιτυχίες σε N δοκιμές όπου p η πιθανότητα επιτυχίας κάθε δοκιμής και $q=1-p$ η πιθανότητα αποτυχίας κάθε δοκιμής

Παράδειγμα

Η πιθανότητα να εμφανιστεί η τιμή με πιθανότητα 20%, 3 φορές σε 5 χρόνια είναι $(5!/(3!*2!))*0.2^3*0.8^{(5-3)}=0.005$