

ΟΠΛΙΣΜΕΝΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ 1

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΑΠΟ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ + ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΚΑΘΗΓΗΤΩΝ

ΕΠΑΝΑΛΛΗΠΤΙΚΗ 2025

Θέμα 3 (1,50)

(α) Ο Πίνακας 2.1 του Τυπολογίου μετά την τιμή $\mu_{sd}=0,372$, (η οποία είναι με «έντονα» ψηφία) συνεχίζει με τιμές με «διαγραμμένα» ψηφία για την μ_{sd} . Εξηγήστε τι επισημαίνεται με τα «έντονα» και τι με τα «διαγραμμένα» ψηφία (0,50).

Αυτή $\mu_{sd}=0,372$ είναι η οριακή τιμή της ανηγμένης ροπής για την οποία εκπληρώνεται το κριτήριο «να έχει διαρρεύσει ο εφελκυσμένος χάλυβας κατά την οριακή κατάσταση αστοχίας» μιας απλά οπλισμένης διατομής. Στις πιο κάτω «διαγραμμένες» γραμμές, η διατομή έχει για κάθε γραμμή την αντίστοιχη φέρουσα ικανότητα, αλλά δεν εκπληρώνεται το κριτήριο.

(β) Να αποδείξετε πώς προκύπτει η τιμή $\mu_{sd}=0,372$ (1,00).

Η μέγιστη ροπή προκύπτει για τη μέγιστη θλίψη, άρα το μέγιστο βάθος x της θλιβόμενης ζώνης. Όσο το x αυξάνει, η παραμόρφωση του εφελκυσμένου χάλυβα μειώνεται, το όριο είναι το 0,217%.

Επομένως:

$$x = d \cdot [0,350/(0,350+0,217)] = 0,617 d$$

$$\text{Από Πίνακα 1.1 } \alpha=0,81 \quad \zeta=0,416$$

$$F_c = 0,81 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} = 0,81 \cdot b \cdot (0,617 d) \cdot f_{cd} = 0,500 b d f_{cd}$$

$$z = d - 0,416 \cdot x = d - 0,416 \cdot (0,617 d) = 0,7433 d$$

$$M = F_c \cdot z = 0,500 \cdot 0,7433 b d^2 f_{cd} = 0,372 b d^2 f_{cd}$$

$$\mu_{sd} = 0,372$$

ΚΑΝΟΝΙΚΗ 2025

Θέμα 2 (1,50).

(α) Ο Πίνακας 2.2 του τυπολογίου ξεκινά από την τιμή $\mu_{sd}=0,295$. Να αναπτύξετε (με τις κατάλληλες πράξεις) το πώς έχει προκύψει αυτή η τιμή (1,00).

Η πρώτη σειρά του Π.2.2 είναι η τελευταία σειρά του Π.2.1, που έχει προκύψει από τον περιορισμό $x/d \leq 0,45$ για απλό οπλισμό.

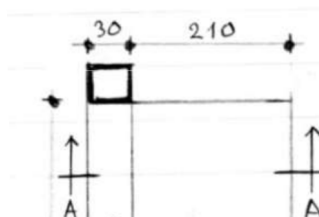
$$\text{Για } x=0,45d \text{ προκύπτει } F_c = b \cdot (0,8 \cdot 0,45d) \cdot f_{cd} = 0,36 \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

$$\text{και } z = d - 0,4 \cdot 0,45d = 0,82 d$$

$$\text{Για καθαρή κάμψη, } M_{sd} = F_c \cdot z = 0,36 \cdot 0,82 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0,295 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

(β) Στον ίδιο Πίνακα 2.2, να αιτιολογήσετε γιατί η διαφορά ($\omega_1 - \omega_2$) είναι σταθερή ($=0,360$) για όλα τα μ_{sd} και δια όλα τα d_2/d . Να αιτιολογηθεί μόνο η σταθερή διαφορά, όχι η τιμή 0,360. (0,50)

Η προηγούμενη τιμή $\mu_{sd}=0,295$ (που δίνει $\omega_1=0,360$) είναι οριακή με απλό οπλισμό, ώστε να μην καταστρατηγηθεί το $x/d \leq 0,45$. Προσθέτοντας ισόποσο εφελκυσμένο και θλιβόμενο οπλισμό, η μ_{sd} μπορεί να αυξάνει, χωρίς το x/d να αλλάζει.



ΕΠΑΝΑΛΛΗΠΤΙΚΗ 2024

3.2 Να αιτιολογηθεί το πώς προκύπτουν οι σχετικές απαιτήσεις (βάσει ποιου σκεπτικού) για τα ελάχιστα ποσοστά οπλισμών (καμπτικών και διατμητικών). Στη συνέχεια, να δοθούν οι μαθηματικές αποδείξεις για τους τύπους που δίνουν τα ποσοστά αυτά.

Ο ελάχιστος καμπτικός οπλισμός πρέπει να εξασφαλίζει ότι θα μπορεί να αναλάβει την εφελκυστική δύναμη που θα αναλάμβανε το άοπλο σκυρόδεμα πριν ρηγματωθεί (αν δεν μπορεί να συμβεί αυτό, ενδεχόμενη αστοχία θα είναι ψαθυρή, κάτι μη επιτρεπτό στο δομοστατικό σχεδιασμό).

Η μέγιστη εφελκυστική δύναμη του αρηγμάτωτου σκυροδέματος, για τριγωνικό διάγραμμα τάσεων στη μισή (εφελκυσμένη) διατομή, ισούται με:

$$F_{ct,max} = (b/2) \cdot d \cdot (0,5 \cdot f_{ctm}) = 0,25 \cdot b \cdot d \cdot f_{ctm} \quad [1]$$

Η εφελκυστική αντοχή του χάλυβα $F_s \geq F_{ct,max} (= A_{s,min} \cdot f_{yk})$ [2] πρέπει να είναι τουλάχιστον «κατά τι» μεγαλύτερη από την $F_{ct,max}$

Από [1] και [2] προκύπτει: $A_{s,min} = 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b \cdot d$

ΚΑΝΟΝΙΚΗ 2024

ΘΕΜΑ 3 (2 x 1 =2,0)

Ένας μηχανικός πληροφορείται ότι παράγονται ράβδοι ανοξείδωτου χάλυβα με όριο διαρροής $f_{yk} = 667 \text{ MPa}$.

(α) Γνωρίζοντας ότι η ανηγμένη ροπή, m_{lim} , ώστε να έχει διαρρεύσει ο εφελκυσμένος οπλισμός σε μια ορθογωνική διατομή με χάλυβα B500C, χωρίς θλιβόμενο οπλισμό, είναι $m_{lim} = 0.372$, διερωτάται πόση είναι η αντίστοιχη ανηγμένη ροπή για τον συγκεκριμένο ανοξείδωτο χάλυβα;

(β) Υπό ποιες προϋποθέσεις θα μπορούσε να αντικαταστήσει συμβατικό οπλισμό κάμψευς προβόλου από 4Φ25 κατηγορίας B500C με 3Φ25 από τη συγκεκριμένη παρτίδα του ανοξείδωτου χάλυβα; (να αγνοηθεί ο θλιβόμενος οπλισμός του προβόλου).

Θέμα 3 $667, 5 \div 1,15 = 580 \text{ MPa}$

(α) $\varepsilon_{s1} = \frac{580}{200.000} = 2,9\%$

$\frac{x}{d} = \frac{3,5}{2,9+3,5} = 0,547$

$F_s = 580 \cdot A_s = F_c = 0,8 \cdot b \cdot 0,547 d \cdot f_{cd} \Rightarrow A_s = \frac{0,8 \cdot 0,547 b d f_{cd}}{580}$

$M = 580 \cdot A_s \cdot (d - 0,4 \cdot 0,547 d) = \frac{580}{580} \cdot 0,8 \cdot 0,547 \cdot b d^2 f_{cd} (1 - 0,219)$
 $= 0,342 b \cdot d^2 f_{cd}$

(β) • Να διαθέτει αχμυρώσει αυξημένες κατά $\frac{667}{500} = 133\%$ των συρρικνώσεων
 • Να διαρρέει ο εφελκυστικός οπλισμός σωστών ΟΚΑ

ΚΑΝΟΝΙΚΗ 2019

Ζήτημα 1^οα) Ορθογωνική διατομή δοκού, χωρίς αξονική δύναμη, είναι οπλισμένη με τον ελάχιστο εφελκυσμένο οπλισμό $\rho_{\min} = 1.3\%$. Να βρεθεί η ανηγμένη ροπή αντοχής $\mu_{\min}$ (ένανς αδιάστατος αριθμός) που αντιστοιχεί σ' αυτόν τον ελάχιστο οπλισμό. Δίνονται: διαστάσεις διατομής $b/h/d$, υλικά: C25/30, B500C.

β) Στις περιπτώσεις κατά τις οποίες λαβαίνεται υπόψη η κράτυνση του χάλυβα, ο κανονισμός θέτει όριο για την μέγιστη παραμόρφωση του χάλυβα B500C την τιμή 67.5%. Γιατί δεν τίθεται, αντιστοίχως, όριο όταν δεν λαβαίνεται υπόψη η κράτυνση του χάλυβα; **(βαθμ. 1.5)**

Ζήτημα 1^ο

α) (βαθμ. 0.9)

Λύση είτε με εξισώσεις ισοδυναμίας είτε με χρήση πίνακα (δεκτές αμφότερες)

Λύση με εξισώσεις ισοδυναμίας:

$$A_{s1} = 1.3\% b d \rightarrow F_{s1} = A_{s1} f_{yd} = 1.3\% b d f_{yd}$$

$$F_c = 0.8 x b f_{cd} \rightarrow F_{s1} = F_c \rightarrow x = 1.3\% d f_{yd} / [0.8 f_{cd}] = 0.05 d \rightarrow z = d - 0.4 x$$

$$M = F_c z = 0.8 x b f_{cd} \{d - 0.4 x\} = 0.8 \cdot 0.05 d \cdot b \cdot f_{cd} \cdot (d - 0.4 \cdot 0.05 d) = 0.8 \cdot 0.05 \cdot 0.98 \cdot b d^2 \cdot f_{cd} = 0.0391 \cdot b d^2 \cdot f_{cd}$$

$$\mu_{\min} = M / [b d^2 f_{cd}] = \underline{\underline{0.0391}}$$

Ή εναλλακτικώς:

$$M = F_{s1} z = 1.3\% b d f_{yd} \{1 - 0.4 \cdot 1.3\% f_{yd} / [0.8 f_{cd}]\}$$

$$\mu_{\min} = M / [b d^2 f_{cd}] = 1.3\% [f_{yd} / f_{cd}] \{1 - 1.3\% f_{yd} / [2 f_{cd}]\} = \underline{\underline{0.0391}}$$

Ελεγχος: $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{c2} [1 - x] / x = 66.6\%$ όντως έχει διαρρέψει (αλλά και δεν έχει υπερβεί την τιμή 67.5%)

Λύση μέσω πίνακος:

$$\omega_{\min} = 1.3\% f_{yd} / f_{cd} = 0.04 \rightarrow \mu_{\min} = \underline{\underline{0.0391}}$$

β) (βαθμ. 0.6)

Παρατηρούμε ότι η απαίτηση για τοποθέτηση ελάχιστου οπλισμού αποτρέπει να αναπτυχθούν πολύ μεγάλες παραμορφώσεις στον χάλυβα ($\varepsilon_{s1} = 66.6\%$). Δεκτές και άλλες ποιοτικές αιτιολογήσεις (όχι αύξηση τάσεων κλπ).

ΘΕΜΑ 1° α) Από τί εξαρτάται η τιμή της ελάχιστης επικάλυψης, c_{min} , για τους οπλισμούς;

β) Ποια είναι η διαφορά της ελάχιστης επικάλυψης, c_{min} , από την ονομαστική επικάλυψη, c_{nom} ; (δεν ζητούνται αριθμητικές τιμές).

γ) Ποια από τις δύο επικαλύψεις λαμβάνεται υπόψη στον σχεδιασμό/ στην μελέτη; Ποια από τις δύο επικαλύψεις πρέπει να τηρείται στο έργο/στην κατασκευή; (βαθμ. 1.0)

Θέμα 1° (β. 1,0)

1/7

α) Η c_{min} σχετίζεται με τις απαιτήσεις συνάφειας του οπλισμού & τις απαιτήσεις ανθεκτικότητας του οπλισμού, καθώς & με τις απαιτήσεις ηυροηρωεστασίας.

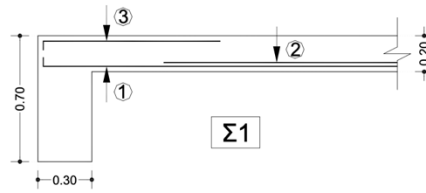
Όσο αφορά τη συνάφεια, $c_{min,b} = 0 \text{ ή } 0,1\bar{h}$, για $d_g \leq 32 \text{ mm}$, ακριώς $+5 \text{ mm}$
 όσο αφορά την ανθεκτικότητα, η $c_{min,dur}$ εξαρτάται από την κατηγορία συνθηκών περιβάλλοντος/κατηγορία έκθεσης (exp. class), την κατηγορία κατασκευής (str. class), με τις ενδεχόμενες αυξομειώσεις, & την κατηγορία αυταξίας εκπο/τας, μεγαλύτερη (ή ίση) από μια ενδεικτική ελάχιστη.

β) $c_{nom} = (c_{min} \geq 10 \text{ mm}) + (\Delta c_{dev} = 10 \text{ mm})$, για τις αναγόμενες αποστάσεις

γ) Η c_{min} πρέπει να τηρείται/εξασφαλίζεται στην κατασκευή/στο έργο, ενώ η c_{nom} πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στον σχεδιασμό/ στους υπολογισμούς & να αναγράφεται στα σχέδια.

ΘΕΜΑ 1° (βαθμ. 1.0)

α) Εκτός από τις συνθήκες (ευνοϊκές ή μή), ποια άλλη παράμετρος επηρεάζει και πώς, την οριακή τάση συνάφειας των ράβδων οπλισμού, κατά τον Κανονισμό;
 β) Στο συνημμένο σκαρίφημα Σ1 παρουσιάζεται μια πλάκα μονολιθικώς εδραζόμενη σε ακραία δοκό, καθώς και οι οπλισμοί της (ενδεικτικώς). Με τί συνθήκες συνάφειας και γιατί θα υπολογίσετε τις αγκυρώσεις των τριών (3) ομάδων ράβδων οπλισμού;

Θέμα 1ο

1/5

α) Εκτός από τις συνθήκες (ευνοϊκές ή μή, $\eta_1 = 1,0$ ή $0,7$), η συνάφεια επηρεάζεται και από τη διάμετρο των ράβδων οπλισμού (η_2), λόγω φαινομένων κλίμακας: $f_{bd} = (2,25 f_{ctd}) \cdot \eta_1 \cdot \eta_2$, $\eta_2 = \frac{132 - \phi^{mm}}{400}$, $\phi \geq 32$.
 η.χ. $\phi = 32 / \eta_2 = 1,00$, $\phi = 40 / \eta_2 = 0,92$. 0,4

β) Για οριζόντιες ράβδους, οι συνθήκες εφαρμόζονται από τη θέση με το ηάχος στη θέση αγκύρωσης/έντασης κ.λπ. κατά τη θέση εκρ/σης.

Ράβδοι 2: η $\angle 250$ mm, ευνοϊκές σ. / $\eta_1 = 1,0$

Ράβδοι 1/3: η $\angle 300$ mm για η $\angle 600$ mm,
 μή-ευνοϊκές σ. / $\eta_1 = 0,7$. 3×0,2

ΙΟΥΝΙΟΣ 2017

ΘΕΜΑ 1° Για την διαστασιολόγηση μιας ορθογωνικής διατομής η οποία καταπονείται από ροπή κάμψης, συνήθως χρησιμοποιούμε τον πίνακα με απλό οπλισμό (Πίνακας 2.1 στο Τυπολόγιο). Αν η ανηγμένη ροπή, μ , είναι μεγαλύτερη από την οριακή τιμή μ_{lim} , τότε χρησιμοποιούνται συνήθως οι πίνακες με διπλό οπλισμό (Πίνακες 2.2 ή 2.3 στο Τυπολόγιο).

Είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί ο Πίνακας 2.1 στις περιπτώσεις όπου η ανηγμένη ροπή είναι μεγαλύτερη από την οριακή ροπή; Αιτιολογήσατε και σχολιάσατε την απάντησή-σας. Γιατί η μέγιστη ανηγμένη ροπή στον Πίνακα 2.1 είναι 0.48; Πώς προκύπτει αυτή η τιμή;

(βαθμ. 2.0)

Θέμα 1° Ναι, είναι δυνατή η χρήση του πίνακα 2.1 για $\mu > \mu_{lim}$, όμως καθώς ο χάλυβας θα εφελκείται με τάση μικρότερη από το όριο διαρροής θα απαιτηθεί περισσότερος οπλισμός. Ετσι, αυτή η χρήση του πίνακα οδηγεί σε αντιοικονομικές λύσεις, ενώ συνεπάγεται και μειωμένη καμυλότητα. **Βαθμ. 0.8**

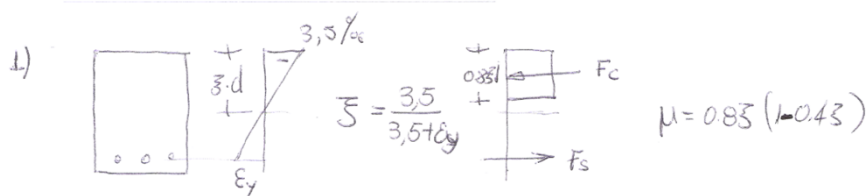
Η μέγιστη τιμή είναι 0.48 γιατί για την τιμή αυτή μηδενίζεται η τάση του χάλυβα (και θεωρητικά θα απαιτούταν άπειρος οπλισμός). **Βαθμ. 0.6**

Για μηδενική παραμόρφωση του χάλυβα είναι $x=d$, η θλιπτική δύναμη του σκυροδέματος είναι $F_c = 0.8dbf_{cd}$, ο μοχλοβραχίονας των εσωτερικών δυνάμεων είναι $z=d-0.4x=0.6x$, άρα η ροπή των εσωτερικών δυνάμεων είναι $M=0.48d^2bf_{cd}$, άρα $\mu=0.48$ **Βαθμ. 0.6**

ΓΕΝΝΑΡΗΣ 2017

ΘΕΜΑ 1° Η οριακή ανηγμένη ροπή, μ_{lim} , ώστε να έχει διαρρέψει ο εφελκυσμένος οπλισμός σε μια ορθογωνική διατομή με χάλυβα B500C χωρίς θλιβόμενο οπλισμό, είναι: $\mu_{lim}=0.372$. Πόση θα ήταν η αντίστοιχη ανηγμένη ροπή για χάλυβα B400C; Πόση θα ήταν η αντίστοιχη ανηγμένη ροπή για χάλυβα με χαρακτηριστικό όριο διαρροής $f_{yk}=450\text{MPa}$; Σχολιάσατε τα αποτελέσματα. (βαθμ. 2.0)

ΘΕΜΑ 1° Ο χάλυβας θα είναι στην παραμόρφωση διαρροής, ϵ_y και το σκυρόδεμα στην παραμόρφωση αστοχίας -3.5% . Βρίσκω το ξ συναρτήσει της παραμόρφωσης διαρροής του χάλυβα, και από την εξίσωση των ροπών βρίσκω το μ_{lim} .



B500C	$\epsilon_y = 2.17\%$	$\xi = 0.617$	$\mu = 0.372$
$f_{yk} = 450$	1.96	0.641	0.381 ←
B400C	1.74	0.668	0.392 ←

Καθώς μειώνεται η ποιότητα του χάλυβα (μειώνεται η παραμόρφωση διαρροής) αυξάνεται το ύψος της θλιβόμενης ζώνης. Αυτό έχει τις εξής δύο συνέπειες: αυξάνεται η θλιπτική δύναμη του σκυροδέματος και μειώνεται (λίγο) ο μοχλοβραχίονας των εσωτερικών δυνάμεων. Το τελικό αποτέλεσμα, από το γινόμενο των δύο αυτών μεγεθών, είναι η αύξηση της ροπής για την οποία διαρρέει ο οπλισμός.