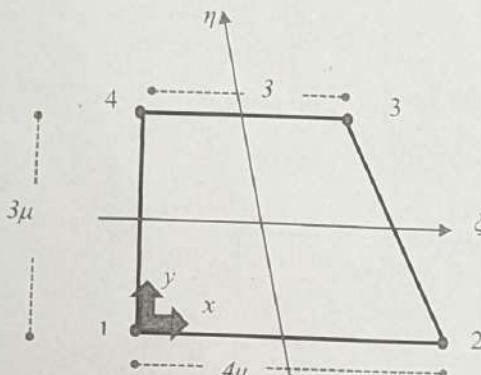
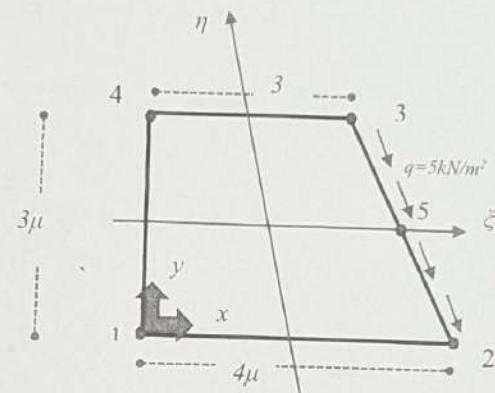




### Θέμα 10 (Μονάδες 2.0)



(a)



(b)

Συήμα 1

Δίδονται τα ισοπαραμετρικά στοιχεία επίπεδης έντασης του Σχήματος 1a και 1b με πάχος  $t=0.1\mu$ .

- i. Υπολογίστε τα λακωβιανά μητρώα  $J$  των στοιχείων 1a και 1b.
  - ii. Τι θα συνέβαινε στα μητρώα αυτά εάν ο κόμβος 2 είχε συντεταγμένες ( $x=1, y=2.5$ )?

### Θέμα 2ο (Μονάδες 3.0)

Για το 5κομβικό στοιχείο του Σχήματος 1b:

- Υπολογίστε τις συναρτήσεις σχήματος με απευθείας χρήση πολυωνύμων Lagrange

ii. Διατυπώστε τη φυσική σημασία της συνάρτησης N2 και εξηγήστε πως και γιατί διαφοροποιείται από την αντίστοιχη συνάρτηση N2 του στοιχείου 1a.

iii. Υπολογίστε τις ισοδύναμες επικόμβιες δράσεις καθώς και το μητρώο παραμόρφωσης B για φόρτιση  $10\text{KN}/\text{m}^2$  παράλληλα στην πλευρά 2-5-3 (βλ. Σχήμα).

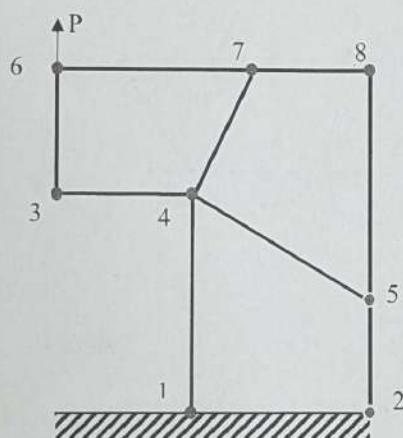
iv. Υπολογίστε την τάση σχ κατά μήκος της πλευράς 1-2 για πλήρη δέσμευση των κόμβων 3 και 4 του στοιχείου και σχολιάστε την ακρίβειά της.

$$\Delta \text{ίνονται: } L_1^2 = 1/2(1-\xi), L_2^2 = 1/2(1+\xi) \\ L_1^3 = 1/2(-\xi + \xi^2), L_2^3 = 1/2(\xi + \xi^2), L_{1,2}^3 = (1 - \xi^2)$$

## Θέμα 2ο (μονάδες 5.0)

Δίδεται το επίπεδο χωρίο του Σχήματος 2. Το χωρίο είναι πλήρως δεσμευμένο στο κάτω άκρο του και υποβάλλεται σε ένα συγκεντρωμένο φορτίο P όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι κόμβοι της άνω παρειάς είναι κινηματικά δεσμεψένοι ούτως ώστε να μετακινούνται με την ίδια κατακόρυφη μετατόπιση. Το χωρίο διακριτοποιείται με τετραπλευρικά πεπερισμένα στοιχεία επίπεδης έντισης.

- i. Να διατυπωθεί η εξισωση κινηματικών περιορισμών του προβλήματος.
  - ii. Να διατυπωθεί η επαυξημένη μορφή του ολικού δυναμικού του προβλήματος σύμφωνα με τη μέθοδο πολλαπλασιαστών ποινής και να παραχθούν οι τροποποιημένες εξισώσεις ισορροπίας του προβλήματος.
  - iii. Να περιγραφεί η διαδικασία υπολογισμού του διανύσματος των τάσεων στον κόμβο 4.
  - iv. Να σχολιαστεί η ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου ως προς το διάνυσμα τάσεων στον κόμβο 4.



Σχήμα 2