

Πειραματική Έκταση

No.

Date

30/09/2024

30% Πειράματα υποχρ

ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

$n \rightarrow$ διαστάσεις μεταβλητές

$k \rightarrow$ ορισμένες μεταβλητές ($k < n$)

$k = n - m \rightarrow$ αριθμός των βασικών διαστάσεων

$\begin{bmatrix} \text{μάζα, μήκος, χρόνος} \\ M, L, T \end{bmatrix}$ (ή και θερμοκρασία)
(kg, m, sec)

αρχή = διαστάσεις

↑

$$[x] = [M^a \cdot L^b \cdot T^c]$$

$$\text{π.χ. } [v] = [L^1 T^{-1}]$$

$$[F] = [M^1 L^1 T^{-2}]$$

Άλλο διαστάσεις, άλλα μονάδες μέτρησης

Παραμετρήματα διαστατικής ανάλυσης

α) Οικονομία σε χρόνο και χρήμα

$F = f(\rho, u, \mu) \rightarrow$, π.χ. πλανά βρω 10 σημεία της καμπύλης βέσω 10 πειράματα

$$\frac{F}{\rho l^2 u^2} = \phi\left(\frac{\rho u l}{\mu}\right) \rightarrow \frac{F}{\rho l^2 u^2} = \phi(Re), \text{ εδώ δάσω 10 ταχύτητες μόνο}$$

αριθμός Reynolds

β) Σχεδιασμός πειράματος, σωστή σχέση

γ) Παρέχει νόμους αντιστάσης

Συνήθως στα πειράματα

- Ανεξάρτητες: $[v] = [L T^{-1}]$, $[\rho] = [M L^{-3}]$, $[\mu] = [M L^{-1} T^{-1}]$
 $[g] = [L T^{-2}]$, $[l] = [L]$

- Ελαστηµόδες: $[F] = [M \cdot L \cdot T^{-2}]$ $[P] = [M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}]$ $\left(\frac{F}{A}\right)$
 $[T] = [M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}]$

Αρχή διαστατικής ομογένειας

Κάθε επίσηµη που εφαρμόζει φυσικό νόµο πρέπει να είναι διαστατικό οµογενής

π.χ. Επίσηµη Bernoulli

$$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{σταθ} \quad \rightarrow \quad z + \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2g} = \text{σταθ}$$

$$\left[\frac{P}{\rho}\right] = [L^2 \cdot T^{-2}] \quad , \quad \left[\frac{V^2}{2}\right] = [L^2 \cdot T^{-2}]$$

$$g \cdot z = [L^2 \cdot T^{-2}]$$

$$[z] = [L] \quad , \quad \left[\frac{P}{\rho}\right] = [L] \quad , \quad \left[\frac{V^2}{2g}\right] = [L]$$

ΠΑΡΑΜΕΤΡΑ

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad \cdot \quad y = \frac{1}{2} g^2 t \quad ;$$

$$[L] = [L \cdot T^{-2}] \cdot [T] = [L^2 \cdot T^{-3}] \rightarrow \text{ΛΑΘΟΣ}$$

$$[L] = [L \cdot T^{-2}] \cdot [T^2] = [L] \rightarrow \text{ΣΕΣΤΟ}$$

Όµος επίσηµη Manning (εμπειρική σχέση)

$$Q = \frac{1}{n} \cdot R h^{\frac{2}{3}} \cdot \rho^{\frac{1}{2}} \cdot A$$

$$[L^3 \cdot T^{-1}] \neq [L^{\frac{8}{3}}]$$

Θεώρημα Rayleigh

$$\Phi = \Phi(x, y, z)$$

$$\Phi = k \cdot x^a \cdot y^b \cdot z^c$$

$$[\Phi] = [L^{\Phi} \cdot M^{\Phi} \cdot T^{\Phi}]$$

$$[x] = [L^x \cdot M^x \cdot T^x]$$

$$[y] = [L^y \cdot M^y \cdot T^y]$$

$$[z] = [L^z \cdot M^z \cdot T^z]$$

$$(I): \Phi_1 = ax_1 + by_1 + cz_1$$

$$(II): \Phi_2 = ax_2 + by_2 + cz_2$$

$$(I): \Phi_3 = ax_3 + by_3 + cz_3$$

↓

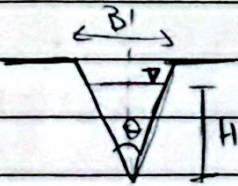
Τα μόνα άγνωστα που μπορούμε να βρού είναι τα a, b, c

Π.Ε.

$$P = f(\gamma, \theta, H) \quad (P = \frac{F}{L} T)$$

$$P = \text{σταθ} \cdot \gamma^a \cdot \theta^b \cdot H^c$$

Παράδειγμα



$\theta = ;$

ΛΥΣΗ

$$Q = f(\gamma, H, g, \rho, \mu)$$

fluides

Έχω τρέβ άρα ρ, μ σταθερά
Για τρέβ άρα θ (δεν χρειάζεται να το γ, B, H)

$$Q = f(H, g)$$

$$Q = \text{σταθ} \cdot H^a \cdot g^b$$

$$[L^3 \cdot T^{-3}] = [L^a] \cdot [L \cdot T^{-2}]^b$$

$$[L^3 \cdot T^{-3}] = [L^{a+b} \cdot T^{-2b}]$$

$$(I): a+b=3$$

$$(I): -2b=-3 \Rightarrow b=\frac{3}{2}$$

$$a=\frac{5}{2}$$

$$Q = \text{σταθ} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot H^{\frac{5}{2}}$$

Για θ μεταβλητή
 $\theta = f(B, H, g)$
 $Q = \text{σταθ. } H^a \cdot g^b \cdot B^c$

Θα έχω 3 γνωστές a, b, c αλλά 2 εξισώσεις

$$[L^3 \cdot T^{-1}] = [L]^a \cdot [L \cdot T^{-2}]^b \cdot [L]^c$$

(L): $3 = a + b + c$ $\Rightarrow$ Το θ.δ. δεν θα είναι πάντα
 (T): $-1 = -2b$ (αν οι ανεξάρτητες είναι πιο πολλές από τις εξισώσεις)

Θεώρημα Π (Buckingham)

$\Pi \rightarrow$ αδιάστατο μονόμετρο
 $n \rightarrow$ διαστάσεις μεταβλητές
 $m \rightarrow$ πλήθος βασικών διαστάσεων
 $k \rightarrow$ πλήθος αδιάστατων μονομέτρων

$$\left\{ \begin{array}{l} k = n - m \\ k = n - r \text{ (αυστηρά)} \end{array} \right.$$

$$x_1 = f(x_2, x_3, \dots, x_n) \rightarrow \Pi_1 = \phi(\Pi_2, \dots, \Pi_k)$$

Βήματα

- 1) Επιλογή των n μεταβλητών
- 2) Διαστάσεις της κάθε μεταβλητής $\rightarrow m$
- 3) $k = n - m$ (αυστηρά)
- 4) Επιλογή επαναλαμβανόμενων μεταβλητών (πλήθος m)
 Θα είναι πρόσχη
- 5) $\Pi_1, \dots, \Pi_k \sim$ προεπιλεγμένος αριθμός

e) $F(\pi_1, \dots, \pi_k) = 0$ ή $\pi_1 = \Phi(\pi_2, \dots, \pi_k)$

Προβλήματα

$$F = f(l, U, \rho, \mu)$$

ΛΥΣΗ

Εφαρμογή θεωρήματος Π

1. $F, l, U, \rho, \mu \rightarrow n=5$

2.

F	l	U	ρ	μ
$M \cdot L \cdot T^{-2}$	L	$L \cdot T^{-1}$	$M \cdot L^{-3}$	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$

 $\Rightarrow m=3$
(εξαρ. μεγ. της βασικής ποσότητας)

3. $k = n - m = 5 - 3 = 2 \rightarrow \pi_1, \pi_2$

4. Σίχαπα δεν είναι η F και το μ
από το υπόθετο επιλέγεται

Άρα είναι l, U, ρ

5. $\pi_1 = l^a \cdot U^b \cdot \rho^c \cdot F$
 $\pi_2 = l^d \cdot U^e \cdot \rho^f \cdot \mu$

(M): $M^0 L^0 T^0 = [L^0] \cdot [L T^{-1}]^b \cdot [M L^{-3}]^c \cdot [M L \cdot T^{-2}]$

(L): $0 = \gamma + 1 \Rightarrow \gamma = -1$

(L): $0 = a + b - 3c + 1$

(T): $0 = -b - 2 \Rightarrow b = -2$

$\gamma \Rightarrow a = -2$

$$\pi_1 = l^{-2} \cdot U^{-2} \cdot \rho^{-1} \cdot F = \frac{F}{\rho U^2 l^2}$$

Αντικαθιστώντας για το π_2 προκύπτει $\delta = \epsilon = \zeta = -1$

298

Διαστάσεις αιώσεων → ελαττωτές

298

$$Q = \frac{V}{T} = A \cdot U$$

Παραδείγματα (Σεμπημα 7)

$$\omega = \omega(\rho, \mu, V, D, k_s)$$

NUSH

1) Διαστάσεις μεταβλητές: $\omega, \rho, \mu, V, D, k_s \rightarrow n=6$

$$\rightarrow \frac{F}{A} \rightarrow \left[\frac{MLT^{-2}}{L^2} \right]$$

2)

ω	ρ	μ	V	D	k_s
$ML^{-1}T^{-2}$	$M \cdot L^{-3}$	$ML^{-1}T^{-1}$	L^3T^{-1}	L	L

 $\rightarrow m=3$

→ εφόσον υπάρχουν 3 ανεξάρτητες μεταβλητές

3) $k = n - m \quad 6 - 3 = 3 \Rightarrow \pi_1, \pi_2, \pi_3$

4) ρ, V, D

5)
$$\begin{aligned} \pi_1 &= \rho^a \cdot V^b \cdot D^c \cdot \omega \\ \pi_2 &= \rho^d \cdot V^e \cdot D^f \cdot \mu \\ \pi_3 &= \rho^g \cdot V^h \cdot D^i \cdot k_s \end{aligned}$$

$$(\pi_1): [M^0 L^0 T^0] = [M \cdot L^{-3}]^a \cdot [L^3 T^{-1}]^b \cdot [L]^c \cdot [M L^{-1} T^{-2}]$$

$$(M): 0 = a + 1 \Rightarrow a = -1$$

$$(L): 0 = -3a + b - 1 + c \Rightarrow c = 0$$

$$(T): 0 = -b - 2 \Rightarrow b = -2$$

$$\pi_1 = \frac{\omega}{\rho V^2}$$

$$(\pi_2): \delta = \varepsilon = f = -1$$

$$\pi_2 = \frac{\mu}{\rho v D} = \frac{1}{Re}$$

$$(\pi_3): n = 0, i = -1$$

$$\pi_3 = \frac{k_s}{D}$$

$$6) \pi_1 = f_1(\pi_2, \pi_3) \Rightarrow$$

$$\frac{C_D}{\rho v^2} = f_1\left(\frac{1}{Re}, \frac{k_s}{D}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{C_D}{\rho v^2} = f_2\left(Re, \frac{k_s}{D}\right)$$

Tháp nghiêng (cột nghiêng) (nghiêng)



$$1) \frac{NKH}{q} = f_1(h, w, q) \rightarrow \text{to create a new model}$$

$$n = 4$$

$$2) \begin{array}{c|c|c|c} q & h & w & q \\ \hline 2T^{-1} & L & L & 2T^{-2} \end{array} \quad m = 2$$

2 on 3 enu

q on Q



$$3) \quad k = n - m = 4 - 2 = 2 \begin{matrix} \nearrow \pi_1 \\ \searrow \pi_2 \end{matrix}$$

$$4) \quad g, h$$

$$5) \quad \begin{aligned} \pi_1 &= g^a \cdot h^b \cdot q \\ \pi_2 &= g^c \cdot h^d \cdot \omega \end{aligned}$$

$$(U): [M^0 L^0 T^0] = [L^1 T^{-2}]^a \cdot [L]^b \cdot [L T^{-1}]$$

$$\begin{aligned} (L): 0 &= 0a + b + 1 \quad \rightarrow b = -1 \\ (T): 0 &= -2a - 1 \quad \rightarrow a = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\pi_1 = \frac{q}{g^{1/2} \cdot h^{3/2}}$$

$$(U_2): [L^0 T^0] = [L T^{-2}]^c \cdot [L]^d \cdot [L]$$

$$\begin{aligned} (L): 0 &= c + d + 1 \quad \rightarrow d = -1 \\ 0 &= -2c \quad \rightarrow c = 0 \end{aligned}$$

$$\pi_2 = \frac{\omega}{h}$$

$$6) \quad \pi_1 = f(\pi_2) \rightarrow \frac{q}{g^{1/2} \cdot h^{3/2}} = f\left(\frac{\omega}{h}\right) \rightarrow \frac{q}{g^{1/2} \cdot h^{3/2}} = f_1\left(\frac{h}{\omega}\right)$$

$$\Rightarrow q = g^{1/2} \cdot h^{3/2} \cdot f_1\left(\frac{h}{\omega}\right)$$

$$q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} h^{3/2}$$

Maxwell Rayleigh

$$\omega = \text{grad} \cdot (EI)^a \cdot l^b \cdot m^c$$

$$[T^{-1}] [ML^3 \cdot T^{-2}]^a [L]^b [M]^c$$

$$(T): -1 = -2a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

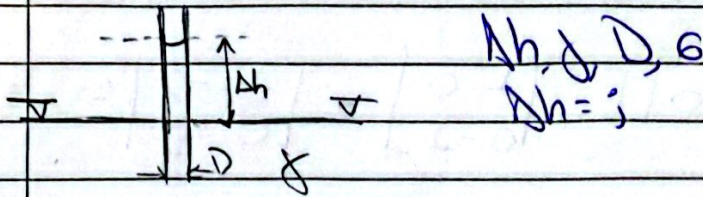
$$(M): 0 = a + c \Rightarrow c = -\frac{1}{2}$$

$$(L): 0 = 3a + b \Rightarrow b = -\frac{3}{2}$$

$$\text{Αρα } \omega = \text{grad} \cdot (EI)^{\frac{1}{2}} \cdot l^{-\frac{3}{2}} \cdot m^{-\frac{1}{2}} \rightarrow$$

$$\omega = \text{grad} \cdot \left(\frac{EI}{l^3 \cdot m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Παραγοντική Δ.Θ.



ΔΥΣΗ

$$\Delta h = 1 (\delta, D, 6)$$

$$1) \quad n=4$$

$$2) \quad \Delta h \mid \text{⊗} \mid \Delta \mid \text{⊙} \rightarrow \text{π.γ} \rightarrow \text{α.δ.α.μ}$$

$$2 \mid \text{NT}^2 \mid 2 \mid \text{NT}^2 \rightarrow m=3$$

$$3) \quad k = n - m = 1$$

$$4) \quad \delta, D, 6$$

$$5) \quad \Delta h = \delta \cdot D^6 \cdot 6^5 \cdot \Delta h \rightarrow \Delta h = \frac{6 \cdot \Delta h}{10^3}$$

$$b) \quad \Pi_1 = \text{stad} \rightarrow \frac{6 \Delta h}{D^3} = 6 \text{ rad} \rightarrow \text{NAEOL}$$

$$\text{Opus} \quad \frac{\Delta h}{D} = \frac{6}{D^2} \cdot f(\omega)$$

ISYETI NYTO

ΛΡΟΥ

$r \neq m$

Totm tivar (pa va epw r)

	Δh	D	δ	ϵ
N	0	0	1	1
L	1	1	-2	0
T	0	0	-2	-2

Tairpw tetragwirov nivarw

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 0 \cdot 1 - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= -(-2 \cdot 0) + (-2 \cdot 0) = 2 - 2 = 0 \text{ } \text{dapa } \text{teu } \text{pas } \text{reier}$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = -2 \cdot 2 - 0 \cdot (-2) = 4 \neq 0 \text{ } \text{dapa } \boxed{r=2}$$

$$\text{Apo } k = n - r = 4 - 2 = 2 \rightarrow \Pi_1$$

$\rightarrow \Pi_2$

Enaw met. o f, D

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= f \cdot D^0 \cdot \Delta h \rightarrow \Pi_1 = \frac{\Delta h}{D} \\ \Pi_2 &= f \cdot D^0 \cdot 6 \rightarrow \Pi_2 = \frac{6}{D^2} \end{aligned} \quad \left(\Pi_1 = f(\Pi_2) \right)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta h}{D} = f\left(\frac{6}{D^2}\right)$$

Εστω ότι είναι $\Delta h = f(\rho, g, D, \omega)$

4 ρ, g, D

$$5 \quad \pi_1 = \frac{\Delta h}{D}, \quad \pi_2 = \frac{g}{\rho g D^2} = \frac{6}{D^2}$$

Ελέγχος Πινάκων

	Δh	D	ρ	g	ω
N	0	0	1	0	1
L	1	1	-3	1	0
T	0	0	0	-2	-2

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -2 + 6 = 4 \neq 0$$

$$\underline{r=3=m}$$

ΒΑΣΙΚΟΙ ΑΝΙΣΤΑΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Δύναμη αδράνειας: $F_i = m \cdot a \sim MVT^{-1} \sim \rho L^3 \frac{V \cdot V}{L} \sim \rho V^2 L^2$

Δύναμη βαρύτητας: $F_g = mg \sim \rho L^3 g$

Δύναμη τριβής: $F_p = \Delta p \cdot A \sim \rho L^2$

Δύναμη συνεκτικότητας: $F_v = TA \sim \mu \frac{dv}{dy} A \sim \mu \frac{V}{L} \cdot L^2 \sim \mu V L$

$$\frac{F_i}{F_v} = \frac{\rho V^2 L^2}{\mu V L} = \frac{\rho V L}{\mu}$$

$$R = \frac{VL}{\nu} \quad , \quad \nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \text{αριθμός Reynolds}$$

$$\bullet \frac{F_i}{F_g} = \frac{\rho V^2 L^2}{\rho L^3 g} \sim \frac{V^2}{Lg} \rightarrow Fr^2$$

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{Lg}} \quad \text{αριθμός Froude}$$

$$\bullet \frac{F_p}{F_i} = \frac{\Delta P L^2}{\rho V^2 L^2} = \frac{\Delta P}{\rho V^2}$$

$$Eu = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad \text{αριθμός Euler}$$

$$\bullet Ca = \frac{P - P_{ap}}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad (\text{αριθμός capillariness})$$

$$\bullet \frac{F_i}{F_s} \sim \frac{\rho V^2 L^2}{6L} = \frac{\rho V^2 L}{6} = We \quad \text{αριθμός Weber (drag tension)}$$

$$\bullet M = \frac{V}{c} \quad \text{αριθμός Mach (αυτός ερμηνεύει την συμπεριφορά της)} \\ \text{επειδή ακριβώς η ταχύτητα του ήχου } c \rightarrow M=0$$

επειδή ακριβώς η ταχύτητα του ήχου $c \rightarrow M=0$

$$\bullet St = \frac{\omega \cdot L}{V} \quad , \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{αριθμός Strouhal}$$

$$10^2 < Re < 10^7 \rightarrow \frac{\omega d}{2\pi V} \approx 0.21$$

(για μν πόλη μν ποή)



Ημερομηνία επιμέλειας

Ορίστε 3x3

ISXYS: ΔΥΝΑΜΗ x ΤΑΧΥΤΗΤΑ

$$P = F \cdot V$$

$$r = \frac{1}{f}$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = (-1)^{2+1} \cdot a \cdot \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} + (-1)^{3+1} \cdot b \cdot \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + (-1)^{4+1} \cdot c \cdot \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

$$Re = \frac{\rho U L}{\mu}$$

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g L}} \rightarrow \text{ποῖν με εἰσέρχεται επιρροή}$$

→ Για πόσα με ταχύτητα:

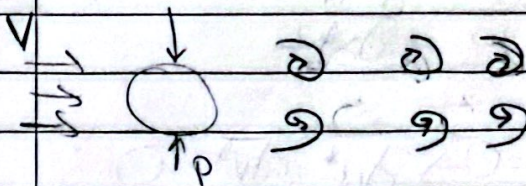
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$St = \frac{\omega [D(nL)]}{2\pi V} = \frac{f \cdot L}{V}$$

$$\frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = f$$

συχνότητα ή αριθμός ανακρίσεων

- Κλίμακα μέγεθος ποῖν (αριθμός, σε ποῖν)



→ Ο, επιρροή αυτοῖ
Επιρροή ταχύτητας στο
κλίμακα

$$St = \frac{f \cdot D}{V}$$

$Re > 1000 \rightarrow St \approx 0.21$, εἰσέρχεται αὐτὸ St

Αξιοσηπότερήν ενήν

δημιουργία
του πλάτους

2-D πόν (x, y)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \left[\frac{1}{L} \right]$$

8 ↑ ↓ y

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \left(\frac{1}{L} \right)$$

Μόνιμη πόν

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \left(\frac{1}{L} \right)$$

Λόγω τα μέγεθος ομοιογενή:

$$- \quad x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad u^* = \frac{u}{V_0}, \quad v^* = \frac{v}{V_0}, \quad p^* = \frac{p}{\rho V_0^2}$$

$$- \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial (u^* \cdot V_0)}{\partial (x^* \cdot L)} = \frac{V_0}{L} \frac{\partial u^*}{\partial x^*}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial (v^* \cdot V_0)}{\partial (y^* \cdot L)} = \frac{V_0}{L} \frac{\partial v^*}{\partial y^*}$$

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = u^* \cdot V_0 \cdot \frac{\partial (u^* \cdot V_0)}{\partial (x^* \cdot L)} = \frac{V_0^2}{L} \cdot u^* \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x^*}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 (u^* \cdot V_0)}{\partial (x^* \cdot L)^2} = \frac{V_0}{L^2} \cdot \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}}$$

$$- \quad \frac{V_0}{L} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{V_0}{L} \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0$$

$$\rho \cdot \frac{V_0^2}{L} \left(u^* \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right) = -\frac{\rho V_0^2}{L} \frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\mu V_0}{L^2} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right)$$

$$\rho \cdot \frac{V_0^2}{L} \left(u^* \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) = -\rho g - \frac{\rho V_0^2}{L} \frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{\mu V_0}{L^2} \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) \Rightarrow$$

(: ρ V₀²)

http://www.tanengh.com

ANALYSIS OF FLUIDS

No.

Date

$$\frac{\mu V \omega}{L^2}$$

$$\Rightarrow u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = - \frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \left(\frac{\mu}{\rho V \omega L} \right) \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right)$$

$$\Rightarrow u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = - \frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \left(\frac{\mu}{\rho V \omega L} \right) \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right)$$

so ΠΕΦΤΕΙ so

$$\frac{\rho g}{\rho V \omega^2 L}$$

$$\frac{\Delta}{Fr^2}$$

$$\frac{\Delta}{De}$$

Quotient

Εάν quotient ω

Κάθε ουσία με ραβδόμορφο (r) έχει ένα τιμή

Εάν quotient

Γεωμετρική

Quotient

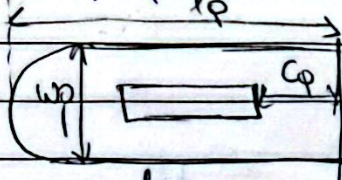
Λειτουργική

Quotient

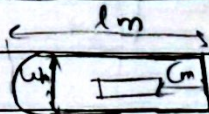
Δυναμική

Quotient

→ Γεωμετρική ομοιομορφία



πρωτότυπο



μοίμορφο

→ γεωμετρική ομοιομορφία

$$\frac{l_m}{l_p} = \frac{w_m}{w_p} = \frac{c_m}{c_p} = Lr = \text{σταθ.}$$

$$\frac{A_m}{A_p} = \frac{l_m^2}{l_p^2} = Lr^2$$

$$\frac{V_m}{V_p} = Lr^3$$

→ Κινηματική ποιοίτητες

$\frac{L_m}{L_p} = \frac{L_r}{L_p} = \sigma_{\text{ταρ}}$ → ελπίδα μιν
 $\frac{T_m}{T_p} = \frac{T_r}{T_p} = \sigma_{\text{ταρ}}$ → ελπίδα τριών
 $\frac{V_r}{V_p} = \frac{V_m}{V_p} = \frac{\frac{L_m}{T_m}}{\frac{L_p}{T_p}} = \frac{L_m}{L_p} \cdot \frac{T_p}{T_m} = \frac{L_r}{T_r} = \sigma_{\text{ταρ}}$

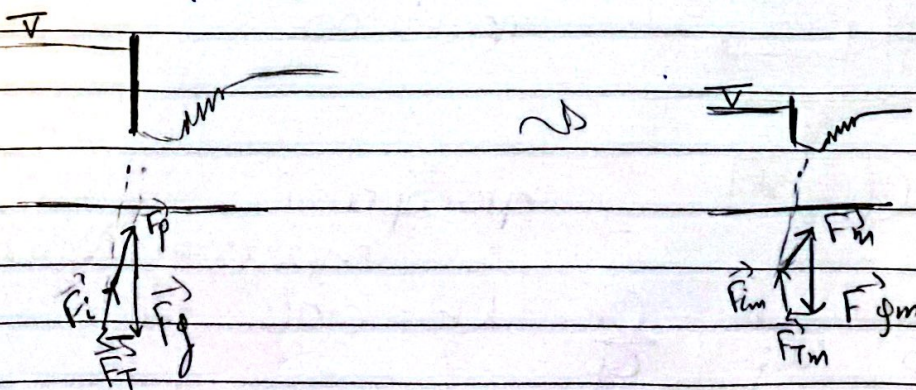
→ Δυναμική ποιοίτητες

$\frac{F_m}{F_p} = \sigma_{\text{ταρ}} \Rightarrow$ αλληλεπίδραση κινηματική ποιοίτητες

Για ποίς ομακύνειστων ποίτων

- (α) χωρίς ελπίδα επιπίδα : $R_{em} = R_{ep}$
 (β) με ελπίδα επιπίδα : $R_{em} = R_{ep}$ και $F_{rm} = F_{rp}$

$\vec{F}_i = \vec{F}_p + \vec{F}_g + \vec{F}_T$



Σύμφωνα με αρχή αρχής επιφάνειας.

$$- F_{rm} = F_{rp} \Rightarrow \frac{V_m}{\sqrt{g L_m}} = \frac{V_p}{\sqrt{g L_p}} \Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V_r = \sqrt{L_r}}$$

$$\frac{T_m}{T_p} = \frac{\frac{L_m}{V_m}}{\frac{L_p}{V_p}} \Rightarrow T_r = \frac{L_r}{V_r} \Rightarrow \boxed{T_r = \sqrt{L_r}}$$

$v = \frac{V}{p}$

$$- Q_{em} = Q_{ep} \Rightarrow \frac{V_m \cdot L_m}{V_m} = \frac{V_p \cdot L_p}{V_p} \Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \frac{V_m \cdot L_p}{L_m}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_r = \frac{V_r}{L_r}} \Rightarrow v_r = V_r \cdot L_r$$

$$\frac{T_m}{T_p} = \frac{\frac{L_r}{V_m}}{\frac{L_p}{V_p}} = \frac{L_r}{V_r} = \frac{L_r}{\frac{V_r}{L_r}} = \frac{L_r^2}{V_r} \Rightarrow \boxed{T_r = \frac{L_r^2}{V_r}}$$

Av $\begin{matrix} Q_{em} = Q_{ep} \\ F_{rm} = F_{rp} \end{matrix} \Rightarrow v_r = \sqrt{L_r} \cdot L_r = L_r^{\frac{3}{2}}$

$$Av \quad L_r = \frac{1}{10} \quad , \quad v_r = \left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{3}{2}} = 0.032 \Rightarrow V_m = 32 \cdot 10^{-8} \frac{m^2}{s}$$

$$Nepo \quad V_p = 10^{-6} \frac{m^2}{s}$$

Μεταβλητή ποσότητα

→ μεταβλητή ποσότητα είναι ο λόγος της μεταβολής της ποσότητας προς την μεταβολή της ανεξάρτητης μεταβλητής (σε απόσταση στον άξονα x ή υπολογισμός)

Rem = Rep ~ ποσότητα Reynolds

$$V_r = \frac{v_r}{L_r}, \quad T_r = \frac{L_r^2}{v_r}$$

→ ποσότητα με επίδραση επιρροής

F_m = F_p ~ ποσότητα Froude

$$V_r = \sqrt{L_r}, \quad T_r = \sqrt{L_r}$$

Παραδείγματα → ΠΕΡΙΟΔΟΣ

$$\frac{\rho_m}{\rho_p} = \frac{\rho_m V_m^2}{\rho_p V_p^2}$$

$$\frac{\rho_m}{\rho_p} = \frac{V_m \cdot L_m^2}{V_p \cdot L_p^2}$$

$$\frac{\omega_m}{\omega_p} = \frac{F_m \cdot L_m}{F_p \cdot L_p} = \frac{\rho_m V_m^2 \cdot L_m^2 \cdot L_m}{\rho_p V_p^2 \cdot L_p^2 \cdot L_p} = \frac{\rho_m V_m^2 \cdot L_m^3}{\rho_p V_p^2 \cdot L_p^3}$$

$$\omega_s = \frac{\rho_m}{\rho_p} = \frac{F_m \cdot V_m}{F_p \cdot V_p} = \frac{\rho_m V_m^2 L_m^2 V_m}{\rho_p V_p^2 L_p^2 V_p} = \frac{\rho_m V_m^3 L_m^2}{\rho_p V_p^3 L_p^2}$$

Παράδειγμα

$$L_r = \frac{1}{5}$$

$$F_p = j$$

$$P_p = j$$

ισοδυναμία
of ομοιομετα
και περιστροφής

$$V_p = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{50 \cdot 1000}{60 \cdot 60} = 13,89 \text{ m/s}$$

$$F_m = 350 \text{ N}$$

και έτσι ισχύει (απειροστικά)
ομοιομετα $\rightarrow V_r = \frac{v_r}{L_r}, T_r = \frac{L_r}{v_r}$
ήτοι $V_r = 1$
οπότε $V_r = \frac{1}{L_r}, T_r = L_r^2$

MSH

$$V_r = \frac{1}{L_r} \Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \frac{1}{L_r} \Rightarrow V_m = \frac{V_p}{L_r} \Rightarrow V_m = 5 V_p \Rightarrow V_m = 250 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\Rightarrow V_m = 69,44 \text{ m/s}$$

$$\frac{F_m}{F_p} = \frac{\rho_m V_m^2 L_m^2}{\rho_p V_p^2 L_p^2} = \frac{V_r^2 L_r^2}{L_r^2} = 1$$

$$\Rightarrow F_m = F_p = 350 \text{ N}$$

$$\frac{P_m}{P_p} = \frac{F_m V_m}{F_p V_p} = \frac{F_r V_r}{F_p V_p} = \frac{1 \cdot V_m}{V_p} = \frac{1 \cdot 69,44}{13,89} = 5$$

$$\Rightarrow P_p = F_p V_p = 350 \cdot 13,89 = 4,86 \text{ kW}$$

$$\Delta \text{Επίπεδο}$$

$$V_{\text{ref}} = 1 \text{ m/s}$$

$$L_r = \frac{1}{30}$$

$$V_m = 0.6 \text{ m/s}$$

$$V_p = 1$$

$$Q_p = 1$$

$$F_p = 1$$

$$Q = 0.05 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$F_m = 1.5 \text{ N}$$

NSH

Σύστημα με ελεύθερη επιφάνεια $\rightarrow$ αριθμός Froude
 $\rightarrow V_r = \sqrt{L_r}, T_r = \sqrt{L_r}$

$$\frac{V_m}{V_p} = V_r = \sqrt{\frac{1}{30}} \Rightarrow V_p = \sqrt{30} V_m \Rightarrow \boxed{V_p = 3.29 \text{ m/s}}$$

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{V_m \cdot L_m^2}{V_p \cdot L_p^2} = V_r \cdot L_r^2 = \sqrt{L_r} \cdot L_r^2 = L_r^{\frac{5}{2}} = \frac{1}{30^{\frac{5}{2}}}$$

$$\Rightarrow Q_p = 30^{\frac{5}{2}} \cdot Q_m = 246.48 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\frac{F_m}{F_p} = \frac{\rho_m \cdot V_m^2 \cdot L_m^2}{\rho_p \cdot V_p^2 \cdot L_p^2} = V_r^2 \cdot L_r^2 = L_r \cdot L_r^2 = L_r^3 = \frac{1}{30^3}$$

$$\Rightarrow F_p = 30^3 \cdot F_m \Rightarrow \boxed{F_p = 40.500 \text{ N}}$$

Πρόβλημα

Μεγιστή Venturi

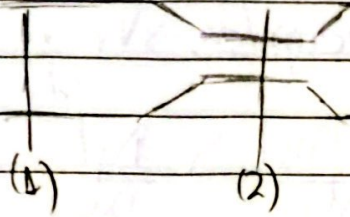
$\rho_{\text{air}} \rightarrow \rho_{\text{air}} = 1,2 \text{ kg/m}^3, v_{\text{air}} = 1510 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\rho_{\text{water}} \rightarrow \rho_{\text{water}} = 998 \text{ kg/m}^3, v_{\text{water}} = 1005 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$Q_{\text{m}} = 9085 \text{ m}^3/\text{s}$

$\Delta P_{\text{m}} = 97 \text{ kPa}$

$\Delta P_{\text{p}} = 97 \text{ kPa}$



ελάχιστο εμβαδόν →
ομοιογένεια Reynolds →
 $Re = \frac{v_r}{L_r}, Tr = \frac{L_r^2}{v_r}$

Λύση

$$v_r = \frac{v_m}{v_p} = 9067$$

$$v_r = \frac{v_r}{L_r} = 9335, Tr = \frac{L_r^2}{v_r} = 9597$$

$$- \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{v_m \cdot L_m^2}{v_p \cdot L_p^2} = \frac{v_r \cdot L_r^2}{L_r} = \frac{v_r \cdot L_r^2}{L_r} = v_r \cdot L_r = 9067 \cdot 1$$

$$\Rightarrow Q_p = \frac{Q_m}{Q_r} \Rightarrow Q_p = 9343 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$- \frac{\Delta P_m}{\Delta P_p} = \frac{\rho_m \cdot v_m^2}{\rho_p \cdot v_p^2} = \frac{\rho_r \cdot v_r^2}{1,2} = \frac{998 \cdot 9335^2}{1,2} = 93334$$

$$\Rightarrow \Delta P_p = \frac{\Delta P_m}{93334 (=N_r)} \Rightarrow \Delta P_p = 97 \Rightarrow \Delta P_p = 104 \text{ kPa}$$

Thi công

$$D_w = 0,254 \text{ mm}$$

$$V_w = 810 \text{ cm/s}$$

$$V_{gl} = 810 \text{ cm/s}$$

$$v_{gl} = 4,183 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$v_w = 100,5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$D_{gl} = ;$$

Điều kiện vận tốc $\rightarrow$ vận tốc Reynolds $\rightarrow V_r = \frac{V_r}{L_r}$, $Tr = \frac{L_r^2}{V_r}$

NYSH

$$Re_w = Re_{gl} \rightarrow \frac{V_w D_w}{v_w} = \frac{V_{gl} D_{gl}}{v_{gl}} \Rightarrow \frac{D_{gl}}{D_w} = \frac{v_{gl}}{V_w}$$

$$\Rightarrow D_{gl} = D_w \cdot \frac{v_{gl}}{V_w} \Rightarrow D_{gl} = 298 \text{ mm} = 0,298 \text{ m}$$

Thi công

Điều kiện vận tốc

$$P_p = 3140, D_p = 65 \text{ mm}$$

$$N_p = 6000 \text{ rpm}$$

$$V_p = \frac{50 \text{ km}}{h} = \frac{50 \cdot 1000}{3600} = 13,8 \text{ m/s}$$

$$P_m = ;$$

$$P_m = ;$$

$$L_r = \frac{1}{5}, V_m = \frac{20 \text{ km}}{h} = \frac{20 \cdot 1000}{3600} = 5,5 \text{ m/s}$$

NYSH

$$De_p = \frac{V_p \cdot D_p}{v_p} = 6,049 \cdot 10^7$$

$$v_m = v_p = v_{\text{vận tốc}}, \frac{D_m}{D_p} = L_r \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{D_m}{D_p} \Rightarrow D_m = 13 \text{ mm}$$

$$Re_m = \frac{V_m D_m}{v_m} = 4,815 \cdot 10^6$$

$$- \quad S_{lm} = S_{lp} \Rightarrow \frac{N_m \cdot D_m}{V_m} = \frac{N_p \cdot D_p}{V_p} \Rightarrow N_m = N_p \frac{V_m}{V_p} \frac{D_p}{D_m}$$

$$\Rightarrow N_m = N_p \cdot V_r \cdot \frac{1}{L_r} \Rightarrow \boxed{N_m = 120 \text{ rpm}}$$

$$- \quad \frac{P_m}{P_p} = \frac{F_m \cdot V_m}{F_p \cdot V_p} = \frac{\rho_m V_m^3 \cdot L_m^2}{\rho_p V_p^3 \cdot L_p^2} \Rightarrow P_m = P_p \left(\frac{D_m}{D_p} \right)^2 \left(\frac{V_m}{V_p} \right)^3$$

$$\Rightarrow \boxed{P_m = 1.68 \text{ kW}}$$

ΠΕΡΙΕΙ ΚΑΙ ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗ ΠΟΙΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΑΤΑ ΚΑΙ ΠΟΙΟΤΗΤΑ

ΣΦΑΙΡΑΤΑ

δίνω $n \times 2$ περιπτώσεις
① $a_1 = 3,02$ $a_2 = 3,38$

όπως $a_1 \in [3,33, 3,91]$ $a_2 \in [3,12, 3,61]$ $a_1 \neq a_2$

② $b_1 = 2,82$ $b_2 = 2,88$

όπως $b_1 \in [2,814, 2,826]$ $b_2 \in [2,872, 2,888]$ $b_1 \neq b_2$

Τα Στοιχεία προέρχουν από τα γράμματα
Γι' αυτό είναι σημαντικό να τα γράφουμε

Στοιχεία

Χονδρείον	Συμπληρωματικοί	Τυχαία
δίνω φαινόμαστε το νέο	δίνω εμπόρεμο που δείχνει μια μονάδα πάνω διαβιβάζεται	δίνω αυθεντική εμπόρεμο Εμπόρεμο νούμερο δεν μπορεί να επιδεικνύει τρέλως

Ορθότητα : πόσο κοντά είναι μια μέτρηση στην πραγματική τιμή

Ακρίβεια : πόσο κοντές είναι οι μετρήσεις μεταξύ τους
μικρή διασπορά $\Rightarrow$ μεγάλη ακρίβεια

Όταν κάποιος πολλές μετρήσεις για να προσδιορίσω το εσάδι

Μέση τιμή: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ $\rightarrow$ αλγεβραϊκή έκφραση της μέτρησης

Τιμή απόκλιση s : $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

Τυπικό σφάλμα: $\sigma_x = \frac{s}{\sqrt{n}}$ $\rightarrow$ σφάλμα της μέσης τιμής
 $\rightarrow$ πλήθος μετρήσεων

Γενικά υπάρχει πιθανότητα 68% η πραγματική τιμή να βρίσκεται στο διάστημα $[\bar{x} - \sigma_x, \bar{x} + \sigma_x]$

Στραγγιστοποιώ το εσάδι μέχρι να γίνει ένα σημαντικό ψηφίο $\rightarrow$ από ευτόφενω

Στραγγιστοποιώ την μέση τιμή ώστε το τελευταίο σημαντικό ψηφίο να είναι της ίδιας τάξης με το εσάδι το αρχικό

Προσοχή! Αυτό το σημαντικό είναι 1 ή 2 τότε τα σημαντικά είναι το επόμενο

Theoretical

$$L = (93.80 \pm 8.10) \text{ cm}$$

$$T = (1.9410 \pm 8.0010) \text{ s}$$

$$g = ?$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Math

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \Rightarrow g_{best} = \frac{4\pi^2 L_{best}}{T_{best}^2}$$

$$\Rightarrow g_{best} = \frac{4\pi^2 \cdot 93.80}{1.9414^2} \Rightarrow g_{best} = 979.874 \text{ cm/s}^2$$

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{\Delta g}{\Delta L} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{\Delta T} \cdot \Delta T\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(-\frac{8\pi^2 L}{T^3} \cdot \Delta T\right)^2}$$

$$\Rightarrow \Delta g = \sqrt{2.108 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}} \Rightarrow \Delta g = 1.452 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

To Δg for experimental $\Rightarrow \Delta g = 1.5 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$

then $g_{best} = 979.874 \text{ cm/s}^2$

then $g = 979.9 \pm 1.5 \text{ cm/s}^2$

Thapaditya

$$U(\text{Volts}) \quad 5$$

$$I(\text{mA}) \quad 26$$

$$\begin{pmatrix} + \\ n \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} U &= 5 \pm 0.2 \text{ Volts} \\ I &= 26 \pm 1 \text{ mA} \end{aligned}$$

$$\delta U = 0.2 \text{ Volts}$$

$$\delta I = 1 \text{ mA}$$

NBH

$$R = \frac{U}{I} \Rightarrow R_{\text{best}} = \frac{U_{\text{best}}}{I_{\text{best}}} = \frac{5 \text{ Volts}}{26 \cdot 10^{-3} \text{ A}} \Rightarrow$$

$$R_{\text{best}} = 192.3077 \, \Omega$$

$$\delta R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial U} \delta U\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I} \delta I\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{I} \delta U\right)^2 + \left(-\frac{U}{I^2} \delta I\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{0.2}{0.026}\right)^2 + \left(\frac{-5 \cdot 0.001}{(0.026)^2}\right)^2} \Rightarrow \delta R = 10.6754 \, \Omega$$

To propagate into $\delta R = 11 \, \Omega$

For $R_{\text{best}} = 192 \, \Omega$

For $R_{\text{best}} = 192 \pm 11 \, \Omega$

Παραδείγματα

α/α	x
1	46
2	48
3	44
4	38
5	45
6	47
7	58
8	44
9	45
10	43
Σ	458

→ μέγιστο
το τεχνικό

ΜΥΣΗ

Κριτήριο Chauvenet :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{458}{10} = 45,8$$

$$n=10$$

$$6 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = 5,072803 \approx 5,1$$

$$\mu = \frac{|x_j - \bar{x}|}{6} = \frac{58 - 45,8}{5,1} = 2,4$$

$$P(< \mu_6) \text{ πίνακας} = 0,9836 \approx 0,984$$

$$P(\geq \mu_6) = 1 - 0,984 = 0,016$$

$$u = n \cdot P(\geq \mu_6) = 10 \cdot 0,016 = 0,16 < 0,5 \text{ άρα η τιμή 58 απορρίπτεται}$$

Μετρήσεις

Τι μετράμε:

- Πίεση
- Ταχύτητα
- Ρυθμίσεις

Τα περιέχουν οι εξής
κλίμακες

Στας αγωγούς:

- Ταχύτητα
- Στάθμη νερού
- Εξομοίωση (για να υπολογίσω ύψος)

1) Πίεση

Είναι εύκολο να μετρήσεις επιφανειακή την πίεση

Μπορείς όμως στα τοιχώματα του αγωγού με:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d}{d} \right) \approx 6 \leftarrow$$

μικρότερο

Πιέζόμετρο

(h)

Μανόμετρο

$$\rho_{\text{air}} = 1.3 \times \rho_{\text{water}}$$

Ανοίγεις τοιχώμα d=2mm

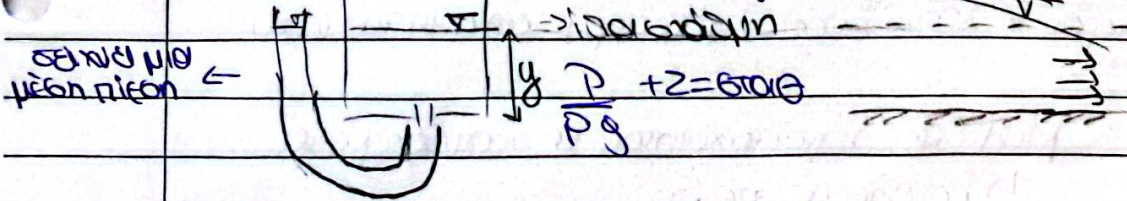
Συνδέεις με βαρύτερο υγρό (εξωτερικός)

να υπολογίσει & ταχύτητα

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho_p \cdot g \cdot h$$

με μεγαλύτερη D ≈ 2d

Υπάρχει και ο νεφροειδής (μετά την πίεση με μεγαλύτερη απόρριψη)

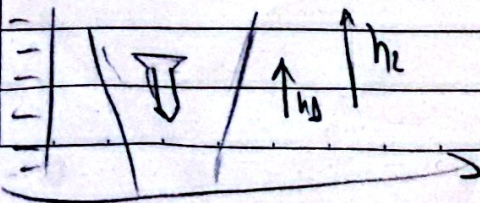


Αν η ροή είναι παρόμοια στον πυθμένα η στάθμη του νερού στο πιεζόμετρο είναι ίδια με τον σωλήνα

2) Ταχύτητα

Υψος αναρτήτων ενέργειας: $h_t = l \cdot \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{V^2}{2g}$

$$V = \frac{Q}{A}$$



Από την στάθμη νερού μετρώ ταχύτητα

② Venturi measurement

$$Q = C_d \cdot A_1 \left(\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho(1 - \beta^4)} \right)^{1/2}$$

$\swarrow$ current meter
 $\searrow$ d_2

Μέτρηση παροχής σε ορυσιαία κανάλια: Parshall

$$Q = K \cdot H^n, \quad 1.522 < n < 1.600$$

$\hookrightarrow$ ένας μεγάλος συντελεστής

3) Μέτρηση στάθμης

κόπας σε αβυσσική αμμοχώρα

ή αλλιώς φωτακτίτης $\rightarrow$ Manning $\rightarrow$ βρίσκω παροχή από σταθμό A

Τέρενσι (Intstock)

4) Σημειακή μέτρηση μέσης ταχύτητας

Γίνεται με ευθύνη Pitot, με διαμορφωμένους και ταχυόμετρος

παρερ $\sim$ 1000 φορές μικρότερη από αυτή του κεφα

② Μήτρες $\rightarrow$ ποτακτίτης σε υδατορεύματα

$\hookrightarrow$ μέτρησις πηδίου

βρίσκω μέση στάθμη και μετρώ μήκος χάνου

② με όργανο τύπου Vortex

② με Doppler $\rightarrow$ τακτίτης και στις 3 διεκρίσεις