

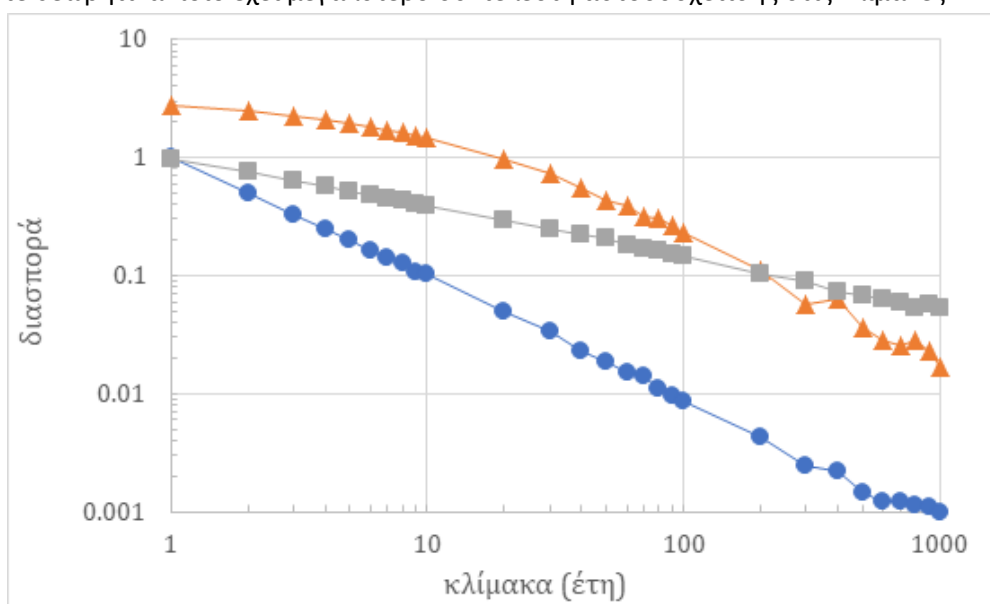
Θέμα 1 [2.0]

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζονται τρία εμπειρικά κλιμακογράμματα.

α) Αντιστοιχίστε τα τρία κλιμακογράμματα στις ανελίζεις λευκού θορύβου, Markov και απλής ομοιοθεσίας και αιτιολογήστε.

β) Εκτιμήστε προσεγγιστικά από το σχήμα τις παραμέτρους του κάθε μοντέλου

γ) Υπολογίστε θεωρητικά ποιο έχει μεγαλύτερο συντελεστή αυτοσυσχέτισης στις κλίμακες 1 και 100 έτη.



Θέμα 2 [1.0]

Θεωρούμε πως η ημερήσια βροχόπτωση σε κάποια θέση και εποχή του έτους, εκφρασμένη σε mm, ακολουθεί συνάρτηση κατανομής Pareto, δηλ. $P\{\underline{x} \leq x\} = 1 - (1 + x)^{-5}$. Υπολογίστε τη διάμεσο και την πιθανότερη τιμή της ημερήσιας βροχόπτωσης.

Θέμα 3 [2.0]

Έστω διατομή οπλισμένου σκυροδέματος σε κεντρική θλίψη (χωρίς κίνδυνο λυγισμού) με αντοχή $R \sim N(400, 40)$ (kN). Στη διατομή ασκούνται οι δράσεις $S_1 \sim N(100, 30)$ και $S_2 \sim N(100, 20)$ (kN).

Να υπολογιστούν:

α) Ο δείκτης ασφαλείας β , η πιθανότητα αστοχίας P_f και το σημείο σχεδιασμού D .

β) Η χαρακτηριστική τιμή της δράσης S_1 και της αντοχής R για πιθανότητα υπέρβασης 5%.

γ) Ο συντελεστής ασφαλείας της αντοχής R .

δ) Αντί της αρχικής διατομής προτείνεται και μια εναλλακτική διατομή με αντοχή $R' \sim N(350, 10)$ (kN).

Ποια από τις δύο θα επιλέγατε τελικά για την κατασκευή και γιατί.

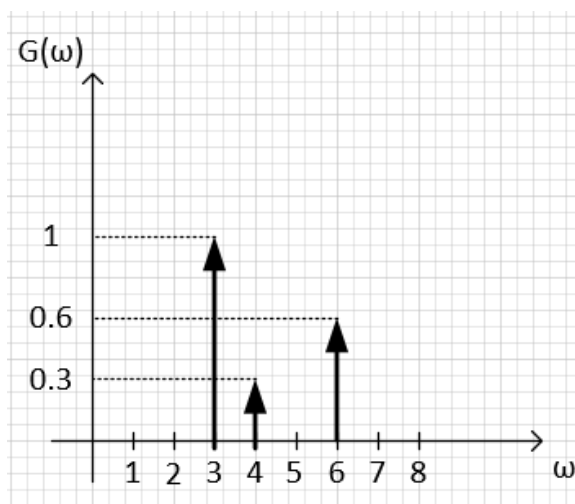
Θέμα 4 [2.0]

α) Δίνεται η στοχαστική ανέλιξη: $X(t) = \theta \cos(5t + \theta)$ με θ ομοιόμορφα κατανομημένο στο $[0, 2\pi]$. Βρείτε τη μέση τιμή της ανέλιξης.

β) Δίνεται η στοχαστική ανέλιξη: $X(t) = A + B\cos(2t)$, όπου A, B ανεξάρτητες, ισόνομες τυχαίες μεταβλητές με μηδενική μέση τιμή και τυπική απόκλιση σ . Εξετάστε αν η ανέλιξη είναι στάσιμη με την ασθενή έννοια.

γ) Υπολογίστε αναλυτικά τη διακύμανση της απόκρισης μίας κατασκευής για την οποία η συνάρτηση διακύμανσης της απόκρισης είναι σταθερή για όλες τις συχνότητες και ίση με $VRF(\omega) = 0.1$.

δ) Το φάσμα ισχύος μιας στοχαστικής ανέλιξης δίνεται στο παρακάτω σχήμα. Προτείνετε ένα τρόπο παραγωγής δειγματοσυναρτήσεων της ανέλιξης.



Θέμα 5 [1.0]

Αιτιολογήστε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος:

- α) Καμιά από τις εκφράσεις $P\{x < y\}$ και $P\{\underline{x} < \underline{y}\}$ δεν αντιστοιχεί σε πιθανότητα τυχαίου γεγονότος.
- β) Η μέση τιμή είναι κεντρική ροπή.
- γ) Αν τα μοντέλα $AR(1)$ και HK έχουν την ίδια διασπορά σε κλίμακα 1, τότε το μοντέλο HK θα έχει μεγαλύτερη διασπορά σε κάθε κλίμακα > 1 .
- δ) Η συνάθροιση ενός μοντέλου $AR(1)$ σε μεγάλες κλίμακες καταλήγει σε συμπεριφορά λευκού θορύβου.
- ε) Αν τυποποιήσουμε μηνιαία χρονοσειρά ανά μήνα (αφαιρώντας την μέση τιμή και διαιρώντας με την τυπική απόκλιση κάθε μήνα) τότε καταλήγουμε σε στάσιμη ανέλιξη, τουλάχιστον με την ασθενή έννοια.

Θέμα 6 [2.0]

Για την ετήσια απορροή μεγάλου ποταμού εκτιμήθηκαν τα εξής χαρακτηριστικά από διαθέσιμο ιστορικό δείγμα 50 ετών: μέση τιμή $\mu = 446 \text{ hm}^3$, τυπική απόκλιση $\sigma = 160 \text{ hm}^3$, αυτοσυσχετίσεις τάξης 1 και 3, $r_1 = 0.48$ και $r_3 = 0.11$.

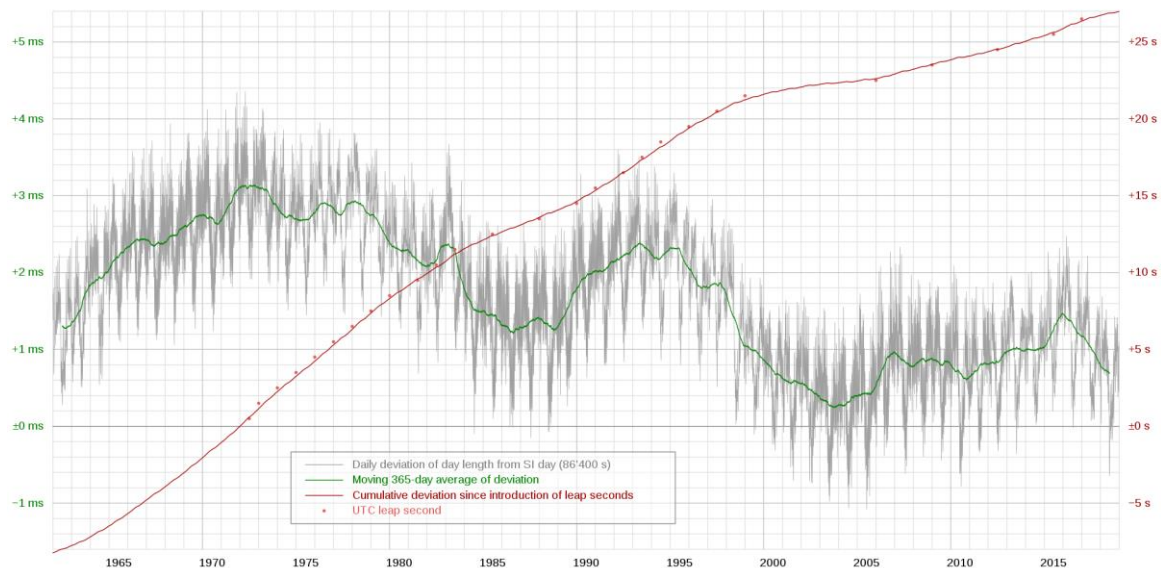
- (α) Για την προσομοίωση της απορροής προτάθηκαν τα μοντέλα $AR(1)$ και $AR(3)$. Επιλέξτε ανάμεσα στα δύο και αιτιολογήστε την επιλογή σας.
- (β) Μετά το πέρας άλλων 50 ετών, επανεκτιμήθηκαν τα παραπάνω στατιστικά χαρακτηριστικά από το συνολικό δείγμα. Η τυπική απόκλιση της ετήσιας απορροής βρέθηκε περίπου ίδια και επιπλέον εκτιμήθηκε η τυπική απόκλιση της μέσης απορροής δεκαετίας η οποία βρέθηκε ίση με 101 hm^3 . Τι θα προτείνατε ως προς την ανάγκη ή μη αναθεώρησης του μοντέλου με βάση το νέο δεδομένο;
- (γ) Η μέση τιμή της ετήσιας απορροής της δεύτερης 50ετίας εκτιμήθηκε ίση με 330 hm^3 . Σχολιάστε κατά πόσο μια τέτοια διαφορά είναι αναμενόμενη.
- (δ) Τα νερά του ποταμού καταλήγουν σε ταμιευτήρα του οποίου οι κανόνες λειτουργίας καθορίστηκαν με βάση τα δεδομένα της πρώτης περιόδου. Σχεδιάστε ποιοτικό γράφημα για την καμπύλη αξιοπιστίας-απόληψης του ταμιευτήρα με βάση τα δεδομένα της πρώτης περιόδου καθώς και την αναθεωρημένη καμπύλη μετά την ενσωμάτωση και των νέων δεδομένων.

Θέμα 7 [1.5]

Το σχήμα δείχνει την διαφορά της πραγματικής διάρκειας κάθε μέρας από τη συμβατική τιμή των 86 400 s, όπως μετρήθηκε για την περίοδο 1962-2019 (διάγραμμα από https://en.wikipedia.org/wiki/Earth%27s_rotation, δεδομένα από <http://hpiers.obspm.fr/eoppc/eop/eopc04/eopc04.62-now>).

α) Τι χαρακτηριστικά θα πρέπει να έχει ένα μοντέλο κατάλληλο για την περιγραφή της συμπεριφοράς;

β) Σε πόση έτη η αθροιστική αβεβαιότητα της διάρκειας της ημέρας (ποσοτικοποιημένη μέσω της τυπικής απόκλισης) θα ξεπεράσει τη μία ημέρα (προσεγγιστικά με βάση το διάγραμμα και το μοντέλο που θεωρείτε κατάλληλο);



© Π. Δημητριάδης, Α. Ηλιοπούλου, Ι. Καλογεράς, Δ. Κουτσογιάννης, Β. Παπαδόπουλος