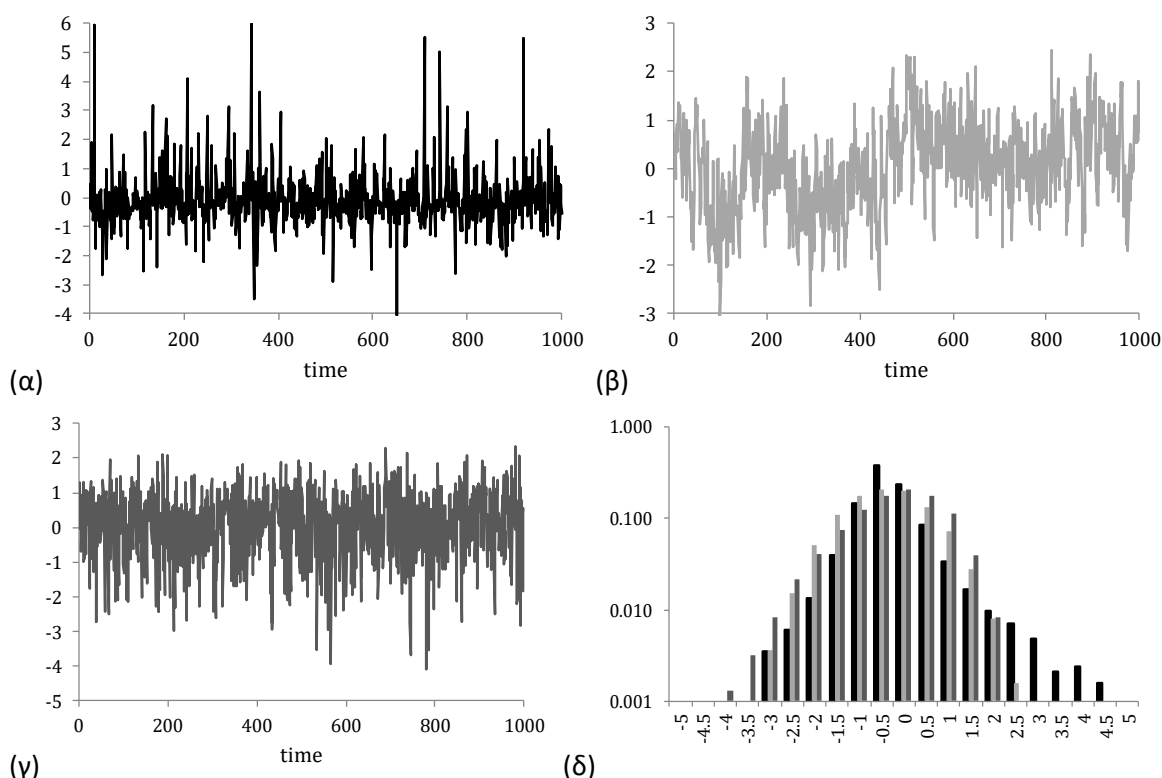


Θέμα 1 [1.0]

Βρείτε (με αιτιολόγηση) ποια από τις τυποποιημένες ανελίξεις με τις ενδεικτικές συνθετικές χρονοσειρές όπως φαίνονται στα διαγράμματα α, β και γ, και τις αντίστοιχες πυκνότητες πιθανότητας στο διάγραμμα δ, έχει μεγαλύτερη:

A) καθεμιά από τις τέσσερις πρώτες κλασικές ροπές. [0.5]

B) συμπεριφορά απλής ομοιοθεσίας ΗΚ. [0.5]



Θέμα 2 [2.5]

Έστω διατομή οπλισμένου σκυροδέματος σε κεντρική θλίψη (χωρίς κίνδυνο λυγισμού) με αντοχή $R \sim N(450, 50)$ (kN). Στη διατομή δρουν δύο δράσεις $S_1 \sim N(200, 10\sqrt{2})$ (kN) και $S_2 \sim N(100, 10\sqrt{2})$ (kN).

Ζητούνται:

- 1) να υπολογιστούν ο δείκτης ασφαλείας β , η πιθανότητα αστοχίας P_f και το σημείο σχεδιασμού D
- 2) να παρασταθούν γραφικά ο δείκτης ασφαλείας και το σημείο σχεδιασμού στους κανονικοποιημένους άξονες
- 3) να υπολογιστούν οι χαρακτηριστικές τιμές των δράσεων και των αντοχών για πιθανότητες υπερβάσεως (ή υποσκελίσεως) 10%
- 4) να υπολογιστούν οι συντελεστές ασφαλείας.

Θέμα 3 [1.5]

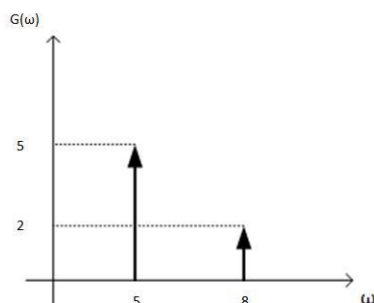
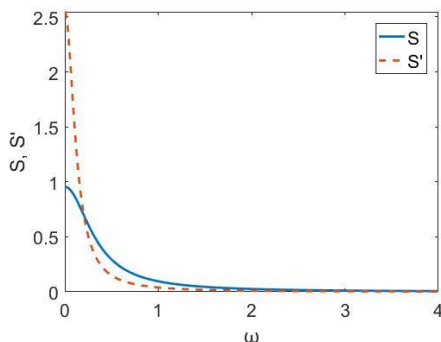
α) Θεωρήστε τις ακόλουθες συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης, που περιγράφουν δύο στάσιμες στοχαστικές ανελίξεις.

$$R_1(\tau) = \sigma^2 e^{-\frac{|\tau|}{3}} \quad \text{και} \quad R_2(\tau) = \sigma^2 e^{-\frac{|\tau|}{8}}$$

Σε ποια από τις παραπάνω περιπτώσεις απαιτούνται περισσότεροι όροι για την επαρκή απεικόνιση της ανέλιξης μέσω του αναπτύγματος Karhunen-Loeve και γιατί.

β) Δίνονται επίσης τα διαγράμματα δύο φασμάτων ισχύος $S(\omega)$, $S'(\omega)$. Ποιό από αυτά αντιστοιχεί σε κάθε μια από τις παραπάνω συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης και γιατί.

γ) Δίνεται το φάσμα ισχύος του παρακάτω σχήματος. Να γράψετε τον τύπο που παράγει χρονοϊστορίες συμβατές με το φάσμα αυτό.



Θέμα 4 [1.0]

Αιτιολογήστε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος:

- 1) Ο λευκός θόρυβος σε συνεχή χρόνο έχει άπειρη διασπορά και επομένως δεν είναι μοντέλο συμβατό με τη φυσική πραγματικότητα. [0.2]
- 2) Το μητρώο αυτοσυσχέτισης μιας τυχαίας μεταβλητής $\underline{x}$ έχει τα διαγώνια στοιχεία του ίσα με 1. [0.2]
- 3) Αν μια Γκαουσιανή στοχαστική ανέλιξη είναι στάσιμη με την ασθενή έννοια, τότε είναι στάσιμη και με την ισχυρή. [0.2]
- 4) Αν η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης $R(\tau) = \text{σταθερή}$ για κάθε $\tau > 0$, τότε η στοχαστική ανέλιξη είναι λευκός θόρυβος. [0.2]
- 5) Συναθροισμένη ανέλιξη μοντέλου Markov με $\rho = 0.7$ έχει την ίδια αβεβαιότητα σε κλίμακα 100 με αυτή μοντέλου HK με $H = 0.7$. [0.2]

Θέμα 5 [2.0]

Η τυπική απόκλιση των ημερήσιων βροχών μετρήθηκε ίση με 4 mm και των ετήσιων ίση με 221 mm.

Θεωρήστε αμελητέα επίδραση εποχικότητας.

1. Επιλέξτε μοντέλο μεταξύ Λευκού Θορύβου και HK συμβατό με τα παραπάνω δεδομένα και υπολογίστε τις παραμέτρους του. [0.5]
2. Μελέτη πρότείνει την εφαρμογή μοντέλου AR(1) με $\rho = 0.24$ για τις ημερήσιες βροχές. Εκτιμήστε την καταλληλότητα του μοντέλου με βάση τα διαθέσιμα στοιχεία καθώς και τη διαφορά του μοντέλου που προτείνετε στο ερώτημα 1 με το μοντέλο AR(1) σε κλίμακα δεκαετίας. [1]
3. Σχεδιάστε ποιοτικά στο ίδιο διάγραμμα την καμπύλη αξιοπιστίας-απόληψης για καθένα απ' τα τρία μοντέλα. Ποιο απ' τα τρία θεωρείτε πιο ασφαλές ως βάση για λήψη αποφάσεων. [0.5]

Θέμα 6 [3.0]

Σε χρονοσειρά μετρήσεων που έχει τυποποιηθεί, ώστε να έχει μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση 1, λείπει το στοιχείο x_i . Θεωρώντας ότι η χρονοσειρά αποτελεί πραγματοποίηση της στάσιμης στοχαστικής ανέλιξης $\underline{x}_i$, να βρεθεί αν είναι πλεονεκτικότερο η τιμή που λείπει να εκτιμηθεί ως η μέση τιμή της χρονοσειράς (δηλαδή 0) ή ως ο μέσος όρος της προηγούμενης και επόμενης τιμής $(x_{i-1} + x_{i+1})/2$.

Υπόδειξη: Υπολογίστε το αναμενόμενο τετραγωνικό σφάλμα στις δύο περιπτώσεις, όπου προφανώς το σφάλμα είναι $(\underline{x}_i - 0)$ στην πρώτη και $(\underline{x}_i - (x_{i-1} + x_{i+1})/2)$ στη δεύτερη περίπτωση.