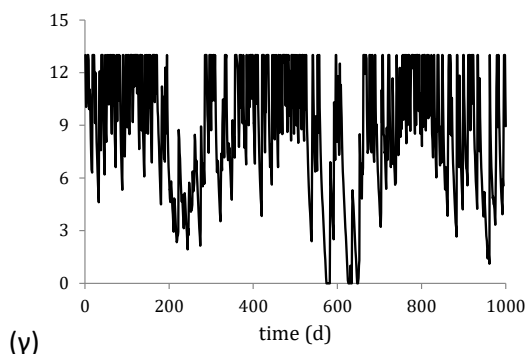
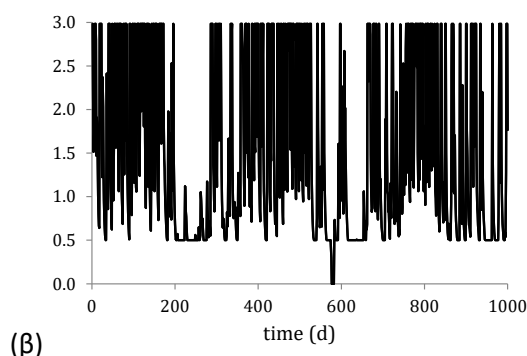
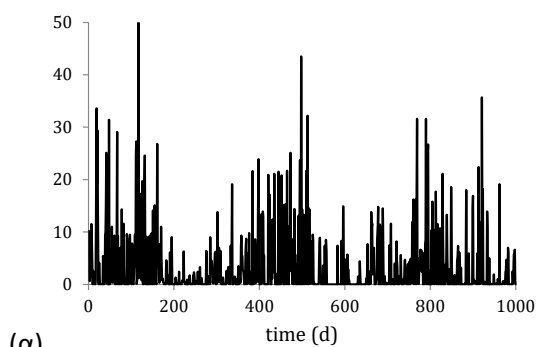


ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ.....

Θέμα 1 [2.0]

Αρδευτικός ταμιευτήρας ρυθμίζει την εισροή ποταμού.

1. Αντιστοιχίστε τα διαγράμματα α, β, γ στις εξής μεταβλητές: ωφέλιμο απόθεμα, ημερήσια εισροή, συνολική απώληψη (αρδευτική και περιβαλλοντική) και αιτιολογήστε την απάντησή σας.
2. Κατατάξτε τις τρεις χρονοσειρές κατά αύξουσα σειρά (α) συντελεστή ασυμμετρίας και (β) συντελεστή αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1.



Θέμα 2 [2.0]

Χαρακτηρίστε με Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις.

1. Η χρήση της προσομοίωσης σε ένα πρόβλημα μπορεί να δώσει απάντηση ακόμα και όταν η αναλυτική λύση δεν είναι εφικτή.
2. Η ύπαρξη αυτοσυσχέτισης μιας μεταβλητής δυσχεραίνει την εκτίμηση, από δείγμα δεδομένου μεγέθους, της συμπεριφοράς της σε μεγάλες χρονικές κλίμακες.
3. Αν σε μοναδιαία κλίμακα μια ανέλιξη λευκού θορύβου και μια FGN έχουν την ίδια διασπορά και ληφθεί η χρονικά μέση ανέλιξη σε κλίμακα 10, η διασπορά στην πρώτη περίπτωση είναι μεγαλύτερη απ' ό,τι στη δεύτερη.
4. Η συναθροισμένη ανέλιξη μοντέλου AR(1) συμπεριφέρεται σαν χρονοσειρά λευκού θορύβου σε μεγάλες κλίμακες.
5. Οι τυχαίες διακυμάνσεις της χρονικής μέσης τιμής δεδομένου χρονικού εύρους σε μια χρονοσειρά σημαίνουν ότι δεν είναι στάσιμη.
6. Στις μεταβλητές αρνητικής ασυμμετρίας η πιθανότερη τιμή είναι πάντα μικρότερη από τη μέση τιμή.
7. Κάθε μοντέλο Markov έχει μικρότερο συντελεστή αυτοσυσχέτισης υστέρησης 1 από μοντέλο απλής ομοιοθεσίας με $H > 0.5$.
8. Το μοντέλο λευκού θορύβου είναι πάντα πιο απρόβλεπτο σε μικρές κλίμακες ενώ το μοντέλο απλής ομοιοθεσίας με $H > 0.5$ σε μεγάλες κλίμακες.

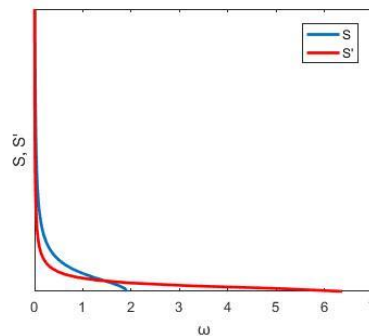
Θέμα 3 [3.0]

Η στάσιμη ανέλιξη $\underline{v}_j$ διακριτού χρόνου i αποτελείται από ανεξάρτητους όρους με λογαριθμοκανονική κατανομή, τέτοια ώστε η μεταβλητή $\underline{w}_j := \ln \underline{v}_j$ να έχει κανονική κατανομή με μέση τιμή $E[\underline{w}_j] = 0$ και διασπορά $\text{Var}[\underline{w}_j] = s^2$. Με βάση την $\underline{v}_j$ ορίζεται η ανέλιξη $\underline{x}_j$ από την σχέση $\underline{x}_j = \underline{x}_{j-1}^\alpha \underline{v}_j^\theta$ με $0 < \alpha < 1$ και με $\underline{v}_j$ ανεξάρτητο του $\underline{x}_{j-1}$. Δεχθείτε χωρίς απόδειξη ότι η περιθώρια ροπή της λογαριθμοκανονικής μεταβλητής $\underline{v}_j$ με $E[\ln \underline{v}_j] = 0$, για κάθε τάξη r , δίνεται από τη σχέση $E[\underline{v}_j^r] = \exp(r^2 s^2 / 2)$.

- Υπολογίστε τη μέση τιμή, τη διασπορά και τους συντελεστές μεταβλητότητας και ασυμμετρίας της $\underline{v}_j$.
- Αποδείξτε ότι η ανέλιξη $\underline{x}_j$ ακολουθεί επίσης λογαριθμοκανονική κατανομή, και βρείτε τη μέση τιμή και τη διασπορά της. [Υπόδειξη: Εφαρμόστε αναδρομικά τον ορισμό της ανέλιξης $\underline{x}_j$ εκφράζοντας το $\underline{x}_j$ συναρτήσει του $\underline{x}_{j-2}$, $\underline{x}_{j-3}$ κτλ. Αξιοποιήστε το γεγονός ότι $0 < \alpha < 1$. Αποδείξτε ότι οι περιθώριες ροπές ακολουθούν την παραπάνω σχέση των ροπών λογαριθμοκανονικής κατανομής].
- Υπολογίστε την αυτοσυσχέτιση της $\underline{x}_j$ για υστέρηση 1 και 2 και ελέγξτε αν οι δύο τιμές επαληθεύουν ή όχι την ιδιότητα μιας ανέλιξης Μάρκοφ.

Θέμα 4 [4.0]

- Πότε μια στοχαστική ανέλιξη καλείται στάσιμη (με την ισχυρή και την ασθενή έννοια) και πότε εργοδική (**1 μον**);
- Δίνονται τα διαγράμματα δύο φασμάτων ισχύος $S(\omega)$ και $S'(\omega)$. Για ποιο φάσμα απαιτούνται περισσότεροι όροι για την επαρκή απεικόνιση της ανέλιξης μέσω του αναπτύγματος Karhunen-Loeve και γιατί (**1 μον**);



- Το μέτρο ελαστικότητας μιας ράβδου δικτυώματος μήκους L και διατομής A που υπόκειται σε εφελκυστική δύναμη F , δίνεται από τη σχέση

$$\frac{1}{E}(x) = \frac{1}{E_0}(1 + f(x)),$$

όπου $f(x)$ είναι στάσιμο στοχαστικό πεδίο μηδενικού μέσου όρου με το φάσμα ισχύος που δίνεται στο σχήμα.

- Περιγράψτε το ανάπτυγμα σε σειρά του πεδίου της απόκρισης $u(x)$ μέσω της μεθόδου της Φασματικής Απεικόνισης και απεικονίστε σχηματικά μία δειγματοσυνάρτησή του (**1 μον**).
- Δοθέντος του κριτηρίου αστοχίας για την απόκριση του άκρου της ράβδου $u_{\text{tip}} < u_{\text{cr}}$, περιγράψτε ποιοτικά μία διαδικασία για την εύρεση της πιθανότητας αστοχίας του (**1 μον**).

