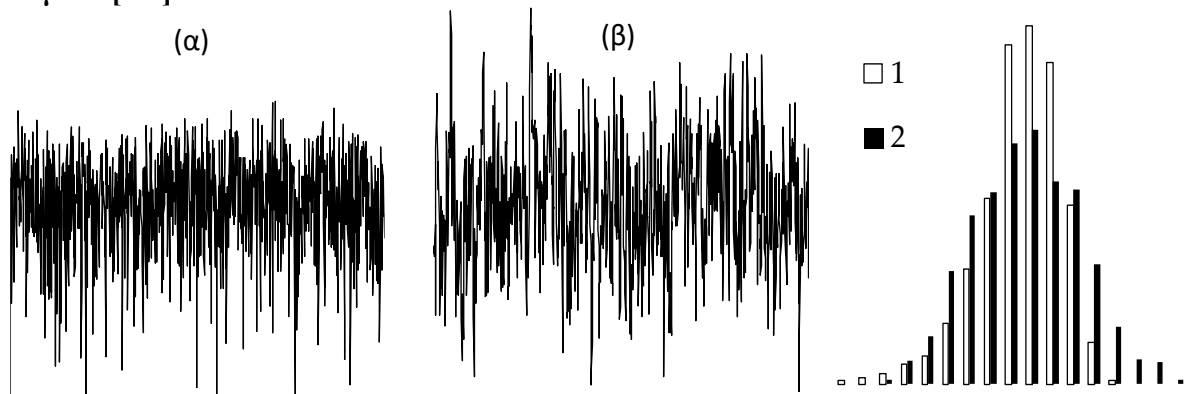


ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

Θέμα 1 [2.0]



α) Ποια από τις χρονοσειρές (α) και (β) έχει μεγαλύτερη ασυμμετρία και με τι πρόσημο. [0.5]

β) Ποια από τις παραπάνω χρονοσειρές αναμένεται να αντιστοιχεί σε ανέλιξη λευκού θορύβου και ποια σε Markov. Ποια αντιστοιχεί σε μεγαλύτερη εντροπία σε κλίμακα συνάθροισης 5; [0.5]

γ) Αντιστοιχίστε τις παραπάνω χρονοσειρές (α, β) στις κατανομές πυκνότητας πιθανότητας (1, 2). [0.5]

δ) Αν οι δύο χρονοσειρές αντιστοιχούν σε ζήτηση ενέργειας από υδροηλεκτρικό ταμιευτήρα, ποια από τις δύο δίνει μεγαλύτερη πιθανότητα υπερχειλίσας. [0.5]

Θέμα 2 [3.5]

Οι ετήσιες εισροές ενός ταμιευτήρα έχουν μέση τιμή 1 hm^3 και τυπική απόκλιση 0.2 hm^3 , ακολουθούν μοντέλο απλής ομοιοθεσίας με $H = 0.8$ και πέρυσι μετρήθηκαν ίσες με την αναμενόμενη τιμή και φέτος διπλάσιες, ενώ οι εκροές ρυθμίζονται πάντα στο 30% του αποθέματος. Ποια θα είναι η αναμενόμενη τιμή του αποθέματος το επόμενο έτος, αν φέτος μετρήθηκε ίσο με τις εισροές; [3.5]

Υπόδειξη: Εκτιμήστε τη ζητούμενη τιμή των εισροών ως γραμμικό συνδυασμό των γνωστών τιμών και εκτιμήστε τους άγνωστους συντελεστές με βάση τις θεωρητικές αυτοσυσχετίσεις.

Θέμα 3 [2.0]

Αιτιολογήστε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος:

1) Μία ανέλιξη απλής ομοιοθεσίας με συντελεστή συσχέτισης $\rho_1 = 0.5$ είναι σε μεγάλη κλίμακα πιο αβέβαιη σε σχέση με μια διεργασία Markov με $\rho_1 = 0.8$. [0.2]

2) Ακραία γεγονότα είναι πιο πιθανό να συμβούν αν η διεργασία έχει μηδενική ασυμμετρία παρά αν έχει θετική. [0.2]

3) Ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ δύο κανονικοποιημένων μεταβλητών εκτιμήθηκε ίσος με -0.6 . Αν κάποιο χρόνο η μία πάρει την τιμή 1, τότε η άλλη αναμένεται να πάρει την τιμή 0.4. [0.2]

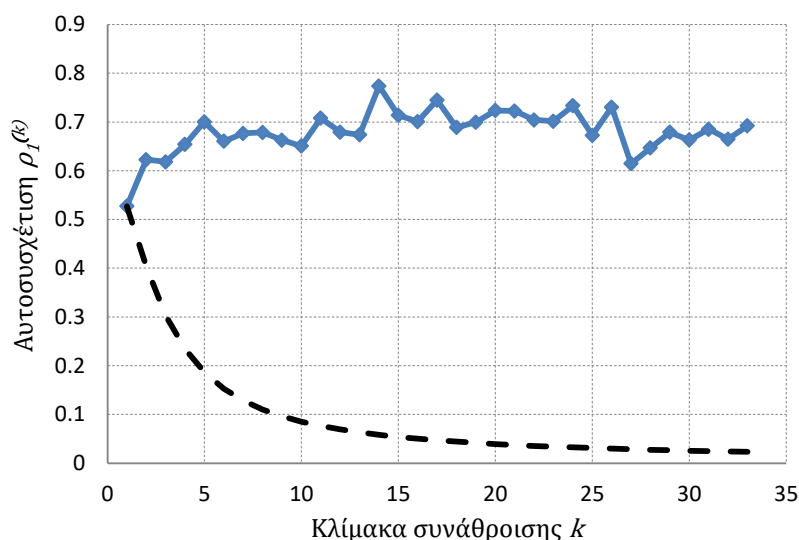
4) Αν το φάσμα μιας διεργασίας έχει ένα μοναδικό παλμό στην συχνότητα 0.1 Hz , τότε ενυπάρχει μια αρμονική συνάρτηση περιόδου 10 s . [0.2]

5) Το φάσμα ισχύος ανέλιξης Markov εκφράζεται ως συνάρτηση δύναμης της συχνότητας. [0.2]

- 6) Το μοντέλο AR(2) ικανοποιεί τον ορισμό μιας ανέλιξης Markov. [0.2]
 7) Η πιθανότερη τιμή της κατανομής Γάμα βρίσκεται αριστερά της μέσης τιμής της. [0.2]
 8) Ένα πολυμεταβλητό μοντέλο πρέπει να περιγράφει τη συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών. [0.2]
 9) Ένα μοντέλο με πολλές παραμέτρους περιγράφει καλύτερα την πραγματικότητα και άρα μειώνει την αβεβαιότητα της εκτίμησης. [0.2]
 10) Η χρονική συνάθροιση χρονοσειράς με ομοιοθετική συμπεριφορά οδηγεί σε χρονοσειρά μικρότερης αυτοσυσχέτισης. [0.2]

Θέμα 4 [3.5]

Δίνεται το παρακάτω διάγραμμα αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1 συναρτήσει της κλίμακας συνάθροισης k :



1. Ποια από τις δυο γραμμές είναι πιο πιθανό να αντιστοιχεί σε πραγματικά δεδομένα και ποια σε θεωρητική σχέση; Ποιο θεωρητικό μοντέλο αυτοσυσχέτισης είναι πιθανότερο να αντιστοιχεί στην κάθε μία; [0.5]
2. Επιλέξτε δύο μοντέλα συμβατά με τα παραπάνω οχήματα και εκτιμήστε τις παραμέτρους τους. Υπολογίστε το θεωρητικό $\rho_2^{(k=2)}$ και για τα δυο μοντέλα. [1.0]
3. Σε ποιο από τα δύο μοντέλα η εκτίμηση των στατιστικών μεγεθών είναι πιο αβέβαιη; Τι σημαίνει αυτό για την υδρολογική πληροφορία που μπορούμε να εξαγάγουμε από μια χρονοσειρά δεδομένου μήκους; [0.5]
4. Για το μοντέλο που αντιστοιχεί στην υψηλότερη αυτοσυσχέτιση υπολογίστε το ισοδύναμο μήκος που απαιτείται για την εκτίμηση της μέσης τιμής $\bar{X}$ από χρονοσειρά με το ίδιο σφάλμα όπως σε χρονοσειρά λευκού θορύβου μήκους $n = 50$. [1.5]