

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

Θέμα 1 (3.5 μονάδες)

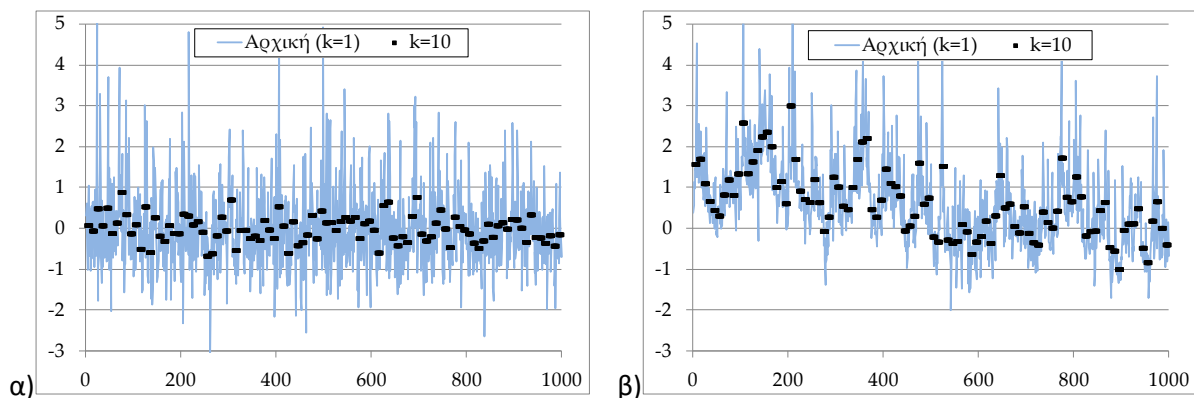
Στα παρακάτω σχήματα (α) και (β) απεικονίζονται δύο χρονοσειρές ίδιας περιθώριας κατανομής και διαφορετικής συνάρτησης αυτοσυσχέτισης, καθώς και οι αντίστοιχες χρονοσειρές (σημεία με σκούρο χρώμα) των χρονικά μέσων τιμών για κλίμακα $k = 10$.

α) Ποια από τις δύο χρονοσειρές είναι πιο πιθανό να αντιστοιχεί σε στάσιμη ανέλιξη λευκού θορύβου και ποια σε απλής ομοιοθεσίας και γιατί; [0.5]

β) Εκτιμήστε προσεγγιστικά (χωρίς δεκαδικά ψηφία) τη μέση τιμή και τη διασπορά, καθώς και το πρόσημο της τρίτης και τέταρτης κεντρικής ροπής. [1.0]

γ) Για τη χρονοσειρά που επιλέξατε πως θα μπορούσε να αντιστοιχεί σε ανέλιξη Hurst-Kolmogorov εκτιμήστε προσεγγιστικά τον συντελεστή Hurst, χωρίς να λάβετε υπόψη την επίδραση της μεροληψίας. (Υπόδειξη: για την κλίμακα 10, με βάση το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα, η κατανομή προσεγγίζεται με Γκαουσιανή, για την οποία ισχύει $P(-3\sigma < \bar{x} - \mu \leq 3\sigma) = 0.997$). [1.5]

δ) Ποια από τις δύο ανελιξεις εμπεριέχει μεγαλύτερη αβεβαιότητα πρόβλεψης σε κλίμακα 20 και γιατί; Ποια χρονοσειρά θα μπορούσε να έχει προκύψει από την καταγραφή μετρήσεων μέσης ετήσιας θερμοκρασίας και ποια από την καταγραφή της διαφορικής θέσης μιας ζαλισμένης μέλισσας (ανά χρονικά ισοδιαστήματα); [0.5]



Θέμα 2 [2.0]

Δίνεται η στοχαστική ανέλιξη $X_i = X_{i-1} + V_i + 0.5V_{i-1}$, όπου $X_0 \equiv 0$ και V_i είναι ακολουθία ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών με μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση 1. Βρείτε τη μέση τιμή και διασπορά της X_i καθώς και τη συνδιασπορά $\text{Cov}[X_i, X_{i-1}]$. Είναι η X_i στάσιμη ανέλιξη και γιατί;

Θέμα 3 [2.0]

1) Δώστε ένα σκαρίφημα αξιοπιστίας-απόληψης ενός ταμιευτήρα και τοποθετήστε δύο καμπύλες που αντιστοιχούν σε μια μεγάλη και μια μικρότερη τιμή της χωρητικότητας του ταμιευτήρα, αιτιολογώντας τη σχετική τους θέση στο διάγραμμα. [0.5]

- 2) Τοποθετήστε σε αντίστοιχο διάγραμμα τις καμπύλες α και β , που αντιστοιχούν σε ταμιευτήρα με εισροές από μοντέλο (α) λευκού θορύβου και (β) απλής ομοιοθεσίας μεγάλου συντελεστή Hurst. Θεωρήστε ίδια τιμή χωρητικότητας για τους ταμιευτήρες. Σε ποιο αναμένεται να προκύψει μικρότερη απόληψη για το ίδιο επίπεδο αξιοπιστίας και γιατί; [0.5]
- 3) Ποια είναι τα δυο ανταγωνιστικά κριτήρια διαχείρισης με τα οποία θα διαστασιολογούσατε την χωρητικότητα ενός ταμιευτήρα για δεδομένη ζήτηση; Σε ποιο θα δίνετε μεγαλύτερη βαρύτητα στην περίπτωση ενός αρδευτικού έργου μικρής κλίμακας και σε ποιο στην περίπτωση ταμιευτήρα υδροδότησης μεγάλης πόλης; [0.5]
- 4) Αν εφαρμόζεται προσομοίωση Monte Carlo για την διαστασιολόγηση ταμιευτήρα, υπάρχει ευαισθησία ως προς την αρχική τιμή αποθέματος και γιατί; [0.5]

Θέμα 4 [1.0]

Η ετήσια εισροή σε ταμιευτήρα έχει μέση τιμή 10 hm^3 , τυπική απόκλιση 3 hm^3 και περιγράφεται από μοντέλο AR(1) με συντελεστή αυτοσυσχέτισης 0.5. Ποια θα είναι η αναμενόμενη τιμή της ετήσιας απορροής μετά από 2 έτη, αν στο παρόν έτος μετρήθηκε ίση με 5 hm^3 ; [1.0]

Θέμα 5 [1.5]

Θεωρούμε πως η ετήσια βροχόπτωση ακολουθεί συνάρτηση πιθανότητας Rayleigh, δηλ. $P(\underline{x} \leq x) = 1 - e^{-x^2/2a^2}$, με παράμετρο $a = 1000 \text{ mm}$ και συνάρτηση αυτοσυσχέτισης λευκού θορύβου. Υπολογίστε την πιθανότερη τιμή της βροχόπτωσης του μεθεπόμενου έτους. [1.5]

Θέμα 6 [1.0]

Αιτιολογήστε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος:

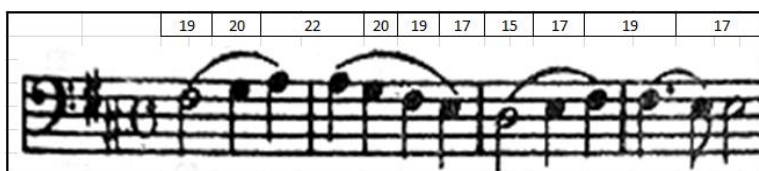
- α) Σε μοντέλο AR(1) με $\rho_1=0.5$, ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης υστέρησης 3 είναι 0.3. [0.2]
- β) Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης μηνιαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης, όπως εκτιμάται από τη χρονοσειρά όλων των διαδοχικών μηνών, για υστέρηση 12 και 24 μηνών αναμένεται να είναι πολύ διαφορετικός. [0.2]
- γ) Μεγάλη τιμή της εντροπίας μιας μεταβλητής υποδηλώνει μεγάλη αβεβαιότητα. [0.2]
- δ) Αν $\underline{x}$ παριστάνει τη στιγμιαία παροχή χειμάρρου, τότε η πιθανότητα $P(\underline{x} = 0)$ είναι πάντα ίση με μηδέν. Το ίδιο και η πυκνότητα πιθανότητας $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{P(x < \underline{x} \leq x + dx)}{dx}$. [0.2]
- ε) Ο συντελεστής ετεροσυσχέτισης βροχών-απορροών για υστέρηση 0 για μεγάλο ποταμό μπορεί να είναι αρνητικός. [0.2]

Θέμα 7 (bonus για καλλιτέχνες...) [1.5]

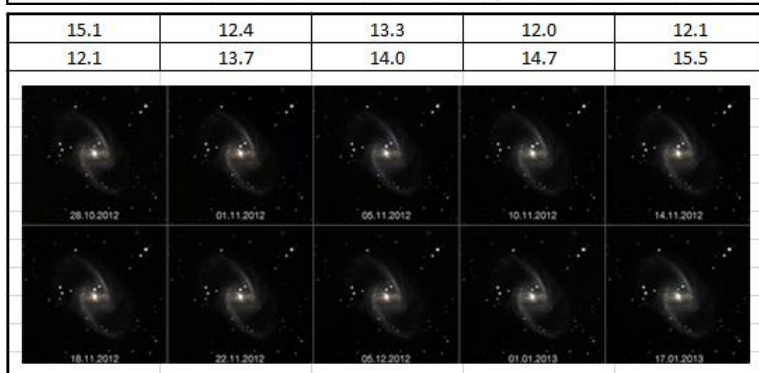
Στο παρακάτω σχήμα δίνονται (α) ένα μικρό απόσπασμα από την ενάτη συμφωνία του Μπετόβεν, (β) ένα τμήμα της εναλλαγής της φωτεινότητας μιας supernova και (γ) ένας στίχος του ποιητή Mallarme. Επίσης, για κάθε σήμα δίνεται και ποσοτικοποίησή του υπό μορφή χρονοσειράς. Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης υστέρησης 1 υπολογίστηκε 0.6 και 0.4 για τα δυο πρώτα. Υπολογίστε τον συντελεστή και για το τρίτο σήμα. [1.0]

Εάν δεν γνωρίζατε τίποτα για την φύση των παρακάτω αριθμοποιημένων σημάτων, για ποιο από τα τρία θα στοιχηματίζατε στην πρόβλεψη της επόμενης τιμής του; [0.5]

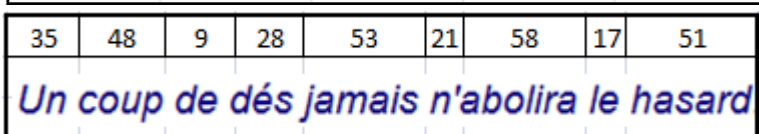
α)



β)



γ)



© Π. Δημητριάδης, Α. Ηλιοπούλου & Δ. Κουτσογιάννης, 2016