

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ.....

Θέμα 1 (3 μονάδες)

Στην παρακάτω χρονοσειρά ημερήσιας βροχόπτωσης ενός μήνα, το 1 συμβολίζει βροχερή μέρα και το 0 ξηρή.

$\{0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,1,1,1,0,0,0,0,1,0,0,0,0,1\}$

- (α) Εκτιμήστε την πιθανότητα ξηρασίας.
- (β) Εκτιμήστε την πιθανότητα να μη βρέχει με δεδομένο ότι έβρεξε την προηγούμενη μέρα.
- (γ) Εκτιμήστε την πιθανότητα να βρέχει με δεδομένο ότι έβρεξε την προηγούμενη μέρα.
- (δ) Εκτιμήστε την πιθανότητα να βρέχει δυο συνεχόμενες μέρες.
- (ε) Εκτιμήστε τη μέση τιμή της ημερήσιας βροχόπτωσης αν η μέση τιμή της βροχόπτωσης με δεδομένο ότι βρέχει είναι 5 mm;
- (στ) Πόσο ασφαλείς αισθάνεστε για τις πιο πάνω εκτιμήσεις και τι μπορείτε να κάνετε για τη βελτίωση της αξιοπιστίας τους;
- (ζ) Περιμένετε η ημερήσια βροχόπτωση να έχει μεγαλύτερη ή μικρότερη ασυμμετρία από τη μηνιαία και γιατί;

Θέμα 2 (2 μονάδες)

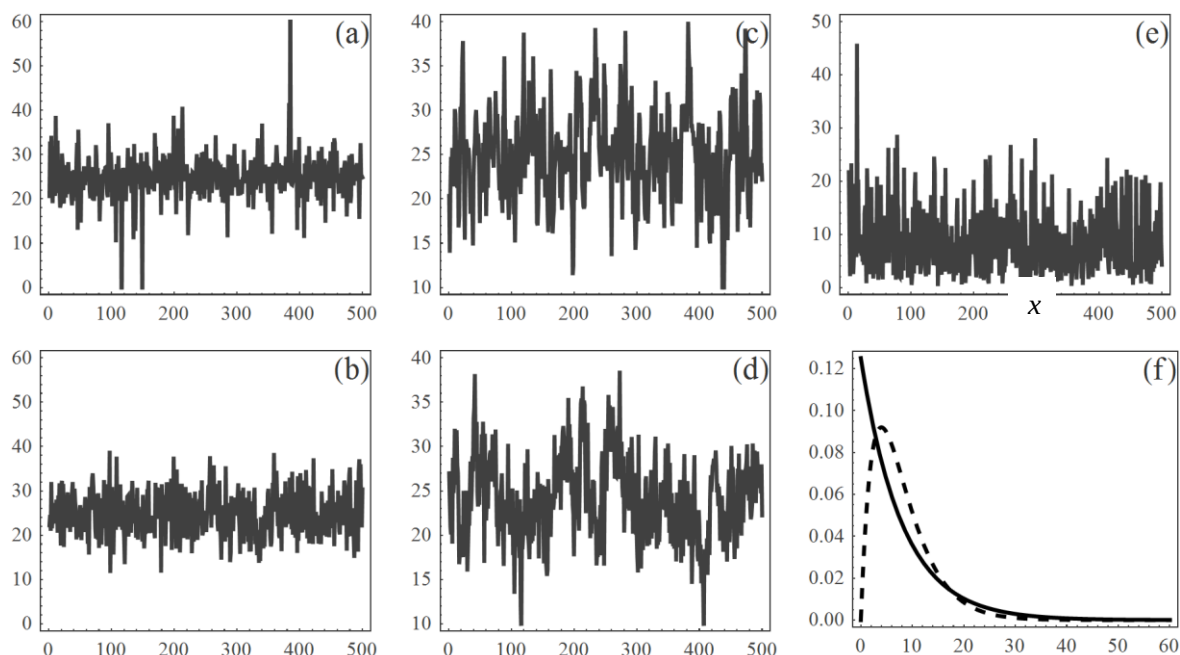
Απαντήστε με συντομία στα παρακάτω:

- (α) Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης της ημερήσιας βροχόπτωσης του Φεβρουαρίου για υστέρηση 1 ημέρας και του Ιανουαρίου για υστέρηση -1 ημέρας έχουν διαφορετική ή ίδια τιμή;
- (β) Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης της μηνιαίας βροχόπτωσης του Φεβρουαρίου για υστέρηση 1 μηνός και του Ιανουαρίου για υστέρηση -1 μηνός έχουν διαφορετική ή ίδια τιμή;
- (γ) Η κατανομή της ημερήσιας βροχόπτωσης για κάθε μήνα είναι διαφορετική. Αν τυποποιήσουμε τις ημερήσιες τιμές κάθε μήνα με γραμμικό μετασχηματισμό ώστε να έχουν μηδενική μέση τιμή και τυπική απόκλιση ίση με 1, ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1 του Φεβρουαρίου και του Ιανουαρίου θα έχουν ίδια ή διαφορετική τιμή;
- (δ) Αν η ημερήσια βροχόπτωση σε μια περιοχή έχει σχεδόν μηδενική αυτοσυσχέτιση τι περιμένετε για την αυτοσυσχέτιση της απορροής ενός ποταμού στην ίδια περιοχή; Περιμένετε να υπάρχει αξιόλογη ετεροσυσχέτιση μεταξύ της ημερήσιας βροχόπτωσης και της ημερήσιας απορροής ή όχι;

Θέμα 3 (2 μονάδες)

Με αναφορά στο Σχήμα 1, ζητούνται τα ακόλουθα:

- (α) Ποια από τις χρονοσειρές (a) και (b) έχει το μεγαλύτερο συντελεστή ασυμμετρίας και κύρτωσης. Πιστεύετε η μέθοδος εκτίμησης των κλασικών ροπών είναι κατάλληλη για τις χρονοσειρές αυτές και γιατί;
- (β) Σε ποια από τις χρονοσειρές (c) και (d) η εκτίμηση της τυπικής απόκλισης είναι πιο αβέβαιη και γιατί; Εκτιμήστε προσεγγιστικά την τυπική απόκλιση.
- (γ) Σε ποια από τις πυκνότητες πιθανότητας που παρουσιάζονται στο γράφημα (f) αντιστοιχεί η χρονοσειρά του γραφήματος (e);



Σχήμα 1. Οι χρονοσειρές (a), (b), (d), (e), και οι πυκνότητες πιθανότητας (f).

Θέμα 4 (2.5 μονάδες)

- (α) Στο μοντέλο $AR_1(1)$ $x_1(t) = 0.6 x_1(t-1) + \varepsilon_1(t)$ ο λευκός θόρυβος έχει μέση τιμή $\mu_{\varepsilon 1} = 10$ και τυπική απόκλιση $\sigma_{\varepsilon 1} = 3$. Ποια θα είναι η μέση τιμή και τυπική απόκλιση της ανέλιξης $y(t) = 5 x(t) + 20$
- (β) Αν μοντέλο $AR_2(1)$ $x_2(t) = \alpha_2 x_2(t-1) + \varepsilon_2(t)$ έχει μέση τιμή $\mu_{x_2} = 5$, τυπική απόκλιση $\sigma_{x_2} = 2$ και $\mu_{\varepsilon 2} = 3$ βρείτε τον συντελεστή αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 2 $\rho(2)$.
- (γ) Βρείτε ποιος θα είναι ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1 αν αθροίσουμε δυο ανεξάρτητα μοντέλα $AR_1(1)$.
- (δ) Βρείτε ποιος θα είναι ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1 αν αθροίσουμε ένα μοντέλο $AR_1(1)$ με ένα ανεξάρτητο μοντέλο $AR_2(1)$.

Θέμα 5 (1.5 μονάδες)

Μελετάται η αξιόπιστη ετήσια απόληψη από σύστημα δύο παράλληλων ταμιευτήρων με χρήση προσομοίωσης Monte Carlo. Συγκρίνετε τα ακόλουθα ζεύγη εναλλακτικών παραδοχών ή μεθοδολογιών αναφέροντας σε ποια από τις δύο περιπτώσεις θα προκύψει μικρότερη απόληψη για το ίδιο επίπεδο αξιοπιστίας:

- (α) Το μοντέλο προσομοίωσης εισροών είναι μηνιαίο ή εναλλακτικά ετήσιο, θεωρώντας ομοιόμορφη χρονική κατανομή εισροών και εκροών εντός του έτους.
- (β) Οι εισροές στους δύο ταμιευτήρες είναι στοχαστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους ή εναλλακτικά εξαρτημένες.
- (γ) Οι εισροές στους δύο ταμιευτήρες είναι στοχαστικά εξαρτημένες μεταξύ τους και στοχαστικά ανεξάρτητες στο χρόνο (με μηδενική αυτοσυσχέτιση) ή εναλλακτικά στοχαστικά εξαρτημένες μεταξύ τους και στο χρόνο με συντελεστή αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1 και σε μηνιαία κλίμακα ίσο με 0.7.
- (δ) Οι ετήσιες εισροές στους δύο ταμιευτήρες έχουν συντελεστή Hurst 0.8 ή εναλλακτικά 0.5.
- (ε) Ο συντελεστής Hurst των ετήσιων εισροών είναι 0.8 και για τους δύο ταμιευτήρες ή εναλλακτικά 0.8 για τον έναν και 0.5 για τον άλλον.