

Εξέταση στο μάθημα
ΩΠΛΙΣΜΕΝΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ II
8 Φεβρουαρίου 2022

Διάρκεια 2h. Επιτρέπεται μόνο η χρήση του Τυπολογίου. Τα κινητά τηλέφωνα πρέπει να είναι **απενεργοποιημένα** (όχι απλώς σιωπηλά).

ΖΗΤΗΜΑ 1 (βαθμοί 3.50 (0.50+2.50+0.50))

Δίδεται η αμφιέριστη πλάκα του σχήματος στο μέσον της οποίας κατασκευάζεται δρομικός τοίχος. Το καθαρό ύψος του ορόφου είναι 3.00 m

1. Να υπολογιστεί ο απαιτούμενος οπλισμός κάμψης της πλάκας.
2. Να γίνει αναλυτικός υπολογισμός του βέλους της πλάκας κατά CEB.
3. Να ελεγχθεί εάν το βέλος που υπολογίστηκε ικανοποιεί τις απαιτήσεις εμφάνισης και γενικής λειτουργικότητας.

Δεδομένα:

C20/25, B500C, $d_1=0.025$ m, $h=0.20$ m

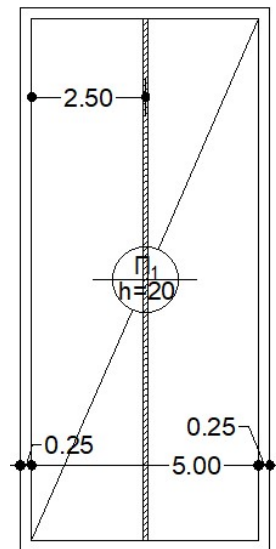
Φορτίο επικαλύψεων $g_1=2.00$ kN/m²

Κινητό φορτίο $q=2.00$ kN/m²

Φορτίο δρομικής οπτοπλινθοδομής $g_{dp}=2.1$ kN/m²

$\psi_2=0.30$

Συντελεστής ερπυσμού: $\varphi = 2.5$



$$a_1 = a_2 = \min\left(\frac{1}{2} \cdot h; \frac{1}{2} \cdot t\right) = \min\left(\frac{1}{2} \cdot 0.20; \frac{1}{2} \cdot 0.25\right) = 0.10 \text{ m}$$

$$l_{eff,x} = 5.00 + 2 \cdot 0.10 = 5.20 \text{ m}$$

$$g_{πλακ} = 0.20 \cdot 25 = 5.00 \text{ kN/m}^2$$

$$G_{τοιχ} = 2.10 \cdot 3 = 6.30 \text{ kN/m}$$

$$f_{cd} = \frac{0.85 \cdot 20000}{1.5} = 11333 \text{ kN/m}^2$$

1. Οπλισμός πλάκας

$$p_{ULS} = 1.35 \cdot (5.00 + 2.00) + 1.50 \cdot 2.00 = 12.45 \text{ kN/m}$$

$$M_{ULS} = \frac{12.45 \cdot 5.20^2}{8} + \frac{1.35 \cdot 6.30 \cdot 5.20}{4} = 53.14 \text{ kNm}$$

$$\mu_{ULS} = \frac{53.14}{0.175^2 \cdot 11333} = 0.153 \rightarrow \omega = 0.167 \rightarrow A_s = 0.167 \cdot 100 \cdot 17.5 \cdot \frac{11333}{435000} = 7.61 \text{ cm}^2$$

$$\rightarrow \phi 10/10 \text{ (7.85 cm}^2\text{/m)}$$

2. Υπολογισμός βέλους κάμψης κατά CEB

$$I_I = \frac{1.00 \cdot 0.20^3}{12} = 6.67 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$p_{SLS} = 5.00 + 2.00 + 0.30 \cdot 2.00 = 7.60 \text{ kN/m}$$

$$a_{c,p} = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_{SLS} \cdot L^4}{E \cdot I_I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{7.6 \cdot 5.20^4}{30000000 \cdot 6.67 \cdot 10^{-4}} = 3.62 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3.62 \text{ mm}$$

$$a_{c,G_{\text{τοιχ}}} = \frac{1}{48} \cdot \frac{G_{\text{τοιχ}} \cdot L^3}{E \cdot I_I} = \frac{1}{48} \cdot \frac{6.3 \cdot 5.20^3}{30000000 \cdot 6.67 \cdot 10^{-4}} = 0.92 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.92 \text{ mm}$$

$$a_{c,tot} = 3.62 + 0.92 = 4.54 \text{ mm}$$

$$M_D = M_{SLS} = \frac{7.60 \cdot 5.20^2}{8} + \frac{6.30 \cdot 5.20}{4} = 33.88 \text{ kNm}$$

$$W_u = \frac{6.67 \cdot 10^{-4}}{0.10} = 6.67 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$M_{rD} = M_{CR} = 6.67 \cdot 10^{-3} \cdot 2200 = 14.67 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{rD}}{M_D} = \frac{14.67}{33.88} = 0.43$$

$$\rho = \frac{\frac{1.00}{0.10} \cdot 0.785}{100 \cdot 17.5} = 0.45\%, \quad \rho' = 0, \quad \alpha_e = \frac{200}{30} = 6.67, \quad \alpha_e \cdot \rho = 0.03, \quad \frac{d}{h} = \frac{0.175}{0.20} = 0.875 \approx 0.90 \rightarrow$$

$$\eta \approx 1.00, \quad k_0 \approx 4.5, \quad k_t \approx 6$$

$$a_0 = a_c \cdot k_0 = 4.54 \cdot 4.5 = 20.43 \text{ mm}$$

$$a_t = a_c \cdot \eta \cdot k_t = 4.54 \cdot 6 = 27.24 \text{ mm}$$

3. Έλεγχος βέλους κάμψης

Για απαιτήσεις εμφάνισης και γενικής λειτουργικότητας:

$$a_t \leq \frac{L}{250} = \frac{5.20}{250} = 0.021 \text{ m} = 21 \text{ mm} < 27.24 \text{ mm}.$$

ΖΗΤΗΜΑ 2 (βαθμοί 2.50)

Υποστύλωμα 40/25 cm, C20/25, B500C, εδράζεται έκκεντρα σε θεμέλιο ύψους $H = 0.40 \text{ m}$, πλευρών $L_x = 1.80 \text{ m}$ και $L_y = 1.10 \text{ m}$, όπως στο παράπλευρο σχήμα. Το θεμέλιο οπλίζεται με $\Phi 16/10$ παράλληλα με την πλευρά L_x και $\Phi 10/15$ παράλληλα με την πλευρά L_y .

Να γίνει έλεγχος του θεμελίου σε διάτρηση, σε απόσταση d_{eff} από τις παρειές του υποστυλώματος (ο συντελεστής β να υπολογιστεί).

Δεδομένα:

Σκυρόδεμα $G_k = 130 \text{ kN}$, $Q_k = 85 \text{ kN}$, $M_{Qk} = 100 \text{ kNm}$, $c_{\text{nom}} = 0.05 \text{ m}$,

$$b_x = 1.80 \text{ m}$$

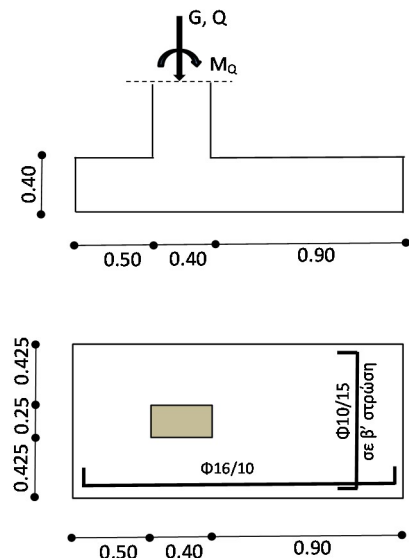
$$b_y = 1.10 \text{ m}$$

$$e = \frac{1.80}{2} - 0.50 - \frac{0.40}{2} = 0.20 \text{ m}$$

$$P_{ULS} = 1.35 \cdot 130 + 1.50 \cdot 85 = 303 \text{ kN}$$

$$M_{ULS} = 1.50 \cdot 100 = 150 \text{ kNm}$$

$$M_{tot} = 150 - 303 \cdot 0.20 = 89.4 \text{ kNm}$$



$$\sigma_{1,2} = \frac{303}{1.80 \cdot 1.10} \pm \frac{6 \cdot 89.4}{1.10 \cdot 1.80^2} \rightarrow \sigma_1 = 303.5 \frac{kN}{m^2} \quad \sigma_2 = 2.5 \frac{kN}{m^2}$$

Τάση στο μέσον του υποστυλώματος:

$$\sigma_m = 2.5 + \frac{0.70}{1.80} \cdot (303.5 - 2.5) = 119.60 \frac{kN}{m^2}$$

$$v_{Rd,max} = 0.50 \cdot \left[0.60 \cdot \left(1 - \frac{20}{250} \right) \right] \cdot \frac{20000}{1.5} = 3680 \frac{kN}{m^2}$$

$$V_{Ed} = 303 - 0.40 \cdot 0.25 \cdot 119.60 = 291.04 \text{ kN}$$

$$d_x = 0.40 - 0.05 - \frac{0.016}{2} = 0.342 \text{ m}$$

$$d_y = 0.342 - \frac{0.016}{2} - \frac{0.010}{2} = 0.329 \text{ m}$$

$$d_{eff} = \frac{0.342 + 0.329}{2} = 0.34 \text{ m}$$

$\beta_{VRd,max} = 1$ (Λόγω της μικρής μεταβολής της αντίδρασης στην περίμετρο του υποστυλώματος)

$$v_{Ed} = \frac{291.04}{1.30 \cdot 0.34} = 658 \frac{kN}{m^2} < 3680 \frac{kN}{m^2}$$

Σε απόσταση $d_{eff} = 0.34 \text{ m}$

$$\rho_x = \frac{\Phi_{16/10}}{100 \cdot 34} = 0.0059$$

$$\rho_y = \frac{\Phi_{10/15}}{100 \cdot 34} = 0.0015 \rightarrow \rho_l = \sqrt{0.0059 \cdot 0.0015} = 0.003$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{340}} = 1.77 < 2$$

$$v_{Rd,c} = 0.12 \cdot 1.77 \cdot (100 \cdot 0.003 \cdot 20)^{1/3} \geq (0.035 \cdot 1.77^{3/2} \cdot \sqrt{20}) \text{ MPa} \rightarrow v_{Rd,c} = 0.386 > 0.368 \text{ MPa} \rightarrow v_{Rd,c} = 386 \frac{kN}{m^2}$$

$$v_{Rd,c,def} = 2 \cdot 386 = 772 \frac{kN}{m^2}$$

$$u_{d,eff} = 2 \cdot \pi \cdot 0.34 + 2 \cdot 0.40 + 2 \cdot 0.25 = 3.4 \text{ m}$$

$$A_{d,eff} = \pi \cdot 0.34^2 + (2 \cdot 0.40 + 2 \cdot 0.25 + 0.40 \cdot 0.25) \cdot 0.34 = 0.84 \text{ m}^2$$

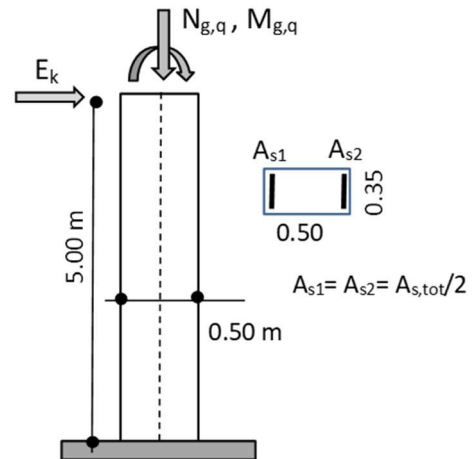
$$\beta = 1 + 1.8 \cdot \sqrt{\left(\frac{\frac{150}{303}}{(2 \cdot 0.34 + 0.25)} \right)^2} = 1.96$$

$$V_{Ed,def} = 303 - 0.84 \cdot 119.6 = 202.50 \text{ kN}$$

$$v_{Ed,def} = \frac{1.96 \cdot 202.50}{3.4 \cdot 0.34} = 343.30 \frac{kN}{m^2} < v_{Rd,c,def}$$

ΖΗΤΗΜΑ 3 (βαθμοί 4.00 (0.50+2.00+1.50))

Δίδεται το υποστύλωμα του παραπλεύρως σχήματος υπό τις δράσεις που αναφέρονται. Το υποστύλωμα θεωρείται ως μεμονωμένος πρόβολος.



1. Να οπλιστεί το υποστύλωμα σε μονοαξονική κάμψη με αξονική δύναμη κατά τη διεύθυνση του σεισμού (θεωρώντας σταθερή όπλιση σε όλο το ύψος), υπό τις δράσεις του σεισμικού συνδυασμού ($\psi_2=0.30$). Διάταξη οπλισμού $A_{s1}=A_{s2}=0.5A_{s,tot}$, χωρίς να ληφθούν υπόψη κατασκευαστικές διατάξεις για ενδιάμεσους οπλισμούς, μέγιστες αποστάσεις οπλισμών κτλ.
2. Για την παραπάνω όπλιση, και για τον βασικό συνδυασμό OKA (χωρίς σεισμό) να υπολογιστεί, η ροπή αντοχής M_{Rd} . Θεωρώντας απλοποιητικά ότι $M_{yd}=M_{Rd}$, να ελεγχθεί με τη μέθοδο του πρότυπου υποστυλώματος εάν το υποστύλωμα επαρκεί έναντι λυγισμού για αυτόν τον συνδυασμό και να προσδιοριστεί η ροπή δεύτερης τάξης που αναπτύσσεται για τον ίδιο συνδυασμό.
3. Ανεξάρτητα από τα προηγούμενα αποτελέσματα, θεωρώντας ότι οι αξονικές δυνάμεις διατηρούνται σταθερές, να υπολογιστεί γραφικά η μέγιστη επιτρεπτή ροπή M'_{qk} για τον συνδυασμό OKA

Δεδομένα:

Σκυρόδεμα C30/37, B500C, $d_1=0.05m$, $A_{s1}=A_{s2}=0.5A_{s,tot}$

$N_{gk}=550 \text{ kN}$, $M_{gk}=80 \text{ kNm}$, $N_{qk}=250 \text{ kN}$, $M_{qk}=30 \text{ kNm}$, $E_k=50 \text{ kN}$

1. Οπλισμός υποστυλώματος

$$N_{seis} = 550 + 0.3 \cdot 250 = 625 \text{ kN}$$

$$M_{seis} = 80 + 0.3 \cdot 30 + 50 \cdot 5.00 = 339 \text{ kNm}$$

$$f_{cd,seis} = \frac{30000}{1.5} = 20000 \text{ kN/m}^2$$

$$\nu_{seis} = \frac{625}{0.35 \cdot 0.50 \cdot 20000} = 0.18$$

$$\mu_{seis} = \frac{339}{0.35 \cdot 0.50^2 \cdot 20000} = 0.19$$

$$\frac{d_1}{h} = \frac{0.05}{0.50} = 0.10 \rightarrow \omega = 0.30 \rightarrow A_{s1} = A_{s2} = 0.5 \cdot 0.30 \cdot 35 \cdot 50 \cdot \frac{20000}{435000} = 12.07 \text{ cm}^2$$

Τοποθετούνται 4Φ20/παρειά = 12.56 cm².

2. Έλεγχος λυγισμού, ροπή 2^{ης} τάξης

$$N_{sta} = 1.35 \cdot 550 + 1.50 \cdot 250 = 1117.50 \text{ kN}$$

$$f_{cd,stat} = \frac{0.85 \cdot 30000}{1.5} = 17000 \text{ kN/m}^2$$

$$\nu_{stat} = \frac{1117.50}{0.35 \cdot 0.50 \cdot 17000} = 0.38$$

$$\omega = \frac{2 \cdot 4 \cdot 3.14 \cdot 435000}{35 \cdot 50 \cdot 17000} = 0.37 \rightarrow \mu_{Rd} \approx 0.27 \rightarrow M_{Rd} = 0.27 \cdot 0.35 \cdot 0.50^2 \cdot 17000 \rightarrow$$

$$M_{Rd} = 401.60 \text{ kNm}$$

Από ισορροπία διατομής στη διαρροή με $N_{stat} = 1117.50 \rightarrow \varepsilon_y = 2.17\text{‰}, \varepsilon_c = 2.7\text{‰} \rightarrow$

$$\left(\frac{1}{R}\right)_y = 0.0108$$

Ή εναλλακτικά από σχέση EC2:

$$\left(\frac{1}{R}\right)_0 = \frac{2.17 \cdot 10^{-3}}{0.45 \cdot (0.50 - 0.05)} = 0.0107$$

$$v_{stat} = 0.38 < 0.4 \rightarrow K_r = 1, \quad K_\varphi = 1 \rightarrow \left(\frac{1}{R}\right) = 0.0107$$

$$e_2 = 0.0107 \cdot \frac{(2 \cdot 5)^2}{10} = 0.107$$

$$M_{Ed,0} = M_{stat} = 1.35 \cdot 80 + 1.50 \cdot 30 = 153 \text{ kNm}, \quad N_{stat} = 1117.50 \rightarrow e_0 = \frac{153}{1117.5} = 0.137$$

Είτε γραφικά από το διάγραμμα (M,e) που ακολουθεί, είτε αναλυτικά (από την τομή των ευθειών):

$$M_2 = 64.80 \text{ kNm}$$

3. Μέγιστη επιτρεπτή ροπή M'_{qk} για σταθερή αξονική

Γραφικά από το διάγραμμα (M,e) που ακολουθεί (κόκκινη διακεκομμένη): $M_{0,max} = 282.40 \text{ kNm}$

$$M_{0,max} = 1.35 \cdot 80 + 1.5 \cdot M'_{qk} \rightarrow 281.40 = 108 + 1.5 \cdot M'_{qk} \rightarrow M'_{qk} = 116 \text{ kNm}$$

