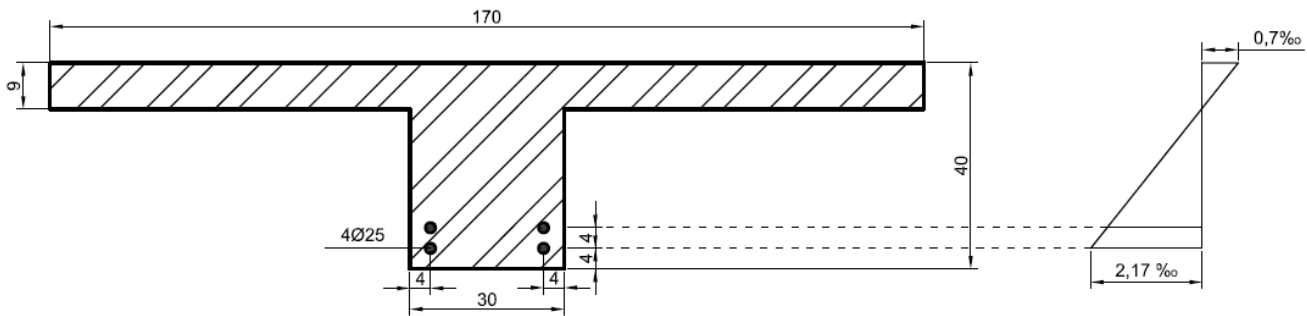


Εξέταση στο μάθημα
ΟΠΛΙΣΜΕΝΟ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑ II
του 7ου εξ. / 2-9-2021

Θέμα 1. (μον. 5,0)

Στο σχήμα απεικονίζεται η τομή μιας τυπικής δοκίδας αμφιέριστης δοκιδωτής πλάκας, στο μέσον του ανοίγματος, και το διάγραμμα ανηγμένων παραμορφώσεων (τροπών) κατά τη διαρροή του πλέον εφελκυσμένου οπλισμού (διαστάσεις σε cm).

Δεδομένα: $g=7,375$ kPa (συμπεριλαμβανομένου του ίδιου βάρους), $q=5$ kPa, C30/37, B500C.



Ζητούμενα:

- 1) Να προσδιορισθεί η ροπή αστοχίας της δοκίδας και το μέγιστο δυνατό θεωρητικό άνοιγμα της αμφιέριστης πλάκας. (μον. 1,0)

$$\text{Ροπή αστοχίας δοκίδας: } f_{cd} = 0.85 \cdot \frac{30}{1.5} = 17 \text{ MPa}, \quad f_{yd} = \frac{500}{1.15} = 435 \text{ MPa},$$

$$d_1 = 6 \text{ cm} \rightarrow d = 34 \text{ cm}, \quad \omega = \frac{4 \cdot 4.91}{170 \cdot 34} \cdot \frac{435}{17} = 0.087$$

$$\frac{b_{eff}}{b_w} = \frac{1.70}{0.30} = 5.7, \quad \frac{h_{eff}}{d} = \frac{0.09}{0.34} = 0.26 \rightarrow \mu_{sd} \approx 0.083 \rightarrow$$

$$M_{Rd} = \mu_{sd} \cdot b_{eff} \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0.083 \cdot 1.70 \cdot 0.34^2 \cdot 17000 = 277.30 \text{ kNm}$$

$$p_u = (7.375 \cdot 1.35 + 5 \cdot 1.50) \cdot 1.70 = 17.46 \cdot 1.70 = 29.70 \text{ kN/m}$$

$$M_{Rd} = \frac{p_u \cdot l^2}{8} \rightarrow l_{max}^2 = \frac{277.30 \cdot 8}{29.70} = 74.7 \rightarrow l_{max} = 8.64 \text{ m}$$

2) Για θεωρητικό άνοιγμα 8,0 m, να προσδιοριστεί το ελάχιστο πλάτος της συμπαγούς ζώνης (από τη θεωρητική στήριξη), έτσι ώστε να μην απαιτείται οπλισμός διάτμησης στις δοκίδες της πλάκας και να παρατεθεί ένα σκαρίφημα κατά μήκος τομής των οπλισμών μιας δοκίδας, όπου να απεικονίζονται οι οπλισμοί και η συμπαγής ζώνη. (μον. 1,5)

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \geq (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0.18}{1.5} = 0.12, \quad k=1 + \sqrt{\frac{200}{340}} = 1.77, \quad \sigma_{cp} = 0$$

$$\rho_l = \frac{2 \cdot 4.91}{30 \cdot 34} = 9.63 \cdot 10^{-3} \quad (\text{στη στήριξη ο εφελκ. οπλισμός είναι οι 2 ράβδοι που έχουν καμφθεί})$$

$$V_{Rd,c} = \left[0.12 \cdot 1.77 \cdot (100 \cdot 9.63 \cdot 10^{-3} \cdot 30)^{1/3} \right] \cdot 0.30 \cdot 0.34 = 0.665 \text{ MN} = 66.50 \text{ kN}$$

$$V_{min} = \left[0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{f_{ck}} \right] \cdot b_w \cdot d = \left[0.035 \cdot 1.77^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{30} \right] \cdot 0.30 \cdot 0.34 = 0.046 \text{ MN} = 46 \text{ kN}$$

$$\text{Για } l = 8.00 \text{ m} \rightarrow V_{sd} = \frac{p_u \cdot l}{2} = \frac{29.70 \cdot 8.00}{2} = 118 \text{ kN}$$

$$\text{Απαιτούμενο μήκος συμπαγούς ζώνης: } \frac{\frac{l}{2}}{118} = \frac{l_{δοκιδ}}{66.5} \rightarrow l_{δοκιδ} = 66.5 \cdot \frac{4.00}{118} = 2.25 \rightarrow$$

$$l_{συμπ} = 4.00 - 2.25 = 1.75 \text{ m}$$

(το ζητούμενο σκαρίφημα δεν παρατίθεται εδώ)

3) Να υπολογισθεί η ροπή διαρροής της δοκίδας. (μον. 0,5)

$$\text{Ύψος θλιβόμενης ζώνης: } x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_{s1}} \cdot d_{s1} = \frac{0.7}{0.7 + 2.17} \cdot 0.36 = 0.088 \text{ m}$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{(0.36 - 0.088 - 0.04)}{(0.36 - 0.088)} \cdot 2.17 \cdot 10^{-3} = 1.85 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon_c = 0.7 \cdot 10^{-3} \rightarrow a = 0.309 \text{ \& } \zeta' = 0.344$$

$$F_c = 0.309 \cdot 0.088 \cdot 1.70 \cdot 17000 = 785.85 \text{ kN}$$

$$F_{s1} = 2 \cdot 4.91 \cdot 43.5 = 427.17 \text{ kN}$$

$$F_{s2} = 2 \cdot 4.91 \cdot 43.5 \cdot \frac{1.85}{2.17} = 364.18 \text{ kN}$$

$$M_y = 427.17 \cdot (0.36 - 0.344 \cdot 0.088) + 364.18 \cdot (0.32 - 0.344 \cdot 0.088) = 246.4 \text{ kNm}$$

4) Για άνοιγμα 8,0 m και για $\psi=0,7$ (μακροχρόνια φόρτιση), να γίνει αναλυτικός υπολογισμός του εύρους των ρωγμών (w_k) στην περιοχή της μέγιστης ροπής. (μον. 2,0)

Απαιτούμενος οπλισμός για άνοιγμα 8.00 m

$$M_{sd} = \frac{p_u \cdot l^2}{8} \rightarrow l_{max}^2 = \frac{29.70 \cdot 8.00^2}{8} = 237.6 \text{ kNm}$$

$$\mu_{sd} = \frac{237.60}{1.70 \cdot 0.34^2 \cdot 17000} = 0.071 \rightarrow \omega_{rqd} \approx 0.073 \rightarrow$$

$$A_{s,rqd} = 0.073 \cdot 170 \cdot 34 \cdot \frac{17}{435} = 16.50 \text{ cm}^2$$

$$p_{sls} = (7.375 + 5 \cdot 0.70) \cdot 1.70 = 18.50 \text{ kN/m}$$

$$M_{sls} = \frac{p_{sls} \cdot l^2}{8} \rightarrow l_{max}^2 = \frac{18.50 \cdot 8.00^2}{8} = 148 \text{ kNm}$$

$$\sigma_{s,sls} = \frac{M_{SLS}}{M_{ULS}} \cdot \frac{A_{s,rqd}}{A_{s,prov}} \cdot f_{sd} = \frac{148}{237.6} \cdot \frac{16.50}{4 \cdot 4.91} \cdot 435 = 227.60 \text{ MPa}$$

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) < w_{max}$$

$$s_{r,max} = k_3 \cdot c + \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \phi}{\rho_{r,eff}}$$

$$k_t = 0.40, \quad k_1 = 0.8, \quad k_2 = 0.5, \quad k_3 = 3.4, \quad k_4 = 0.425$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{r,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{r,eff})}{E_s} > 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$h_{c,ef} = \min \left\{ 2.5 \cdot (h - d), \quad \frac{(h - x)}{3}, \quad \frac{h}{2} \right\} = \min \left\{ 2.5 \cdot 0.06, \quad \frac{0.4 - 0.088}{3}, \quad 0.20 \right\}$$

$$= \min \{ 0.15, \quad 0.104, \quad 0.20 \} \rightarrow h_{c,ef} = 0.104 \text{ m}$$

$$A_{c,eff} = 0.104 \cdot 0.30 = 0.03 \text{ m}^2$$

$$\rho_{r,eff} = \frac{\sum A_s}{h_{c,ef} \cdot b} = \frac{4 \cdot 4.91 \cdot 10^{-4}}{0.03} = 0.065$$

$$s_{r,max} = 3.4 \cdot 60 + \frac{0.8 \cdot 0.5 \cdot 0.425 \cdot 25}{0.065} = 269.40 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{227.60 - 0.40 \cdot \frac{2.9}{0.065} \cdot \left(1 + \frac{200}{33} \cdot 0.065 \right)}{200000} > 0.6 \cdot \frac{227.60}{200000} = 1.014 \cdot 10^{-3}$$

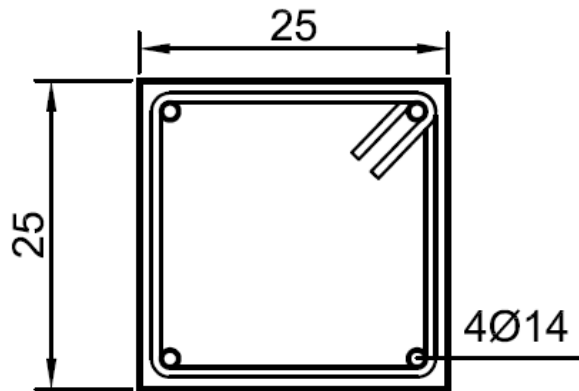
$$> 6.83 \cdot 10^{-4} \rightarrow \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 1.014 \cdot 10^{-3}$$

$$w_k = 269.40 \cdot 1.014 \cdot 10^{-3} = 0.27 \text{ mm} (< 0.30, \text{ ο έλεγχος δεν ζητιόταν})$$

Θέμα 2 (μον. 5,0)

Στο σχήμα (διαστάσεις σε cm) απεικονίζεται η διατομή ενός υφισταμένου υποστυλώματος, ($c=1,0$ cm, συνδ.Φ8/20, 4Φ14, B500C, C16/20).

Κατά τη διαρροή του εφελκόμενου οπλισμού, υπό την αξονική δύναμη σχεδιασμού N_d , (από συνδυασμό ΟΚΑ χωρίς σεισμικά φορτία), ο ουδέτερος άξονας διέρχεται από το κέντρο της διατομής. Δίδεται επίσης ότι, για την N_d , στην ΟΚΑ, το ύψος της θλιβόμενης ζώνης προκύπτει $x=11,62$ cm.



(α) Να προσδιορισθεί η N_d και να συνταχθεί το διάγραμμα ροπών/καμπυλοτήτων της διατομής (μον. 1,5)

$$d_1 = 1.0 + 0.8 + 0.7 = 2.5 \text{ cm}$$

$$f_{cd} = 0.85 \cdot \frac{16000}{1.5} = 9067 \text{ kPa}$$

$$\omega_{tot} = \frac{4 \cdot 1.54 \cdot 435000}{25^2 \cdot 9067} = 0.47$$

a) ΔΙΑΡΡΟΗ

$$x_y = 0.125 \text{ m}$$

$$\varepsilon_{s1} = 2.17 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{0.10} = \frac{\varepsilon_c}{0.125} \rightarrow \varepsilon_c = 2.71 \cdot 10^{-3}$$

$$\alpha = 0.753, \zeta' = 0.397$$

$$F_c = 0.753 \cdot 0.125 \cdot 0.25 \cdot 9067 = 213 \text{ kN}$$

$$F_{s1} = 2 \cdot 1.54 \cdot 43.5 = 134 \text{ kN}$$

$$\frac{\varepsilon_{s2}}{0.10} = \frac{\varepsilon_c}{0.125} \rightarrow \varepsilon_{s2} = 2.17$$

$$F_{s2} = 2 \cdot 1.54 \cdot 43.5 = 134 \text{ kN}$$

$$N_y = 213 \text{ kN}$$

$$M_y = 213 \cdot (0.125 - 0.397 \cdot 0.125) + 2 \cdot 134 \cdot (0.125 - 0.025) = 42.85 \text{ kNm}$$

$$\left(\frac{1}{R}\right)_y = \frac{2.17 \cdot 10^{-3}}{0.10} = 21.7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$$

ΑΣΤΟΧΙΑ

$$\varepsilon_c = 3.5 \cdot 10^{-3}$$

$$x = 0.1162 \text{ m} \rightarrow \varepsilon_{s1} = \frac{0.225 - 0.1162}{0.1162} \cdot 3.5 \cdot 10^{-3} = 3.28 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0912}{0.1162} \cdot 3.5 \cdot 10^{-3} = 2.75 \cdot 10^{-3} > 2.17 \cdot 10^{-3}$$

$$F_c = 0.80 \cdot 0.1162 \cdot 0.25 \cdot 9067 = 211 \text{ kN}$$

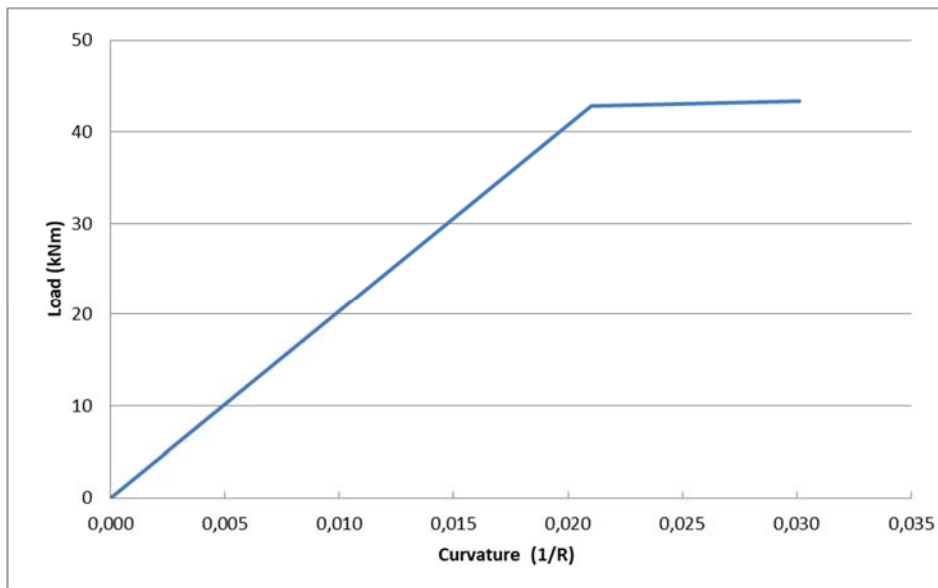
$$F_{s2} = 2 \cdot 1.54 \cdot 43.5 = 134 \text{ kN}$$

$$F_{s1} = 2 \cdot 1.54 \cdot 43.5 = 134 \text{ kN}$$

$$N_u = F_c = 211 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = 211 \cdot (0.125 - 0.4 \cdot 0.1162) + 2 \cdot 134 \cdot (0.125 - 0.025) = 43.40 \text{ kNm}$$

$$\left(\frac{1}{R}\right)_u = \frac{3.5 \cdot 10^{-3}}{0.1162} = 30.12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$$



(β) Με χρήση διαγραμμάτων αλλ/σεως να ευρεθεί το μέγιστο μήκος λυγισμού για το οποίο το υποστυλωμα είναι ασφαλές, για δρώσα ροπή 1^{ης} τάξεως ίση με τα 5/6 της M_{Rd} (μον. 1,5).

$$M_{o,Ed} = \frac{5}{6} \cdot 43.40 = 36.14 \text{ kNm}$$

$$\mu_{o,Ed} = \frac{36.14}{0.25 \cdot 0.25^2 \cdot 9067} = 0.26$$

$$\nu_d = \frac{211}{0.25^2 \cdot 9067} = 0.37$$

$$\frac{d_1}{h} = \frac{0.025}{0.25} = 0.10$$

Από σχήμα 6.3 για: $\frac{d_1}{h} = 0.10$ και $\frac{L_0}{h} = 20$,

και για $\nu_d = 0.37$ $\mu_{o,Ed} = 0.26$ προκύπτει:
 $\omega_{rqd} \approx 0.58$

Από σχήμα 6.3 για: $\frac{d_1}{h} = 0.10$ και $\frac{L_0}{h} = 10$,

και για $\nu_d = 0.37$ $\mu_{o,Ed} = 0.26$ προκύπτει: $\omega_{rqd} \approx 0.42$

$$\text{Για } \frac{L_0}{h} = 20 \rightarrow \omega_{req,20} \cong 0.59$$

$$\text{Για } \frac{L_0}{h} = 10 \rightarrow \omega_{req,10} \cong 0.40$$

$$\text{Για } \omega_{tot} = 0.47 \rightarrow \frac{L_0}{h} = 20 - \frac{0.59-0.47}{0.59-0.40} \cdot 10 \approx 13.7$$

$$\text{Συνεπώς: } \frac{L_0}{h} = 13.7 \rightarrow L_0 = 13.7 \cdot 0.25 = 3.40 \text{ m}$$

(γ) Το ως άνω μέγιστο μήκος λυγισμού να προσδιορισθεί επίσης με τη μέθοδο του προτύπου υποστυλώματος. (μον. 2,0)

$$M_2 = M_{Rd} - M_{oEd,b} = 43.40 - 36.14 = 7.26 \text{ kNm}$$

$$M_2 = N_{Ed} \cdot e_2 \rightarrow 7.26 = 211 \cdot e_2 \rightarrow e_2 = 0.034 \text{ m}$$

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_o^2}{10}$$

$$\frac{1}{r_o} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0.45 \cdot d} = \frac{2.17\text{‰}}{0.45 \cdot 0.225} = 0.0214$$

$$(\text{Εναλλακτικά: } \frac{1}{r_o} = \frac{\varepsilon_{yd}}{(\frac{h}{2} - d_1)} = \frac{2.17\text{‰}}{(0.25/2 - 0.025)} = 0.0217)$$

$$k_\varphi = 1, k_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} \leq 1 \text{ (n: ανοιγμένη αξονική - μικρότερη από 0.4 } \rightarrow Kr=1)$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_o} \rightarrow 0.034 = 0.0214 \cdot \frac{l_o^2}{10} \rightarrow l_o^2 = 16.08 \rightarrow l_o = 4.00 \text{ m}$$

Η διαφορά μεταξύ των δύο τρόπων επίλυσης οφείλεται εν μέρει στα λάθη ανάγνωσης των διαγραμμάτων και εν μέρει στο ότι δεν είναι σωστή η γραμμική παρεμβολή μεταξύ των διαφορετικών λυγηροτήτων. (Δεν ζητιόταν).