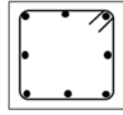


ΘΕΜΑ 1 (6)

ΘΕΜΑ 1α [Λήγοντες ΑΜ (κ): 1-2-3]

Υποστυλώμα 40/40 cm, C30/37, B500C, $c_{nom}=3$ cm, συνδετήρες Φ8 ανά (15-ι) καταπονείται σε μονοαξονική κάμψη και είναι οπλισμένο με: 8Φ16 για $k=1$, 8Φ18 8Φ20 για $k=3$.



(cm),
για $k=2$,

Δίδεται ότι στη διαρροή το βάθος της θλιβόμενης ζώνης είναι $(13+k)$ cm.

1. Να προσδιορισθεί το διάγραμμα ροπών-καμπυλοτήτων της διατομής του υποστυλώματος για στατική φόρτιση.
2. Να προσδιορισθεί με τη γραφική μέθοδο, κάνοντας χρήση του διαγράμματος ροπών καμπυλοτήτων, το μέγιστο ύψος που μπορεί να έχει το υποστυλώμα, εάν είναι πρόβολος και ασκείται στο ελεύθερο άκρο του ροπή ίση με το (80-ι)% της ροπής διαρροής του.
3. Να υπολογιστεί η διαθέσιμη πλαστικότητα καμπυλοτήτων του υποστυλώματος.

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

Έστω $k=2 \rightarrow$ οπλισμός υποστυλώματος 8Φ18.

$$d_1 = 0.03 + 0.008 + 0.009 = 0.047$$

$$d = h - d_1 = 0.40 - 0.047 = 0.353 \text{ m}$$

Διαρροή

$$x = (13 + 2) = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m} \quad \& \quad \varepsilon_{s1} = 2.17\%$$

$$\left(\frac{1}{R}\right)_y = \frac{\varepsilon_{s1}}{d - x} = \frac{0.00217}{(0.353 - 0.15)} = 0.0107$$

$$\varepsilon_c = \frac{1}{R} \cdot x = 0.0107 \cdot 0.15 = 1.60\% \rightarrow (\text{από πίνακα 1.1 τυπολογίου}) a = 0.587 \text{ \& } \zeta' = 0.36 \rightarrow$$

$$F_c = a \cdot x \cdot b \cdot f_{cd} = 0.587 \cdot 0.15 \cdot 0.40 \cdot \frac{0.85 \cdot 30000}{1.5} = 599.20 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{1}{R} \cdot (x - d_1) = 0.0107 \cdot 0.10 = 1.1\% \rightarrow$$

$$F_{s2} = A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s = 3 \cdot 2.54 \cdot 10^{-4} \cdot 0.0011 \cdot 200000000 = 167.60 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{s3} = \frac{1}{R} \cdot \left(d - x - \left(\frac{h}{2} - d_1\right)\right) = 0.0107 \cdot (0.35 - 0.15 - 0.153) = 0.534\% \rightarrow$$

$$F_{s2} = A_{s3} \cdot \varepsilon_{s3} \cdot E_s = 2 \cdot 2.54 \cdot 10^{-4} \cdot 0.000534 \cdot 200000000 = 54.40 \text{ kN}$$

$$F_{s1} = A_{s1} \cdot f_{yd} = 3 \cdot 2.54 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{500000}{1.15} = 331.75 \text{ kN}$$

$$N_{Rd} = N_{Ed} = 599.20 + 167.60 - 54.40 - 331.75 = 381.10 \text{ kN}$$

$$M_{Rd,y} = M_{Ed,y} = 599.20 \cdot \left(\frac{0.40}{2} - 0.36 \cdot 0.15\right) + 167.60 \cdot \left(\frac{0.40}{2} - 0.047\right) + 331.75 \cdot \left(\frac{0.40}{2} - 0.047\right) = 163.60 \text{ kNm}$$

Αστοχία

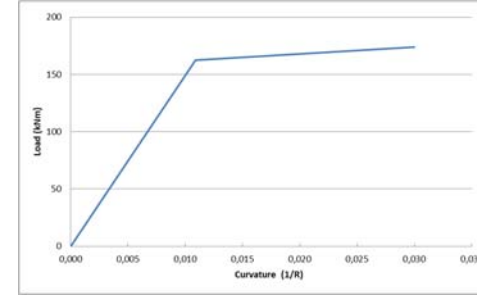
$$\nu_{Ed} = \frac{381.10}{0.40 \cdot 0.40 \cdot \frac{0.85 \cdot 30000}{1.5}} = 0.14$$

$$\omega_{tot} = \frac{8.254 \cdot 10^{-4}}{0.40 \cdot 0.40} \cdot \frac{1.5 \cdot 500000}{1.15 \cdot 0.85 \cdot 30000} = 0.32$$

$$\frac{d_1}{h} = \frac{0.047}{0.40} = 0.125 \rightarrow (\text{από πίνακα 6a με μικρή ανοχή και ορθότερα από παρεμβολή 6a-6b}) \mu_{Ed} \approx 0.16 \quad \&$$
$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{s1}} \approx \frac{3.5}{7}$$

$$\left(\frac{1}{R}\right)_u = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_{s1}}{d} = \frac{0.0035 + 0.007}{0.353} = 0.03$$

$$M_{Rd,u} = M_{Ed,u} = 0.16 \cdot 0.40 \cdot 0.40^2 \cdot \frac{0.85 \cdot 30000}{1.5} = 174 \text{ kNm}$$



ΕΡΩΤΗΜΑ 2

Έστω $i=5$

$$M_o = \frac{(80 - 5)}{100} \cdot M_y = 0.75 \cdot 163.60 = 122.7 \text{ kNm}$$

$$e_2 = \left(\frac{1}{R}\right)_y \cdot \frac{1}{c} \cdot L_o^2$$

$$M_y - M_o = N \cdot e_2 \rightarrow 163.60 - 122.7 = 381.10 \cdot 0.0109 \cdot \frac{1}{10} \cdot L_o^2 \rightarrow L_o^2 = 98.70 \rightarrow L_o = 9.93 \text{ m}$$

$$L_o = 2 \cdot H \rightarrow H = 4.98 \text{ m}$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 3

Συνδετήρες Φ8/(15 - 5) $\rightarrow$ Φ8/10

$$b_o = 0.40 - 2 \cdot 0.03 - 0.008 = 0.332 \text{ m}$$

$$b_i = 0.332 - 0.008 - 0.018 = 0.306 \text{ m}$$

$$\alpha_n = 1 - \frac{\sum b_i^2}{6 \cdot b_{xo} \cdot b_{yo}} = 1 - \frac{4 \cdot 0.306^2}{6 \cdot 0.332 \cdot 0.332} = 0.433$$

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{s}{2 \cdot b_{xo}}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{2 \cdot b_{yo}}\right) = \left(1 - \frac{0.10}{2 \cdot 0.332}\right) \cdot \left(1 - \frac{0.10}{2 \cdot 0.332}\right) = 0.721$$

$$\omega_w = \frac{[2 \cdot b_{xo} + 2 \cdot b_{yo}] \cdot A_{sw} \cdot f_{yd}}{b_{xo} \cdot b_{yo} \cdot s \cdot f_{cd}} =$$
$$= \frac{[2 \cdot 0.332 + 2 \cdot 0.332] \cdot 0.5 \cdot 10^{-4} \cdot 435}{0.332 \cdot 0.332 \cdot 0.10} = 0.132$$

$$\alpha_n \cdot \alpha_s \cdot \omega_w = 0.433 \cdot 0.721 \cdot 0.132 = 0.041$$

$$v_{Ed} = \frac{381.10}{0.40 \cdot 0.40 \cdot \frac{30000}{1.5}} = 0.119$$

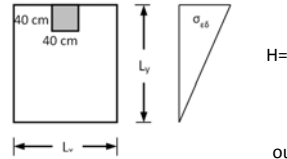
$$\alpha \cdot \omega_w = 30 \cdot \mu_\varphi \cdot v_{Ed} \cdot \varepsilon_{sy,d} \cdot \frac{b_c}{b_o} - 0.035 \rightarrow 0.041 = 30 \cdot \mu_\varphi \cdot 0.119 \cdot 0.00217 \cdot \frac{0.40}{0.332} - 0.035 \rightarrow \mu_\varphi = 8.15$$

ΘΕΜΑ 1b Λήγοντες AM (κ):4-5-6 και όσοι δεν έχουν αριθμό μητρώου

Υποστώλωμα 40/40 cm, C30/37, B500C, είναι τοποθετημένο στο πλάγιο όριο του οικοπέδου και εδράζεται στο μέσον θεμελίου ύψους 500mm, πλευρών Lx= 150 cm (παράλληλα στο όριο) και Ly=20*[12+0,25i] (κάθετα στο όριο) cm.

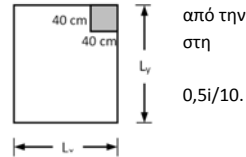
Στον δυσμενέστερο συνδυασμό φόρτισης για τον έλεγχο του θεμελίου, εδαφικές τάσεις στο θεμέλιο στην πλευρά του ορίου του οικοπέδου είναι 10*(25+0,5i) kPa και στην άλλη πλευρά μηδέν. Για την οριακή κατάσταση αστοχίας να ληφθεί ότι (G+Q)_{OKA} = 1,40*(G+Q)_{OKL}.

1. Να γίνει ο υπολογισμός του θεμελίου σε κάμψη.
2. Να γίνει έλεγχος του θεμελίου σε διάτρηση, σε απόσταση ((6+0,5i)/6)d παρειά του υποστώλματος. Να θεωρήσετε ότι το υποστώλμα είναι γωνία του θεμελίου και ότι οι εδαφικές τάσεις είναι ίδιες με αυτές του προηγούμενου ερωτήματος. Να ληφθεί υπόψη συντελεστής β=2-
3. Να υπολογιστεί και να σχεδιαστεί ο σπλισμός διάτρησης εφόσον απαιτηθεί.



H=

οι



από την
στη
0,5i/10.

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

A) Έλεγχος στην κύρια διεύθυνση κάμψης - σπλισμός κατά μήκος της διεύθυνσης Y

$$\text{Έστω } i=5 \rightarrow L_y = 20 \cdot (12 + 0.25 \cdot 5) = 265 \text{ cm} = 2.65 \text{ m}$$

$$\sigma_{max} = 10 \cdot (25 + 0.5 \cdot 5) = 275 \text{ kPa}$$

Μέσο στατικό ύψος κατά x και y για σπλισμό εσχάρα Φ14:

$$d = h - d_1 = 0.50 - 0.05 - 0.014 = 0.436 \text{ m}$$

$$f_{cd} = \frac{0.85 \cdot 30000}{1.5} = 17000 \text{ kPa}$$

$$\text{Τάση στον άξονα του υποστωλώματος: } \sigma_{axis,y} = \frac{2.45}{2.65} \cdot 275 = 254.20 \text{ kPa}$$

Καμπτική ροπή στον άξονα του υποστωλώματος:

$$M_{axis,y} = 1.4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2.45 \cdot 1.50 \cdot 254.20 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2.45 = 534.10 \text{ kNm}$$

$$\mu_{axis,y} = \frac{534.10}{1.50 \cdot 0.436^2 \cdot 17000} = 0.11 \rightarrow \omega = 0.117 \rightarrow$$

$$A_{sy} = 0.117 \cdot 1.50 \cdot 0.436 \cdot \frac{17000}{434780} = 2.99 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \quad 29.9 \text{ cm}^2$$

$$\text{Οπλισμός ανά μέτρο μήκους: } A_{s,foot,y} = \frac{29.90}{1.50} = 19.9 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \Phi 16/10=20.10 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A) Έλεγχος στη δευτερεύουσα διεύθυνση κάμψης - σπλισμός κατά μήκος της διεύθυνσης X

$$\text{Μέση τάση στο μέσο του θεμελίου: } \sigma_{axis,x} = \frac{1}{2} \cdot 275 = 137.50 \text{ kPa}$$

$$M_{axis,x} = 1.4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.50 \cdot 2.65 \cdot 137.50 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1.50}{2} = 143.50 \text{ kNm}$$

$$\mu_{axis,x} = \frac{143.50}{2.65 \cdot 0.436^2 \cdot 17000} = 0.017 \rightarrow \omega = 0.017 \rightarrow$$

$$A_{sx} = 0.017 \cdot 2.65 \cdot 0.436 \cdot \frac{17000}{434780} = 7.68 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad 7.68 \text{ cm}^2$$

$$\text{Οπλισμός ανά μέτρο μήκους: } A_{s,foot,x} = \frac{7.68}{2.65} = 2.90 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \Phi 12/20=5.65 \text{ cm}^2/\text{m}$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2

Έλεγχος επάρκειας θεμελίου έναντι διάτρησης.

$$\beta = 2 - \frac{0.5 \cdot 5}{10} = 1.75$$

$$N_d = 1.4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2.65 \cdot 275 \cdot 1.50 = 765.20 \text{ kN}$$

$$u_o = 2 \cdot 0.40 = 0.80 \text{ m}, \quad A_o = 0.40 \cdot 0.40 = 0.16 \text{ m}^2$$

$$A_o = 0.40 \cdot 0.40 = 0.16 \text{ m}^2$$

$$V_{Ed,o} = 765.20 - 1.4 \cdot 254.20 \cdot 0.16 = 708.25 \text{ kN}$$

$$v_{Ed,o} = \frac{1.75 \cdot 708.25}{0.436 \cdot 0.80} = 3553 \text{ kPa}$$

$$v_{rd,max} = \frac{1}{2} \cdot 0.6 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) \cdot \frac{30000}{1.5} = 5280 \text{ kPa} > 3553 \text{ kPa}$$

$$\text{Έλεγχος απαίτησης σπλισμού: έλεγχος σε απόσταση } \frac{6+0.5 \cdot 5}{6} \cdot d = 1.42 \cdot d = 0.617 \text{ m}$$

$$u_1 = 2 \cdot 0.40 + \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.617}{4} = 1.77 \text{ m}$$

$$A_1 = 0.40 \cdot 0.40 + 2 \cdot 0.40 \cdot 0.617 + \frac{\pi \cdot 0.617^2}{4} = 0.953 \text{ m}^2$$

$$\text{Μέση τάση στην επιφάνεια } A_1: \sigma_m \approx \frac{(2.65 - \frac{0.40+0.617}{2})}{2.65} \cdot 275 = 223 \text{ kPa}$$

$$V_{Ed,1} = 765.20 - 1.4 \cdot 223 \cdot 0.953 = 467.70 \text{ kN}$$

$$v_{Ed,1} = \frac{1.75 \cdot 467.70}{0.436 \cdot 1.77} = 1061 \text{ kPa}$$

$$v_{rd,c,2d} = C_{rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp})$$

$$C_{rd,c} = \frac{0.18}{1.5} = 0.12, \quad k=1 + \sqrt{\frac{200}{436}} = 1.677, \quad \sigma_{cp} = 0$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lx}} \leq 0.02, \quad \rho_{ly} = \frac{\Phi 16/10}{100 \cdot 43.6} = 4.61 \cdot 10^{-3}, \quad \rho_{lx} = \frac{\Phi 12}{100 \cdot 43.6} = 1.29 \cdot 10^{-3}$$

$$\rho_l = \sqrt{4.61 \cdot 10^{-3} \cdot 1.29 \cdot 10^{-3}} = 2.446 \cdot 10^{-3}$$

$$v_{min} = 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0.035 \cdot 1.677^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{30} = 0.416 \text{ MPa}$$

$$v_{Rd,c,2d} = 0.12 \cdot 1.677 \cdot (100 \cdot 2.446 \cdot 10^{-3} \cdot 30)^{1/3} = 0.391 \text{ MPa}$$

$$v_{Rd,c,2d} = 0.416 \text{ MPa}$$

$$v_{Rd,c1.42d} = 0.416 \cdot \frac{2}{1.42} = 0.587 \text{ MPa} = 587 \text{ kPa} < \mathbf{1061 \text{ kPa}}$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 3

$$s_{r,max} < 0.75 \cdot d_{eff} = 0.75 \cdot 0.436 = 0.33 \text{ m} \rightarrow s_r = 0.3$$

$$v_{Rd,cs} = 0.75 \cdot v_{Rd,c} + 1.5 \cdot \left(\frac{d}{s_r}\right) \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \left(\frac{1}{u_1 \cdot d}\right) \cdot \sin \alpha$$

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0.25 \cdot d = 250 + 0.25 \cdot 436 = 359 \text{ MPa}$$

$$1061 = 0.75 \cdot 587 + 1.5 \cdot \left(\frac{0.436}{0.30}\right) \cdot A_{sw} \cdot 359000 \cdot \left(\frac{1}{1.77 \cdot 0.436}\right) \rightarrow A_{sw} = 6.12 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 6.12 \text{ cm}^2$$

$$u_{out,ef} = \frac{1.75 \cdot 467.70}{587 \cdot 0.436} = 3.20 \text{ m} \rightarrow r_{out,ef} = \frac{2 \cdot (3.20 - 0.80)}{\pi} = 1.53 \text{ m}$$

$$\text{Απόσταση μετατοπισμένης } r_{out,ef} \text{ από υποστυλωμα } x = 1.53 - 1.5 \cdot 0.436 = 0.88 \text{ m}$$

Πρώτη σειρά οπλισμών μεταξύ $0.3 \cdot 0.436 = 0.13 \text{ m}$ και $0.5 \cdot 0.436 = 0.22 \text{ m}$ Επιλέγεται απόσταση πρώτης περιμέτρου 0.15m

Τοποθετούνται 4 σειρές οπλισμών σε αποστάσεις: $s_{r1}=0.15$, $s_{r2}=0.45$, $s_{r3}=0.75$ και $s_{r4}=1.05 \text{ m}$ από το υποστυλωμα με αντίστοιχες περιμέτρους: $l_{sr1} = 1.04 \text{ m}$, $l_{sr2} = 1.51 \text{ m}$, $l_{sr3} = 1.98 \text{ m}$ και $l_{sr4} = 2.45 \text{ m}$

$$\text{Μέγιστη απόσταση μεταξύ οπλισμών } s_t < 1.5 \cdot 0.436 = 0.66 \text{ m}$$

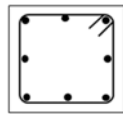
Επιλέγεται η τοποθέτηση **4 ράβδων Φ14 σε κάθε περίμετρο** οπότε: $A_{sw} = 4 \cdot 1.54 = 6.16 \text{ cm}^2$ και η μέγιστη απόσταση μεταξύ τους είναι: $\frac{2.45}{4} = 0.61 \text{ m} < 0.66 \text{ m}$

Έλεγχος παραμέτρων:

$$A_{sw,min} \cdot \frac{(1.5 \cdot \sin \alpha + \cos \alpha)}{s_r \cdot s_t} \geq 0.08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \rightarrow 1.54 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{(1.5 \cdot 1 + 0)}{0.30 \cdot 0.61} \geq 0.08 \cdot \frac{\sqrt{30}}{500} \rightarrow 1.26 \cdot 10^{-3} \geq 8.8 \cdot 10^{-4} \text{ ισχύει}$$

ΘΕΜΑ 1c Λήγοντες AM (k):-7-8-9

Δίδεται υποστυλωμα 40/40 cm, C25/30, B500C, $c_{nom}=3 \text{ cm}$ που καταπονείται σε μονοαξονική κάμψη υπό σεισμικό συνδυασμό δράσεων και είναι οπλισμένο με: για k=7, 8Φ18 για k=8, 8Φ20 για k=9. Φέρει συνδετήρες Φ10 ανά (20-i) cm.



8Φ16

Δίδεται ότι στη διαρροή το βάθος της θλιβόμενης ζώνης είναι $(8.5 + k) \text{ cm}$.

- Εάν το καθαρό ύψος του υποστυλώματος είναι ίσο με $H_c=0.5k \cdot 100 \text{ cm}$ και η ροπή αστοχίας του είναι κατά 10% μεγαλύτερη από τη ροπή διαρροής του, να γίνει έλεγχος έναντι τέμνουσας $V_{cap,d} = \pm \frac{1.10 \cdot (M_{Rd,o} + M_{Rd,u})}{H_c}$, όπου $M_{Rd,o}$ και $M_{Rd,u}$ οι ροπές αντοχής κεφαλής και ποδός του υποστυλώματος.
- Να υπολογιστεί η διαθέσιμη πλαστικότητα καμπυλοτήτων του υποστυλώματος.
- Να ελεγχθεί εάν, τροποποιώντας τη διάταξη των συνδετήρων αλλά διατηρώντας σταθερές την καθ' ύψος απόσταση και διάμετρο, επαρκεί η περίσφιξη για πλαστικότητα καμπυλοτήτων ίση με $5+0.5^i$.

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

Έστω $k=8 \rightarrow$ οπλισμός υποστυλώματος 8Φ18.

$$d_1 = 0.03 + 0.01 + 0.009 = 0.049$$

$$d = h - d_1 = 0.40 - 0.049 = 0.351 \text{ m}$$

Διαρροή

$$x = (8.5 + 8) = 16.5 \text{ cm} = 0.165 \text{ m} \ \& \ \varepsilon_{s1} = 2.17\text{‰}$$

$$\left(\frac{1}{R}\right)_y = \frac{\varepsilon_{s1}}{d - x} = \frac{0.00217}{(0.351 - 0.165)} = 0.012$$

$$\varepsilon_c = \frac{1}{R} \cdot x = 0.012 \cdot 0.165 = 1.93\text{‰} \rightarrow (\text{από πίνακα 1.1 τυπολογίου}) a = 0.654 \ \& \ \zeta' = 0.373 \rightarrow$$

$$F_c = a \cdot x \cdot b \cdot f_{cd} = 0.654 \cdot 0.165 \cdot 0.40 \cdot \frac{25000}{1.5} = 719.10 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{1}{R} \cdot (x - d_1) = 0.012 \cdot 0.116 = 1.35\text{‰} \rightarrow$$

$$F_{s2} = A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s = 3 \cdot 2.54 \cdot 10^{-4} \cdot 0.00135 \cdot 200000000 = 206.50 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{s3} = \frac{1}{R} \cdot \left(d - x - \left(\frac{h}{2} - d_1\right)\right) = 0.0135 \cdot (0.35 - 0.165 - 0.151) = 0.41\text{‰} \rightarrow$$

$$F_{s2} = A_{s3} \cdot \varepsilon_{s3} \cdot E_s = 2 \cdot 2.54 \cdot 10^{-4} \cdot 0.00041 \cdot 200000000 = 41.50 \text{ kN}$$

$$F_{s1} = A_{s1} \cdot f_{yd} = 3 \cdot 2.54 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{500000}{1.15} = 331.75 \text{ kN}$$

$$N_{Rd} = N_{Ed} = 719.10 + 206.5 - 41.50 - 331.75 = 552.30 \text{ kN}$$

$$M_{Rd,y} = M_{Ed,y} = 719.10 \cdot \left(\frac{0.40}{2} - 0.373 \cdot 0.165\right) + 206.50 \cdot \left(\frac{0.40}{2} - 0.049\right) + 331.75 \cdot \left(\frac{0.40}{2} - 0.049\right) = 187.90 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd,o} = M_{Rd,u} = 1.10 \cdot M_{Ed,y} = 1.10 \cdot 187.90 = 199 \text{ kN}$$

$$H_c = 0.50 \cdot 8 \cdot 100 = 400 \text{ cm} = 4.00 \text{ m}$$

$$V_{cap,d} = 1.10 \cdot \frac{M_{Rd,o} + M_{Rd,u}}{H_c} = 1.10 \cdot \frac{2 \cdot 199}{4.00} = 109.50 \text{ kN}$$

Έστω $i=5 \rightarrow$

$$\text{Συνδετήρες } \Phi 10 / (20 - 5) \rightarrow \Phi 10 / 15$$

$$V_{Rd,max} = \frac{1}{2} \cdot 0.40 \cdot 0.90 \cdot 0.351 \cdot 0.6 \cdot \left[1 - \frac{25}{250}\right] \cdot 25000 = 852.90 \text{ kN} > 109.50 \text{ kN}$$

$$V_{Rds,(\Phi 10/15)} = \frac{2 \cdot 0.785 \cdot 10^{-4}}{0.15} \cdot 0.9 \cdot 0.351 \cdot 435000 = 143.3 \text{ kN} > 109.50 \text{ kN}$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2

$$b_o = 0.40 - 2 \cdot 0.03 - 0.01 = 0.33 \text{ m}$$

$$b_i = 0.33 - 0.01 - 0.018 = 0.302 \text{ m}$$

$$\alpha_n = 1 - \frac{\sum b_i^2}{6 \cdot b_{xo} \cdot b_{yo}} = 1 - \frac{4 \cdot 0.302^2}{6 \cdot 0.33 \cdot 0.33} = 0.442$$

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{s}{2 \cdot b_{xo}}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{2 \cdot b_{yo}}\right) = \left(1 - \frac{0.15}{2 \cdot 0.33}\right) \cdot \left(1 - \frac{0.15}{2 \cdot 0.33}\right) = 0.597$$

$$\omega_w = \frac{[2 \cdot b_{xo} + 2 \cdot b_{yo}] \cdot A_{sw}}{b_{xo} \cdot b_{yo} \cdot s} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \frac{[2 \cdot 0.33 + 2 \cdot 0.33] \cdot 0.785 \cdot 10^{-4}}{0.33 \cdot 0.33 \cdot 0.15} \cdot \frac{435}{16.667} = 0.166$$

$$\alpha_n \cdot \alpha_s \cdot \omega_w = 0.442 \cdot 0.597 \cdot 0.166 = 0.0436$$

$$v_{Ed} = \frac{552.30}{0.40 \cdot 0.40 \cdot \frac{25000}{1.5}} = 0.207$$

$$\alpha \cdot \omega_w = 30 \cdot \mu_\phi \cdot v_{Ed} \cdot \varepsilon_{sy,d} \cdot \frac{b_c}{b_o} - 0.035 \rightarrow 0.0436 = 30 \cdot \mu_\phi \cdot 0.207 \cdot 0.00217 \cdot \frac{0.40}{0.33} - 0.035 \rightarrow \mu_\phi = 4.81$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 3

$$\mu_{\phi,rqd} = 5 + 0.5 \cdot 5 = 7.5$$

$$b_o = 0.40 - 2 \cdot 0.03 - 0.01 = 0.33 \text{ m}$$

Θεωρούμε ότι θα τοποθετηθεί επιπλέον ένας ρομβοειδής συνδετήρας:

$$b_l = \frac{0.33 - 0.01 - 0.018}{2} = 0.151 \text{ m}$$

$$\alpha_n = 1 - \frac{\sum b_l^2}{6 \cdot b_{xo} \cdot b_{yo}} = 1 - \frac{8 \cdot 0.151^2}{6 \cdot 0.33 \cdot 0.33} = 0.72$$

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{s}{2 \cdot b_{xo}}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{2 \cdot b_{yo}}\right) = \left(1 - \frac{0.15}{2 \cdot 0.33}\right) \cdot \left(1 - \frac{0.15}{2 \cdot 0.33}\right) = 0.597$$

$$\omega_w = \frac{\left[2 \cdot b_{xo} + 2 \cdot b_{yo} + 4 \cdot \sqrt{\left(\frac{b_{xo}}{2}\right)^2 + \left(\frac{b_{yo}}{2}\right)^2}\right] \cdot A_{sw}}{b_{xo} \cdot b_{yo} \cdot s} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \frac{\left[2 \cdot 0.33 + 2 \cdot 0.33 + 4 \cdot \sqrt{\left(\frac{0.33}{2}\right)^2 + \left(\frac{0.33}{2}\right)^2}\right] \cdot 0.785 \cdot 10^{-4}}{0.33 \cdot 0.33 \cdot 0.15} \cdot \frac{435}{16.667} = 0.282$$

$$\alpha_n \cdot \alpha_s \cdot \omega_w = 0.72 \cdot 0.597 \cdot 0.282 = 0.121$$

$$v_{Ed} = \frac{552.30}{0.40 \cdot 0.40 \cdot \frac{25000}{1.5}} = 0.207$$

$$\alpha \cdot \omega_w = 30 \cdot \mu_\phi \cdot v_{Ed} \cdot \varepsilon_{sy,d} \cdot \frac{b_c}{b_o} - 0.035 \rightarrow 0.121 = 30 \cdot \mu_\phi \cdot 0.207 \cdot 0.00217 \cdot \frac{0.40}{0.33} - 0.035 \rightarrow \mu_\phi = 9.58 > 7.5$$

Σημείωση: Για κάποιους κωδικούς i είναι επαρκής και η διάταξη ενός επιπλέον απλού συνδέσμου κατά τις δύο διευθύνσεις της διατομής του υποστυλώματος.

ΘΕΜΑ 2α (4)

Λήγοντες ΑΜ (κ): 0-1-2-3-7-8-9 και όσοι δεν έχουν αριθμό μητρώου

Να γίνει έλεγχος σε κάμψη και διάτμηση και να σχεδιαστούν οι οπλισμοί (σε σκαρίφημα όπου θα απεικονίζονται λεπτομερώς όλοι οι οπλισμοί και όλες οι διαστάσεις) μιας διέρειστης δοκιδωτής πλάκας, 2 ίσων ανοιγμάτων, θεωρητικού ανοίγματος L το καθένα, με τις εξής απαιτήσεις:

- Δοκίδες πλάτους 200 mm ανά 1000 mm (κενό 800 mm).
- Ελάχιστο δυνατό ύψος, χωρίς να απαιτηθεί θλιβόμενος οπλισμός.
- Πλάτος συμπαγούς ζώνης 0.125*L από τους άξονες των στηρίξεων.

Δεδομένα

C30/37, B500C, $c_{nom}=25$ mm, έδραση σημειακή (να αγνοηθεί το πλάτος της δοκού της μεσαίας στήριξης).

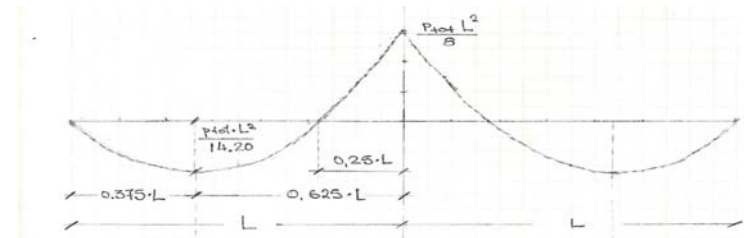
Μόνιμο φορτίο: $g_k = 5.50$ kN/m² (συμπεριλαμβανομένων του ιδίου βάρους ανεξαρτήτως διαστάσεων και τυχόν επικαλύψεων)

Κινητό φορτίο: $q_k = 3.3$ (kN/m²)

L = 7,50 m

Να θεωρηθεί καθολική φόρτιση (χωρίς δυσμενείς φορτίσεις). Δεν ζητείται έλεγχος βελών.

Βοήθημα Στατικής



Για καθολικό φορτίο q, για δοκό 2 ανοιγμάτων ισχύει: $\text{Max } M^{(1)} = qL^2/8$, $\text{Max } M^{(2)} = qL^2/16.2$

και η μεσαία αντίδραση είναι τα 5/8 του συνολικού φορτίου.

Λύση: Υπολογίζεται το $q_d = 12.4$ kN/m, οπότε προκύπτει:

$$M_{\max(+)} = \frac{12,4 \cdot 7,5^2}{14,2} = 49,02 \text{ kNm} \quad (\text{Οι τιμές είναι ανά μονάδα πλάτους, το οποίο όμως είναι 1m, οπότε οι αριθμ. τιμές είναι ίδιες})$$

$$M_{\max(-)} = \frac{12,4 \cdot 7,5^2}{8} = 87,01 \text{ kNm}$$

Στην παρὰ: $M_{\max(-)} = 0,9 \cdot 87,01 = 78,31 \text{ kNm}$ (δεν έχουμε άλλα στοιχεία)

Στο πέραν της συμπαγούς ζώνης πλάτους $l = 0,94 \text{ m}$, η ροπή είναι:

$$M_{\max(-)} (\text{δωιδας}): 87,01 - 58,0 \cdot 0,94 + \frac{12,4 \cdot 0,94^2}{2} = 32,85 \text{ kNm}$$

Όπου $V_B = \frac{S}{8} \cdot 12,4 \cdot 7,5 = 58,0$ η τέμνουσα στη μέση στηρίξη

Για ελάχιστο δυνατό ύψος, χωρίς θλαβή κωσ οπλισμό:

- 1) Στο άνω σχήμα: $d_{\min} = (49,02 \cdot 10^6 / (1000 \cdot 0,372 \cdot 17))^{0,5} = 89,0 \text{ mm}$
- 2) Στη στηρίξη: $d_{\min} = (78,31 \cdot 10^6 / (1000 \cdot 0,372 \cdot 17))^{0,5} = 111,3 \text{ mm}$
- 3) Στο πέραν συμπαγούς ζώνης: $(32,85 \cdot 10^6 / (200 \cdot 0,372 \cdot 17))^{0,5} = 17,7 \text{ mm} \leftarrow \text{αρίστω}$

Από τον έλεγχο βόλβος της πλάκας (όχι δομώ), ισχύει:

$$d > 0,8 \cdot \frac{l}{30} = 200 \text{ mm}$$

Επιλέγω $h_f = 50 \text{ mm}$, οπότε $h_f/d = 0,25$

Από πίνακα 2,4, για $\mu = \frac{49,02 \cdot 10^6}{1000 \cdot 200^2 \cdot 17} = 0,072$ προκύπτει $\omega = 0,073$

$$A_s = 0,073 \cdot 1000 \cdot 200 \cdot \frac{12}{435} = 563,5 \text{ mm}^2 \text{ στο άνω σχήμα}$$

Για τη στηρίξη:

Συμπαγής περιοχή

$$M = 78,31 \quad \mu s d = \frac{78,31 \cdot 10^6}{1000 \cdot 200^2 \cdot 17} = 0,115$$

$$\text{Πιν. 2.1} \quad \omega = 0,122$$

$$A_s = 0,122 \cdot 1000 \cdot 200 \cdot \frac{12}{435} = 954,0 \text{ mm}^2 \text{ στη συμπαγή}$$

Όρι ο δομώδας

$$M = 32,85 \quad \mu s d = \frac{32,85 \cdot 10^6}{200 \cdot 200^2 \cdot 17} = 0,242$$

$$\text{Πιν. 2.1} \quad \omega = 0,282$$

$$A_s = 0,282 \cdot 200 \cdot 200 \cdot \frac{12}{135} = 440 \text{ mm}^2, \text{ αρίστω ή συμπαγής}$$

Δωιδας πλάτος: Ελάχιστο $0,001 \cdot 50 \cdot 1000 = 50 \text{ mm}^2/\text{m}$

T92 είναι το ελάχιστο που παραχεται (92 mm²/m)

$$\phi 4,2 \text{ mm} / 150 \text{ mm}$$

Έλεγχος σε διάτμηση

Κρίσιμος είναι ο έλεγχος στο πέραν της συμπαγούς ζώνης στη μέση στηρίξη

$$\text{Είκο η τέμνουσα είναι } V_{Bm} = 58 - 0,125 \cdot 7,5 \cdot 12,4 = 46,4 \text{ kN}$$

$$\text{Επικυβερμένος οπλισμός στη στηρίξη } 804 \text{ mm}^2 \quad \rho = \frac{804}{200 \cdot 200} = 0,02$$

$$V_{Rd,c} = 0,12 \cdot 2 \cdot (100 \cdot 0,02 \cdot 30)^{1/3} \cdot 200 \cdot 200 / 1000 = 37,65 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,c, \min} = (0,035 \cdot 2^{1/5} \cdot 30^{1/5}) \cdot 200 \cdot 200 / 1000 = 21,69 \text{ kN}$$

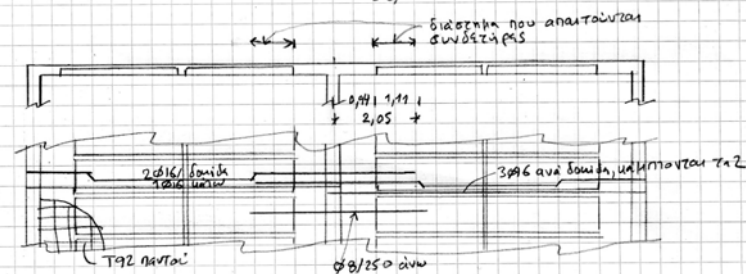
$37,65 < 46,4$, άρα απαιτείται οπλισμός διάτμησης στη μέση στηρίξη

$$A_s = \frac{46,4 \cdot 10^3}{(0,9 \cdot 200) \cdot 435} = 0,60 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$\text{Αν θέσουμε συνδυασμό } \phi 8 = 100 \text{ mm}^2 \rightarrow S = \frac{100}{0,6} = 166 \text{ mm}$$

Άρα (2τμ) $\phi 8 / 165$

$$\text{Μέχρι απόσταση } 0,625L \cdot \frac{58,0 - 37,65}{58,0} = 2,05 \text{ m}$$



ΘΕΜΑ 2Β (4)

Λήγοντες AM (k): 4-5-6 και όσοι δεν έχουν αριθμό μητρώου

Τετραγωνικό υποστυλώμα, πλευράς 450mm, C25/30, B500C, $d_s = 50 \text{ mm}$, καταπονείται σε μονοαξονική κάμψη και είναι οπλισμένο με: 8Φ16 για $k=4$ και 8, 8Φ18 για $k=5$, 8Φ20 για $k=6$.

Δίδεται ότι στη διαρροή το βάθος της θλιβόμενης ζώνης είναι $x = (90 + 10 \cdot k) \text{ mm}$.

1. Να προσδιορισθεί το διάγραμμα ροπών-καμπυλοτήτων της διατομής για στατική φόρτιση. (2)
2. Εάν η καμπτική ροπή στη στηρίξη υπό τον οιονεί μόνιμο συνδυασμό φορτίων είναι ίση με 55% της ροπής διαρροής υπό στατική φόρτιση (με αντίστοιχη μείωση της τάσης του χάλυβα), ζητούνται τα παρακάτω:

α) να γίνει έλεγχος περιορισμού του εύρους της ρωγμής $w_k = 0.40 \text{ mm}$ μέσω των απαλλακτικών διατάξεων. Για όσους δεν έχουν αριθμό μητρώου $w_k = 0.30 \text{ mm}$. (1)

β) να γίνει έλεγχος περιορισμού του εύρους της ρωγμής $w_k = 0.40 \text{ mm}$ μέσω αναλυτικού υπολογισμού του εύρους της ρωγμής. Για όσους δεν έχουν αριθμό μητρώου $w_k = 0.30 \text{ mm}$. (1)

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

Έστω $k=5 \rightarrow$ οπλισμός υποστυλώματος 8Φ18 ομοιόμορφα κατανομημένος.

$$d = h - d_1 = 0.45 - 0.05 = 0.40 \text{ m}$$

Διαρροή

$$x = (90 + 10 \cdot 5) = 140 \text{ mm} = 0.14 \text{ m} \quad \& \quad \varepsilon_{s1} = 2.17\text{‰}$$

$$\left(\frac{1}{R}\right)_y = \frac{\varepsilon_{s1}}{d - x} = \frac{0.00217}{(0.40 - 0.14)} = 0.00835$$

$$\varepsilon_c = \frac{1}{R} \cdot x = 0.00835 \cdot 0.14 = 1.168\text{‰} \rightarrow (\text{από πίνακα 1.1 τυπολογίου}) a = 0.47 \quad \& \quad \zeta' = 0.353 \rightarrow$$

$$F_c = a \cdot x \cdot b \cdot f_{cd} = 0.47 \cdot 0.14 \cdot 0.45 \cdot \frac{0.85 \cdot 25000}{1.5} = 419.80 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{1}{R} \cdot (x - d_1) = 0.00835 \cdot 0.09 = 0.75\text{‰} \rightarrow$$

$$F_{s2} = A_{s2} \cdot \varepsilon_{s2} \cdot E_s = 3 \cdot 2.54 \cdot 10^{-4} \cdot 0.00075 \cdot 200000000 = 114.50 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{s3} = \frac{1}{R} \cdot \left(d - x - \left(\frac{h}{2} - d_1\right)\right) = 0.00835 \cdot (0.40 - 0.14 - 0.175) = 0.709\text{‰} \rightarrow$$

$$F_{s2} = A_{s3} \cdot \varepsilon_{s3} \cdot E_s = 2 \cdot 2.54 \cdot 10^{-4} \cdot 0.000709 \cdot 200000000 = 72.10 \text{ kN}$$

$$F_{s1} = A_{s1} \cdot f_{yd} = 3 \cdot 2.54 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{500000}{1.15} = 331.75 \text{ kN}$$

$$N_{Rd} = N_{Ed} = 419.80 + 114.50 - 72.10 - 331.75 = 130.50 \text{ kN}$$

$$M_{Rd,y} = M_{Ed,y} = 419.80 \cdot \left(\frac{0.45}{2} - 0.353 \cdot 0.14\right) + 114.50 \cdot \left(\frac{0.45}{2} - 0.05\right) + 331.75 \cdot \left(\frac{0.45}{2} - 0.05\right) = 151.80 \text{ kNm}$$

Αστοχία

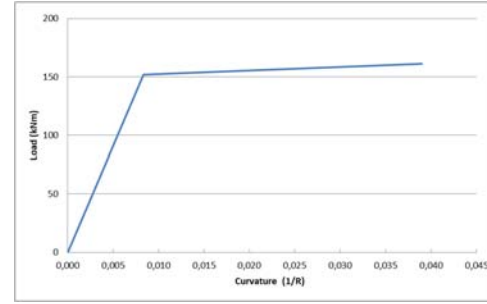
$$\nu_{Ed} = \frac{130.50}{0.45 \cdot 0.45 \cdot \frac{0.85 \cdot 25000}{1.5}} = 0.045$$

$$\omega_{tot} = \frac{8 \cdot 2.54 \cdot 10^{-4}}{0.45 \cdot 0.45} \cdot \frac{1.5 \cdot 500000}{1.15 \cdot 0.85 \cdot 25000} = 0.31$$

$$\frac{d_1}{h} = \frac{0.05}{0.45} = 0.11 \rightarrow (\text{από πίνακα 6a με μικρή ανοχή και ορθότερα από παρεμβολή 6a-6b}) \mu_{Ed} \approx 0.125 \quad \& \quad \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{s1}} \approx \frac{3.5}{12}$$

$$\left(\frac{1}{R}\right)_u = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_{s1}}{d} = \frac{0.0035 + 0.012}{0.40} = 0.039$$

$$M_{Rd,u} = M_{Ed,u} = 0.125 \cdot 0.45 \cdot 0.45^2 \cdot \frac{0.85 \cdot 25000}{1.5} = 161 \text{ kNm}$$



ΕΡΩΤΗΜΑ 2α

$$\sigma_{s,SLS} = 0.55 \cdot f_{yd} = 239.30 \text{ kPa} \quad \& \quad w_k = 0.40 \text{ mm} \rightarrow \text{από πίνακα 9.2}$$

$$\Phi_s^* = 20$$

$$\Phi_s = \Phi_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{2.9} \cdot \frac{k_c \cdot h_{cr}}{2 \cdot (h - d)} = 20 \cdot \frac{2.6}{2.9} \cdot \frac{0.4 \cdot 0.5 \cdot 0.45}{2 \cdot (0.45 - 0.40)} = 16.10 \text{ mm}$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2β

$$h_{c,ef} = \min \left\{ 2.5 \cdot (h - d), \frac{(h - x)}{3}, \frac{h}{2} \right\} = \min \left\{ 2.5 \cdot (0.45 - 0.40), \frac{(0.45 - 0.14)}{3}, \frac{0.45}{2} \right\} = \min\{0.125, 0.103, 0.225\} = 0.103 \text{ m}$$

$$\rho_{r,eff} = \frac{3 \cdot 2.54 \cdot 10^{-4}}{0.103 \cdot 0.45} = 0.0164$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{r,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{r,eff})}{E_s} > 0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \rightarrow \frac{240 - 0.4 \cdot \frac{2.6}{0.016} \cdot \left(1 + \frac{200000}{30000} \cdot 0.0164\right)}{200000} > 0.6 \cdot \frac{240}{200000} \rightarrow \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0.00084$$

$$s_{r,max} = k_3 \cdot c + \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \emptyset}{\rho_{r,eff}} = 3.4 \cdot 0.041 \cdot 1000 + \frac{0.8 \cdot 0.5 \cdot 0.425 \cdot 18}{0.0164} = 325.90 \text{ mm}$$

$$w_k = 329.50 \cdot 0.00084 = 0.277 \text{ mm} < w_{max} = 0.40 \text{ mm}$$