

Αρνητική Διωνυμική

Στην Διωνυμική κατανομή ο αριθμός των Bernoulli δοκιμών n είναι προκαθορισμένος και το νούμερο των "επιτυχιών" είναι η Τ.Μ.

Έτσι τώρα επαναλαμβάνετε το Bernoulli νεράκι όσες φορές χρειαστεί μέχρι την n -οστή "επιτυχία". Δηλαδή τώρα προκαθορίζετε το νούμερο των "επιτυχιών" και η Τ.Μ. είναι το νούμερο των δοκιμών.

Αρα X : νούμερο δοκιμών Bernoulli μέχρι την n -οστή επιτυχία

Τότε η ρ.τ. X ακολουθεί την Αρνητική Διωνυμική κατανομή με παραμέτρους n και p , όπου το p όπως και πριν εκφράζει την πιθανότητα "επιτυχίας" σε κάθε ανεξάρτητη Bernoulli δοκιμή

$$f(x) = P(X=x) = \binom{x-1}{n-1} p^n (1-p)^{x-n}, \quad \underline{\underline{x=n, n+1, \dots}}$$

$$X \sim \text{NegBin}(n, p)$$

Για $n=1$ (τέχει ενώ 1° "ενεργία") έχουμε
Γεωμετρική κατανομή

$$X \sim Ge(p)$$

$$f(x) = P(X=x) = p(1-p)^{x-1}, \quad x=1, 2, \dots$$

Παρατηρήσεις

$$\begin{aligned} \text{i) } F(x) = P(X \leq x) &= \sum_{i=1}^{[x]} p(1-p)^{i-1} \xrightarrow{\text{ακέραιο } x} = p \sum_{i=0}^{[x]-1} (1-p)^i \\ &= p \frac{1 - (1-p)^{[x]}}{1 - (1-p)} = 1 - (1-p)^{[x]}, \quad x \geq 1 \end{aligned}$$

ii) Ανάλυση Μνήμης: Η πιθανότητα να αντισταθούν περισσότερες από k δοκιμές τέχει ενώ 1° ενεργία, δεσφύου ότι δεν έχει πραγματοποιηθεί ενεργία στις πρώτες k , είναι η ίδια με την πιθανότητα να αντισταθούν περισσότερες από k δοκιμές τέχει ενώ 1° ενεργία.

$$\underline{P(X > k+l \mid X > l) = P(X > k)}$$

↓

$$\frac{P(X > k+l, X > l)}{P(X > l)} = \frac{P(X > k+l)}{P(X > l)} =$$

$$= \frac{1 - P(X \leq k+l)}{1 - P(X \leq l)} = \frac{F(k+l)}{F(l)} = \frac{(1-p)^{k+l}}{(1-p)^l} = (1-p)^k = P(X > k)$$

Παράδειγμα

Το ποσοστό ελαττωμακών τρις διεργασίες είναι 3%. Ποια η πιθανότητα να ελεγχθεί το 1^ο ελαττωμακό κατά του 4^ο ελέγχου.

$X = \#$ ελέγχων μέχρι 1^ο ελαττωματικό

$$X \sim \text{Ge}(0.03)$$

$$P(X=4) = 0.03 \cdot 0.97^3 = 0.0274$$