

ΘΕΜΑ 1

- (Α) Ένας φίλος μας ρίχνει ένα δίκαιο ζάρι 10 φορές και μας δίνει την πληροφορία ότι εμφανίστηκε τουλάχιστον ένα 6. Χρησιμοποιώντας κατάλληλα ορισμένα ενδεχόμενα και τον ορισμό της δεσμευμένης πιθανότητας υπολογίστε την πιθανότητα να έχουν εμφανιστεί δύο ή περισσότερα 6.
- (Β) Την επόμενη μέρα ο φίλος μας ζαχαρίζει το ίδιο ζάρι 10 φορές χωρίς αυτή τη φορά να μας δώσει κάποια πληροφορία. Χρησιμοποιώντας κατάλληλα επιλεγμένη κατανομή υπολογίστε την πιθανότητα να έχουν εμφανιστεί τρία ή περισσότερα 6.

ΘΕΜΑ 2

- (Α) Εάν η τ.μ.χ. ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή στο $(0,1)$ να βρεθεί ποια γνωστή κατανομή ακολουθεί η τ.μ. $Y = \frac{\ln X}{\lambda}$, $\lambda > 0$
- (Β) Θεωρούμε τις τ.μ. $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ οι οποίες είναι ανεξάρτητες και ακολουθούν την εκθετική κατανομή με παράμετρο 10. Να υπολογιστεί η ελάχιστη τιμή του θετικού ακεραίου a , ώστε με πιθανότητα τουλάχιστον 0,99 να ισχύει $P(X_1 + X_2 + \dots + X_{10} \leq a)$

ΘΕΜΑ 3

- (Α) Έστω $X_1, \dots, X_n$ τυχαίο δείγμα από κάποιο πληθυσμό με σ.π.π. $f(x) = \frac{3 \cdot \theta^3}{x^4}$, $x \geq \theta$ όπου $\theta > 0$ άγνωστη παράμετρος.
- Να βρεθεί η παράμετρος θ
 - Να βρεθεί η τιμή της σταθεράς c για την οποία ισχύει $E(c\bar{X}) = \theta$
- (Β) Έστω ότι μας ενδιαφέρει η ηλικία των διευθυντικών στελεχών μεγάλων επιχειρήσεων στις ΗΠΑ. Σε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους 25 που λήφθηκε πρόσφατα βρέθηκε ότι η μέση τιμή της ηλικίας τέτοιων στελεχών ήταν 46 έτη και η τυπική απόκλιση 5 έτη. Αν υποθέσουμε ότι η ηλικία των διευθυντικών στελεχών ακολουθεί κανονική κατανομή, να δοθεί ένα 99% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση ηλικία των διευθυντικών στελεχών στις μεγάλες εταιρείες των ΗΠΑ. Να δοθεί ο τύπος και να γίνει αντικατάσταση των ποσοτήτων που χρειάζονται ελάττωμα να μην γίνουν πράξεις.