

Φαινόμενα 2ας τάξεως (Λυγισμός).

Ο αναγνώστης καλείται να διαβάσει προηγουμένως:

- το θεωρητικό υπόβαθρο από το Κεφάλαιο 11 του βιβλίου Ωπλισμένο Σκυρόδεμα του 6^{ου} εξαμήνου (το οποίο βασίζεται στον ΕΚΩΣ)
- τα προβλεπόμενα του Ευρωκώδικα για τις γεωμετρικές ατέλειες και για τα Φαινόμενα 2ας τάξεως σε στοιχεία με αξονικό φορτίο από τις παραγράφους 5.2 και 5.8 του Ευρωκώδικα 2 (από το βιβλίο Σημειώσεις για τις Κατασκευές από Ω.Σ.).

και στην συνέχεια το κείμενο που ακολουθεί.

Στα επόμενα:

- περιγράφεται η διαδικασία **διαστασιολόγησης** υποστυλώματος λαμβάνοντας υπόψη τα φαινόμενα 2^{ας} τάξεως με βάση την μέθοδο ονομαστικής καμπυλότητας (παρ. 5.8) (Μέθοδος του προτύπου υποστυλώματος)
- λύνεται άσκηση **σχεδιασμού** υποστυλώματος (υπολογισμός οπλισμού) με βάση τις μεθόδους ονομαστικής δυσκαμψίας (παρ. 5.7) και ονομαστικής καμπυλότητας (παρ. 5.8) καθώς και άσκηση **ελέγχου** υποστυλώματος (εύρεση μέγιστης ροπής 1^{ης} τάξεως).
- δίνονται **πίνακες** για την διαστασιολόγηση υποστυλωμάτων με βάση την μέθοδο ονομαστικής καμπυλότητας (παρ. 5.8) (Μέθοδος του προτύπου υποστυλώματος)

Γενικά:

Τελικώς, όπως είδαμε από την θεωρητική εξέταση του φαινομένου, το πρόβλημα με τον λυγισμό είναι ότι, λόγω της παραμόρφωσης του φορέα, η συνολική ροπή που καταπονεί το υποστυλώμα δεν είναι η ροπή 1^{ης} τάξης, M_{0Ed} , αλλά μια μεγαλύτερη ροπή, $M_{0Ed} + M_2$. Για τον σχεδιασμό λοιπόν, δηλαδή προκειμένου να υπολογίσουμε τους οπλισμούς ενός υποστυλώματος, θα έπρεπε να ξέρουμε πόση θα είναι αυτή η πρόσθετη ροπή 2ας τάξεως, M_2 .

Ο Κανονισμός δίνει δύο μεθόδους για τον σχεδιασμό:

- **την μέθοδο της ονομαστικής δυσκαμψίας** στην οποία δίνεται ένας συντελεστής «μεγέθυνσης» της ροπής 1^{ης} τάξεως (όπως αυτή προκύπτει από την γραμμική ανάλυση) έτσι ώστε η προσαυξημένη ροπή να λαβαίνει υπόψη και την ροπή 2ας τάξεως. Μ' αυτήν την προσαυξημένη ροπή γίνεται κανονικά η διαστασιολόγηση όπως και στην περίπτωση όπου δεν υπάρχουν φαινόμενα 2ας τάξεως (η μέθοδος αυτή θα είναι εκτός ύλης εξετάσεων).
- **την μέθοδο της ονομαστικής καμπυλότητας** (ή άλλως η μέθοδος του προτύπου υποστυλώματος) στην οποία δίνεται η παραμόρφωση 2ας τάξεως η οποία επί την αξονική του υποστυλώματος δίνει την ροπή 2ας τάξεως. Το άθροισμα των δύο ροπών (1^{ης} και 2^{ας} τάξεως) είναι η ροπή με την οποία γίνεται η διαστασιολόγηση του υποστυλώματος.

Μέθοδος της ονομαστικής καμπυλότητας (μέθοδος του προτύπου υποστυλώματος)

Παραδοχές: η μέθοδος εφαρμόζεται σε μεμονωμένα¹ υποστυλώματα ορισμένου μήκους λυγισμού, l_0 , με σταθερή διατομή, σταθερή αξονική δύναμη και σταθερούς οπλισμούς καθ ύψος του μήκους λυγισμού (ώστε να είναι σταθερή η καμπυλότητα καθ ύψος και άρα δυνατός ο υπολογισμός της μετατόπισης από την σχέση $(1/r)_0^2 / c$).

Η μέθοδος δίνει, με βάση την μετατόπιση, την ονομαστική ροπή 2^{ας} τάξεως, $M_2 = N_{Ed} e_2$. Η μετατόπιση προκύπτει από το μήκος λυγισμού και μια εκτίμηση της μέγιστης καμπυλότητας. Η ροπή 2^{ας} τάξεως, M_2 , μαζί με την ροπή 1^{ης} τάξεως, M_{0Ed} , δίνει την ροπή με την οποία πρέπει να γίνει ο σχεδιασμός: $M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2$.

Ειδικότερα:

Η ροπή σχεδιασμού είναι:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2$$

όπου:

M_{0Ed} είναι η ροπή 1^{ης} τάξης συμπεριλαμβανομένης της επίδρασης των ατελειών, αθέλητης εκκεντρότητας κλπ.

$$M_2 = N_{Ed} e_2$$

$$\text{με } e_2 = (1/r)_0^2 / c$$

όπου:

N_{Ed} είναι η τιμή σχεδιασμού της αξονικής δύναμης

e_2 είναι η παραμόρφωση

l_0 είναι το μήκος λυγισμού,

c είναι ένας συντελεστής ο

οποίος εξαρτάται από την κατανομή της καμπυλότητας. Σε περιπτώσεις σταθερής διατομής, υπό κανονικές συνθήκες χρησιμοποιείται η τιμή $c = 10$ ($\approx \pi^2$). Εάν η ροπή 1^{ης} τάξης είναι σταθερή, πρέπει να λαμβάνεται μια χαμηλότερη τιμή (8 είναι το κάτω όριο, το οποίο αντιστοιχεί σε σταθερή συνολική ροπή).

$1/r$ είναι η καμπυλότητα. Για μέλη με σταθερή συμμετρική διατομή (συμπεριλαμβανομένου του οπλισμού), μπορούν να χρησιμοποιούνται τα παρακάτω:

$$1/r = K_r \cdot K_\phi \cdot 1/r_0$$

όπου:

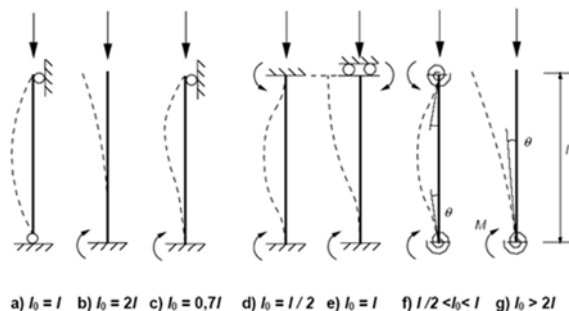
$K_r = (n_u - n) / (n_u - n_{bal}) \leq 1$ είναι ένας διορθωτικός συντελεστής ο οποίος εξαρτάται από το αξονικό φορτίο,

$K_\phi = 1 + \beta \phi_{ef} \geq 1$ είναι ένας συντελεστής που λαμβάνει υπόψη τον ερπυσμό,

$$1/r_0 = \epsilon_{yd} / (0,45 d)$$

$$\epsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$$

d είναι το ενεργό ύψος. Εάν όλος ο οπλισμός δεν είναι τοποθετημένος στα δύο



¹ Αν πρόκειται για υποστύλωμα το οποίο είναι μέλος πλαισίου τότε υπολογίζεται ένα ισοδύναμο μήκος λυγισμού με βάση την παρ. 5.8.3.2 (σχέσεις 5.15 ή 5.16).

απέναντι άκρα του στοιχείου, αλλά κατανέμεται και παράλληλα στο επίπεδο της κάμψης, ο όρος d ορίζεται ως: $d = (h/2) + i_s$ όπου i_s είναι η ακτίνα αδράνειας της συνολικής επιφάνειας του οπλισμού. (Για ομοιόμορφα τοποθετημένο οπλισμό: σε ορθογωνική διατομή $i_s = (h - 2d_1)/\sqrt{12}$, σε κυκλική διατομή $i_s = 0.5 \cdot (D - 2d_1)$).

$n =$	$N_{Ed} / (A_c f_{cd})$, ανηγμένη αξονική δύναμη
N_{Ed}	είναι η αξονική δύναμη σχεδιασμού
$n_u =$	$1 + \omega$
$n_{bal} =$	0.4 είναι η τιμή του n που αντιστοιχεί στη μέγιστη ροπή αντοχής.
$\omega =$	$A_s f_{yd} / (A_c f_{cd})$
$A_s =$	είναι το συνολικό εμβαδόν του οπλισμού
$A_c =$	είναι το εμβαδόν της διατομής σκυροδέματος
φ_{ef}	είναι ο ενεργός συντελεστής ερπυσμού, βλ. 5.8.4
$\beta =$	$0,35 + f_{ck}/200 - \lambda/150$
$\lambda =$	l_0 / i η λυγηρότητα,
$i =$	$\sqrt{I/A_c}$ είναι η ακτίνα αδράνειας της αρηγμάτωσης διατομής σκυροδέματος

Παρατήρηση: Από τα παραπάνω προκύπτει ότι για την άμεση και απευθείας εφαρμογή των παραπάνω για τον υπολογισμό του οπλισμού του υποστυλώματος θα έπρεπε να γνωρίζαμε την ποσότητα ω (για να υπολογίσουμε τον συντελεστή K_r , δηλαδή τον οπλισμό, το οποίο όμως είναι το ζητούμενο. Αυτό είναι πρόβλημα όταν η ανηγμένη αξονική είναι μεγαλύτερη από 0.4, διότι όταν η ανηγμένη αξονική είναι μικρότερη από 0.4 τότε ο συντελεστής K_r είναι ίσος με την μονάδα. Σε μια πρώτη προσέγγιση λοιπόν, θα μπορούσε να λαβαίνεται, επί το δυσμενέστερον, $K_r = 1$. Οπότε, από δ/τα αλληλεπιδράσεως (που έχουν συνταχθεί χωρίς κίνδυνο λυγισμού (π.χ. βλ. δ/τα 2.1 έως 2.8 στο Τυπολόγιο), και με εντατικά μεγέθη $M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2$ και N_{Ed} υπολογίζονται οι οπλισμοί. Ακριβέστερα όμως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα επόμενα διαγράμματα αλληλεπιδράσεως στο οποία έχει συμπεριληφθεί το φαινόμενο του λυγισμού.

Διαγράμματα αλληλεπιδράσεως λυγισμού.

Την απαίτηση: $M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \leq M_{Rd}$, κατά την οποία η προσαυξημένη (κατά την ροπή 2ας τάξεως) δρώσα ροπή πρέπει να είναι μικρότερη από την ροπή αντοχής, M_{Rd} , (όπως αυτή υπολογίζεται στα δ/τα αλληλεπιδράσεως χωρίς κίνδυνο λυγισμού, (π.χ. βλ. δ/τα 2.1 έως 2.8 στο Τυπολόγιο) μπορούμε να την γράψουμε ως εξής:

$$M_{0Ed} \leq M_{Rd} - M_2 = M_{Rd,red}$$

όπου $M_{Rd,red}$ είναι η απομειωμένη (κατά την ροπή 2ας τάξεως) ροπή αντοχής.

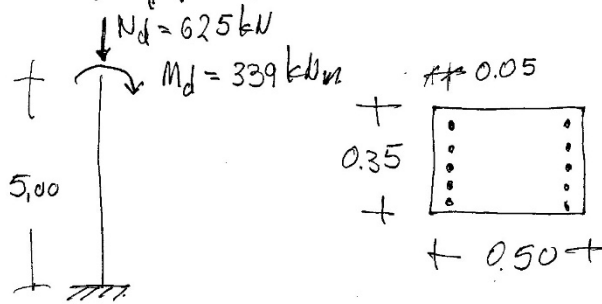
Ετσι, στα σχήματα 6.3 του Τυπολογίου, δίνονται διαγράμματα αλληλεπιδράσεως λυγισμού για υποστυλώματα ορθογωνικής διατομής με συμμετρικό οπλισμό τοποθετημένο στις δύο απέναντι πλευρές, για τιμές λυγηρότητας² $\lambda =$ από 0 έως 138.6 (ή l_0/h από 0 έως 40), για τιμές του λόγου d_1/h από 0.05 έως 0.20, για χάλυβα B500C χωρίς κράτυνση και για όλες τις κατηγορίες σκυροδέματος $\leq C50/60$.

Εφαρμογή.

Υποστύλωμα πρόβολος, ύψους 5.0m, 0.35*0.50m, με αξονική δύναμη $N=625\text{kN}$ και ροπή $M=339\text{kNm}$. Να υπολογισθούν οι απαραίτητοι οπλισμοί με: **A)** την μέθοδο της ονομαστικής καμπυλότητας και **B)** με τα διαγράμματα αλληλεπιδράσεως λυγισμού.

² Πολλές φορές αντί της λυγηρότητας $\lambda = l_0/i$ χρησιμοποιείται η «τεχνική λυγηρότητα» $\lambda_{τεχν} = l_0/h$. Για μια ορθογωνική διατομή είναι $i = h/\sqrt{12} = 0.289h$, άρα $\lambda = \lambda_{τεχν} \sqrt{12}$.

Εφαρμογή



C30/37 B500C
 $d_1/h = 0.10$

Ⓐ • $\frac{1}{r} = K_r \cdot K_\varphi \cdot \frac{1}{e}$

• $K_r = \frac{\eta_u - \eta}{\eta_u - \eta_{bal}} \leq 1$ $\eta (= \nu) = \frac{625}{0.35 \cdot 0.50 \cdot 17.000} = 0.21$

και αφού $\eta = 0.21 < \eta_{bal} = 0.4 \Rightarrow K_r = 1$

• $K_\varphi = 1$ (εστρω)

• $\frac{1}{r_0} = \frac{\epsilon_{yd}}{0.45 \cdot d} = \frac{2.17\text{‰}}{0.45 \cdot 0.45} = 0.0107 \text{ m}^{-1}$

$\Rightarrow \frac{1}{r} = 1.1 \cdot 0.0107 = 0.0107 \text{ m}^{-1}$

• $e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{c} = 0.0107 \cdot \frac{(2 \times 5.0)^2}{10} = 0.107 \text{ m}$

• $M_2 = N_d \cdot e_2 = 625 \cdot 0.107 = 67 \text{ kNm}$

• $M_{Ed} = M_0 + M_2 = 339 + 67 = 406 \text{ kNm}$

• $\mu = \frac{406}{0.35 \cdot 0.50^2 \cdot 17000} = 0.272$

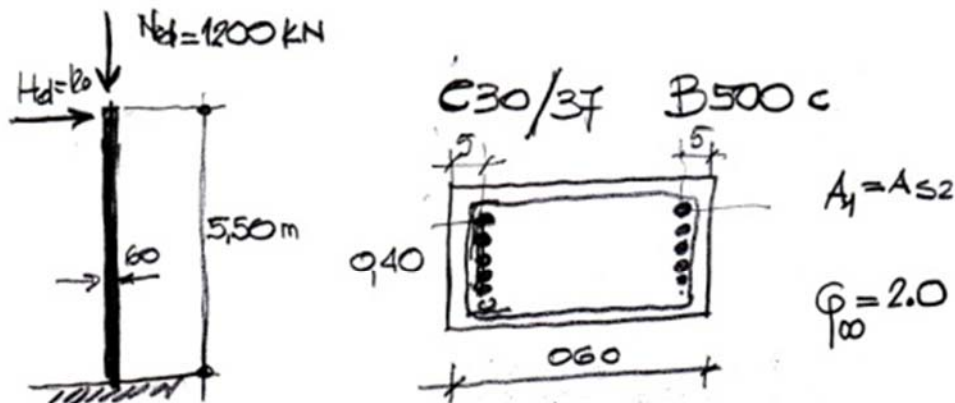
• $\mu = 0.272$ $\nu = -0.21 \xrightarrow{\Sigma \times 2.2} \boxed{\omega_{tot} = 0.45}$

Ⓑ • $M_0 = 339 \text{ kNm} \Rightarrow \mu = \frac{339}{0.35 \cdot 0.5^2 \cdot 17000} = 0.228$

• $\mu = 0.228$ $\nu = -0.21$ $\frac{l_0}{h} = \frac{10 \text{ m}}{0.5 \text{ m}} = 20 \xrightarrow{\Sigma \times} \boxed{\omega_{tot} = 0.45}$

Ⓙ Ⓐ & Ⓑ $\Rightarrow A_{s_{tot}} = 0.45 \cdot 35 \cdot 50 \cdot \frac{17}{435} = 30.7 \text{ cm}^2 \Rightarrow \underline{\underline{10 \phi 20}}$

Άσκηση διαστασιολογήσεως (με τις μεθόδους ονομαστικής δυσκαμψίας και ονομαστικής καμπυλότητας) καθώς και **ελέγχου** με το ακριβές δ/μα καμπυλότητων. Την άσκηση αυτή συνέταξε ο κ. J.N. Σιγάλας.



Ζητείται ο υποχρισμός τὰ απαιτούμενου σπληθιμού με ενυποχοχισμο φαιτομένων 2^{ης} τάξεως κατὰ EN1992-1

1. Εισαγωγικά στοιχεία

$$f_{cd} = 0.85 \times 30 / 1.50 = 17.0 \text{ MPa}, \quad f_{yd} = 500 / 1.15 = 434.8 \text{ MPa}$$

$$A_c = 40 \times 60 = 2400 \text{ cm}^2, \quad \eta = \frac{N_{ed}}{A_c f_{cd}} = \frac{1200}{0.24 \times 17000} \approx 0.30$$

$$\omega = A_s / A_c \cdot f_{yd} / f_{cd}$$

Κριτήριο λυγρότητας (μερισωμένο στοιχείο)

$$\lambda_{\text{lim}} = l_0 / i = \frac{2 \times 5.50}{0.289 \times 0.60} = 63.4$$

EN (5.13N) $\lambda_{\text{max}} = 20 A \cdot B \cdot C / \sqrt{\eta}$

$$\frac{1}{1 + 0.2 \phi_{\text{eff}}} \left[\begin{array}{l} 1.7 \gamma_m \text{ (μπορεί να τρεθεί } \approx 0.70) \\ \sqrt{1 + \omega} \text{ (μπορεί να τρεθεί } 0.70 \text{ όταν το } \omega \text{ δεν είναι γνωστό)} \end{array} \right] \frac{N_{ed}}{A_c f_{cd}}$$

≈ 0.70 αν δεν γνωρίζουμε το ϕ_{eff}

Ζητείται η μέγιστη επιτρεπόμενη λυγρότητα (πάρω από ται οποία είναι αναγκαία η βεβαιότητα φαιτομένων 2^{ης} τάξεως) είναι

$$\lambda_{\text{max}} = 20 \times 0.70 \times 1.10 \times 0.70 / \sqrt{0.30} \approx 19.7 < 63.4$$

∴ ΑΠΑΙΤΕΙΤΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ

2. Ροπες 1^{ης} τάξης

(2)

$M_{0,Ed}$ = Άθροισμα ροπής από γραμμικά στοιχεία + προσθετείται εντάση από γεωμετρικές αλλαγές (συνήθως ελαστικές)

$$(5.2) \quad M_{0,Ed} = H_{Ed} \cdot h + N_{Ed} e_i$$

$$e_i = \vartheta_i \cdot l_0 / 2, \quad \vartheta_i = \vartheta_0 \cdot a_m \cdot a_h, \quad a_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \frac{2}{3} \leq a_h \leq 1$$

$$a_h = \frac{2}{\sqrt{5.5}} = 0.85$$

$$a_m = \frac{1}{\sqrt{0.5(1 + 1/m)}} = \frac{1}{\sqrt{0.5(1 + 1/4)}} = 1$$

$$\vartheta_0 = \frac{1}{200}$$

$$e_i = \left(\frac{1}{200} \cdot 1 \cdot 0.85 \right) \times \frac{11.0}{2} = 0.0234 \text{ m}$$

$$M_{0,Ed} = 120.0 \times 5.50 + 1200 \times 0.0234 = 660 + 28 = 688 \text{ kNm}$$

3. Μέθοδοι υπολογισμού

- Επιτρέπεται η γενική μέθοδος με θεωρία διπλής μη γραμμικότητας (προσέγγιση εντάση λόγω παραμορφώσεως και μη γραμμικότητα υλικών)
- Συνήθως απαιτεί χρήση ειδικού λογισμικού (επτός από ειδικές περιπτώσεις μεμονωμένων στοιχείων)

Εναλλακτικώς επιτρέπεται η εφαρμογή των εξής δύο απλουστευμένων μεθόδων οι οποίες δίνουν συνήθως τιμές τελικής (1^{ης} + 2^{ης} τάξης) ροπής μεγαλύτερες εκείνων της γενικής μεθόδου

- Μέθοδος με χρήση της "ονομαστικής δυσκαμψίας
- Μέθοδος με ευρίκηση της καμπυλότητας

(3)

4. Μέθοδος "ονομαστικής δυσκαμψίας"

i) Για τον υπολογισμό της ονομαστικής δυσκαμψίας απαιτείται να ληφθούν υπόψη οι επιδράσεις λόγω

- Ρηγματώσεως
- Έρπυθμου
- Μη γραμμικότητας υλίκου
- Αλληλεπίδραση θερμικών-ακουστικών

ii) Η υπολογιζόμενη ροπή χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του σπλιγμού

iii) Η ονομαστική δυσκαμψία υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση

$$EJ = \underbrace{k_c E_{cd} J_c}_{\text{σπυρόδεμα}} + \underbrace{k_s E_s J_s}_{\text{σπλιγμός}} \quad \text{όπου}$$

E_{cd} = τιμή σχεδιασμού του μέτρου ελαστικότητας = $E_{cm}/1.20$

J_c = ροπή αδράνειας ομογενούς διατομής

E_s = μέτρο ελαστικότητας καλωβού

J_s = ροπή αδράνειας σπλιγμού ως προς το ΚΒ της διατομής
 $= \sum A s_i^2$ (απαιτείται αρχική ευθύνη των $A s_i$)

k_c = μειωτικός συντελεστής λόγω ρηγματώσεως

k_s = συντελεστής συμμετοχής του σπλιγμού = 1.0 ($\rho \geq 2\%$)

Για $\rho \geq 0.002$

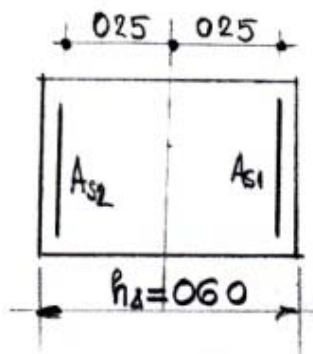
$$k_c = k_1 k_2 / (1 + \varphi_{eff}^{(*)}) \quad (*) \text{ Έδω θα αγνοηθεί η επιρροή του έρπυθμου } \varphi_{eff} = 0$$

$$k_1 = \sqrt{f_{ctk}/20} \quad k_2 = \eta \frac{1}{170} \leq 0.2$$

• Για τον σπλιγμό θα γίνει παραδοχή ότι $\rho = \rho_{min} = 0.01$ (ελάχιστος διά θλιβόμενα στοιχεία)

και εφόσον χρειαστεί θα γίνει επαναληφή με διορθωμένη τιμή

④



Αρχική παραδοχή

$$A_{s1} = A_{s2} = 0,005 A_c$$

$$y_{s1} = y_{s2} = 0,25 \text{ m} = 0,417 \times h_d$$

$$J_s = A_{s1} y_{s1}^2 + A_{s2} y_{s2}^2 = 0,01 A_c * (0,417 h_d^2) = 0,0017 A_c h_d^2$$

$$J_c = b h^3 / 12 = A_c h^2 / 12 = 0,0833 A_c h_d^2 = 0,0072 \text{ m}^4$$

$$\therefore J_s = \frac{0,0017}{0,0833} J_c \approx \underline{\underline{0,02 J_c}}$$

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \sqrt{f_{ct}/20} = \sqrt{30/20} \approx 1,10 \\ k_2 &= \eta \lambda / 170 = 0,30 \times 63,4 / 170 = 0,112 \end{aligned} \right\} k_c = 1,10 \times 0,112 = 0,123$$

$$\begin{aligned} (EJ) &= k_c E_{cd} J_c + k_s E_s J_s = E_{cm} J_c \left[\frac{k_c}{1,2} + 1, \frac{E_s}{E_c} \frac{J_s}{J_c} \right] \\ &= E_{cm} J_c \left[\frac{0,123}{1,2} + \frac{200}{33} \cdot 0,02 \right] = \underline{\underline{0,224 E_{cm} J_c}} \quad !! \end{aligned}$$

\therefore Συμπεκύνωσε τη μεγάλη μείωση της δυσκαμψίας

$$(EJ) = 0,224 \times 33 \times 10^6 \times 72 \times 10^{-4} = \underline{\underline{53154 \text{ kNm}^2}}$$

in Συντελεστής μεγέθυνσης

Η ευτοχική ροπή (1^{ης} + 2^{ας} τάξεως) μπορεί τώρα να υπολογισθεί από τη ροπή της 1^{ης} τάξεως προσαυξημένη κατά το συντελεστή μεγέθυνσης σύμφωνα με τη σχέση

$$M_{Ed} = M_{0,Ed} \left[1 + \frac{\beta}{(N_B/N_{Ed} - 1)} \right]$$

5

$$N_B = \text{φορτίο "ελαστικού γυγισμού"} = \frac{\pi^2 (EI)}{l_0^2}$$

$$= \frac{3,14^2 \times 53154}{(11,0)^2} = 4335 \text{ kN}$$

$$\beta = \frac{\pi^2}{8}$$

$$M_{Ed} = 688,0 \left[1 + \frac{\pi^2}{8 \left(\frac{4335}{1200} - 1 \right)} \right] = 688,0 \times 1,472 \approx 1013 \text{ kNm}$$

∴ Απαιτούμενος σιδημός

Από τα διαγράμματα ελαστικής δράσης (κτ)

$$d_1/r = 5/60 = 0,08 \approx 0,10$$

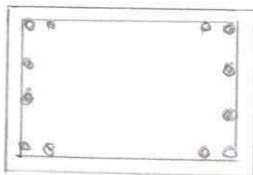
$$\omega_d = M_{Ed} / b r f_{cd} = \frac{1200}{0,40 \times 0,60 \times 17000} \approx 0,294$$

$$\mu_d = M_{Ed} / b r f_{ck} = \frac{1013}{0,40 \times 0,60 \times 17000} \approx 0,414$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega_d \approx 0,294 \\ \mu_d \approx 0,414 \end{array} \right\} \omega_{tot} \approx 0,83$$

$$A_{s,tot} = \omega_{tot} \cdot b r f_{cd} / f_{yd} = 0,83 \times \frac{17}{434,8} \cdot A_c = 3,22\% A_c$$

$$= 3,22\% \times 2400 = 77 \text{ cm}^2 \quad (\approx 12 \Phi 28)$$



5. Υπολογισμός μέσω ονομαστικής ιαμπελότητας ⁶

Σημ. Η μέθοδος αυτή είναι κατάλληλη για τον έλεγχο μεμονωμένων στοιχείων και ιδιαίτερα για συμμετρικές διατομές με συμμετρικό σπλιτμό

$$M_{Ed} = M_{0,Ed} + M_2$$

Προσθαυ ροπή 2^{ης} τάξης

Ροπή 1^{ης} τάξης (και λόγω ατελείας)

$$M_2 = N_{Ed} \cdot e_2$$

Συνοχή μετακίνηση

$$e_2 \approx \left(\frac{1}{\gamma}\right) \cdot \frac{l_0^2}{c} \quad , \quad c \text{ εξαρτά από τη μορφή του διαγράμματος των ροπών}$$

$c \sim \pi^2$

$$\left(\frac{1}{\gamma}\right) = k_r k_\phi \left(\frac{1}{\gamma_0}\right)$$

Βασική τιμή ιαμπελότητας

Διορθωτικός συντελεστής

για την επίδραση του ερπισμού (εδώ $k_\phi = 1.0$)

Διορθωτικός συντελεστής

εξαρτώμενος από το αξονικό φορτίο.

(Απαιτείται εκτίμηση του σπλιτμού αν δεν είναι γνωστός) Γενίως λαμβάνεται

$k_r = 1$

$$\left(\frac{1}{\gamma_0}\right) \approx E_{yd} / 0.45d \quad \left[\begin{array}{l} \text{Παραδοχή:} \\ \text{Ταυτόχρονη είσοδος θλιβόμενου-} \\ \text{εφελωόμενου σπλιτμού στη διαρροή} \end{array} \right]$$

$$\frac{1}{\gamma_0} = \frac{2.17 \times 10^3}{0.45 \times 0.55} = 8.77 \times 10^3 \text{ [m}^{-1}\text{]}$$

$$\text{και συνεπώς } e_2 = 8.77 \times 10^3 \times 11.0 / 8 = 0.133 \text{ m}$$

$$\text{και } M_2 = N_{Ed} e_2 = 1200 \times 0.133 = 159 \text{ kNm}$$

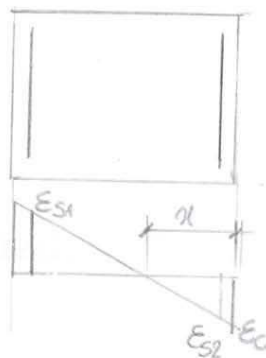
7

Απαιτούμενος Ογκός

$$\left. \begin{aligned} M_{Ed} &= 688 + 159 = 847 \text{ kNm} \rightarrow \mu_d = 0.346 \\ N_{Ed} &= 1200 \text{ kN} \rightarrow \nu_d = 0.296 \end{aligned} \right\} \omega_{tot} = 0.70$$

$$A_{stot} = \omega \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot (b \cdot h) = 0.70 \times \frac{17}{43.48} \cdot (b \cdot h) = 2.8\% \quad A_c = 66.2 \text{ cm}^2 \quad 11 \times 14 \text{ } \phi 25$$

Γ Διαγράμματα ποτών - καμπυλότητων



$$A_{s1} = A_{s2} \approx 34 \text{ cm}^2$$

$$N_{Ed} = 1200 \text{ kN}$$

Διαρροή $\left. \begin{aligned} \varepsilon_{s1} &= 2.17\text{‰} \\ \varepsilon_{c2} &= 2.35 \\ \varepsilon_{s2} &= 1.94 \end{aligned} \right\} \alpha = 0.286 \text{ m}, F_c = 1356 \text{ kN}$

$$M_{Rd} = 34.0 \times 43.48 \times 0.25 \left(1 + \frac{1.94}{2.17} \right) + 1356 \times (0.30 - 0.386 \times 0.286) = 957 \text{ kNm}$$

$$1/r_y = \frac{2.35}{0.280} \times 10^{-3} = 8.21 \times 10^{-3} \text{ [m}^{-1}\text{]}$$

Αστοχία $\left. \begin{aligned} \varepsilon_{c2} &= 3.5\text{‰} \\ \varepsilon_{s1} &= 5.33\text{‰} \\ \varepsilon_{s2} &= 2.69\text{‰} \end{aligned} \right\} \alpha = 0.218 \quad F_c = 1200$

$$M_{Rd} = 34.0 \times 43.48 \times 0.25 (1 + 1) + 1200 \times (0.30 - 0.416 \times 0.218) = 990 \text{ kNm}$$

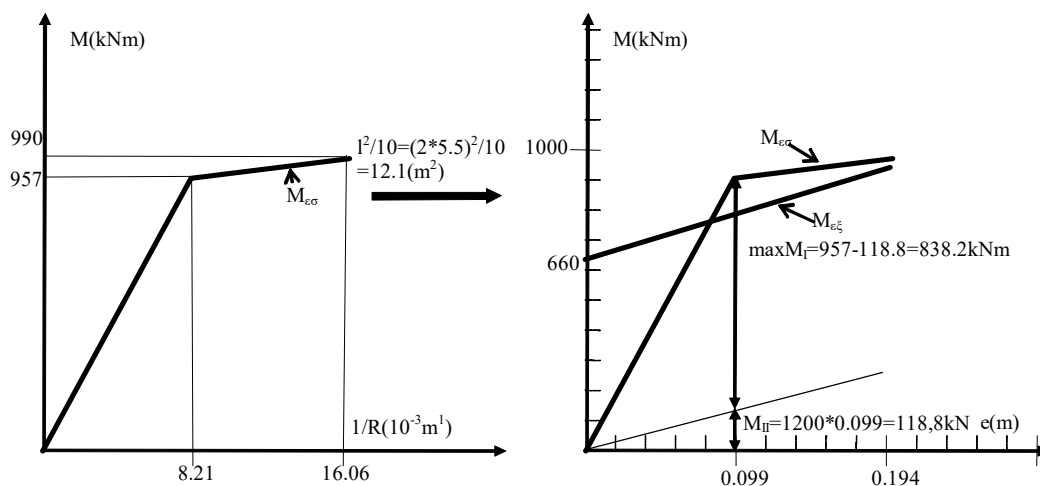
$$1/r_u = \frac{3.5 \times 10^{-3}}{0.218} = 16.06 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$$

Ελεγχος με βάση το «ακριβές» δ/μα καμπυλοτήτων

Συντάσσουμε τον δ/μα «(εσωτερικών) ροπών-καμπυλοτήτων» ($M_{εσ}, 1/R$) (για την δεδομένη αξονική δύναμη για την οποία υπολογίστηκε: $N=1200$. Για άλλη αξονική πρέπει να γίνει εκ νέου υπολογισμός του δ/τος ροπών καμπυλοτητων). Όλες οι διατομές του στύλου έχουν το ίδιο διάγραμμα μιας και οι διαστάσεις, οι οπλισμοί και η αξονική δύναμη είναι σταθερά σε όλο το ύψος του στύλου.

Μετατρέπουμε το διάγραμμα «(εσωτερικών) ροπών-καμπυλοτήτων» σε διάγραμμα «(εσωτερικών) ροπών-μετατοπίσεων» ($M_{εσ}, e$) πολλαπλασιάζοντας επί $l^2/10$. Το διάγραμμα αυτό συνδέει την **εσωτερικώς αναπτυσσόμενη** ροπή στην βάση του στύλου με την αντίστοιχη μετατόπιση της κεφαλής του στύλου.

Στο τελευταίο αυτό διάγραμμα σχεδιάζουμε και το διάγραμμα (ευθεία) «εξωτερικών ροπών – μετατοπίσεων» ($M_{εξ}, e$). Το διάγραμμα αυτό (ευθεία) συνδέει την ροπή που αναπτύσσεται στην βάση του στύλου από τις εξωτερικές δράσεις με την αντίστοιχη μετατόπιση της κεφαλής του στύλου.



Από την σύγκριση των δύο καμπυλών συμπεραίνουμε αν υπάρχει ασφάλεια:

Επειδή οι δύο καμπύλες έχουν κοινό σημείο: τέμνονται στο σημείο με συντεταγμένες $M_{τελ}=753kNm$, $e_{τελ}=0.078m$ συμπεραίνουμε ότι το υποστύλωμα είναι ασφαλές. Η ροπή δευτέρας τάξεως είναι $M_{II}=1200 \cdot 0.078=93kNm$.

Ερώτηση: Το παραπάνω υποστύλωμα με αξονική 1200kN και με ροπή (1^{ης} τάξεως) 688kNm αποδείχθηκε ασφαλές. Και μάλιστα με περιθώριο ασφαλείας. Πόση είναι η **μέγιστη** ροπή 1^{ης} τάξεως που μπορεί να αντέξει το υποστύλωμα? **Απάντηση:** η ευθεία των εξωτερικών ροπών θα διέρχεται από το σημείο διαρροής. Η μέγιστη ροπή 1^{ης} τάξεως που μπορεί να αντέξει η έτσι οπλισμένη διατομή είναι:
 $max M_I = 957.0 - 1200 \cdot 0.099 = 838.2 kN$

