

Διάτρηση: Εφαρμογή

Την επιμέλεια της εφαρμογής είχε η Γαλήνη Καλαϊτζοπούλου

Υποστύλωμα διαστάσεων $0.50 \times 0.50\text{m}$ θεμελιώνεται σε πλάκα γενικής κοιτόστρωσης πάχους $h=0.70\text{m}$. Η πλάκα είναι οπλισμένη με διπλή εσχάρα $\Phi 20/20$ πάνω και κάτω. Το υποστύλωμα καταπονείται από αξονική δύναμη :

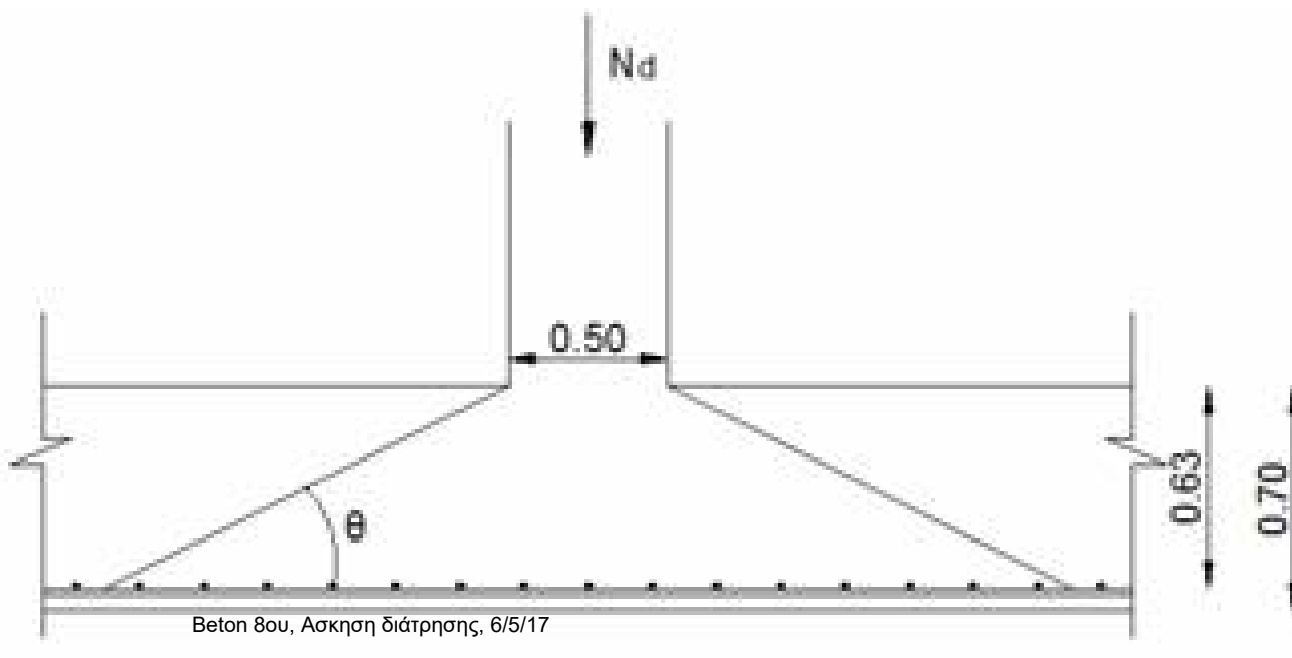
(a) από μόνιμα φορτία $N_G = 1000\text{kN}$

(b) από κινητά φορτία $N_Q = 1500\text{kN}$

Οι τάσεις του εδάφους για τον συνδυασμό αστοχίας κάτω από την πλάκα θεωρούνται σταθερές και ίσες με 120kPa .

Ζητείται να βρεθεί ο απαραίτητος οπλισμός διάτρησης.

Τα δεδομένα της εφαρμογής είναι : σκυρόδεμα C20/25, χάλυβας B500, επικάλυψη $c=5\text{cm}$



1. Βασική περίμετρος ελέγχου

Το στατικό ύψος της πλάκας ισούται με : $d_{\text{eff}} = (d_y + d_z)/2$

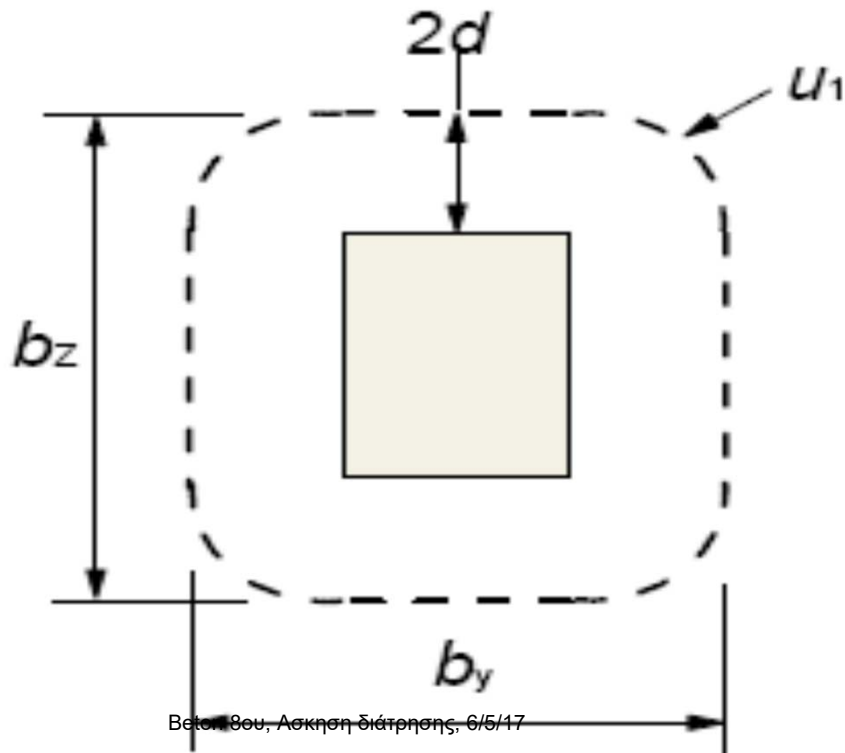
όπου d_y και d_z είναι τα ύψη που ορίζονται από τις στάθμες του οπλισμού σε 2 κάθετες διευθύνσεις

$$d_y = h - 6 \text{ και } d_z = h - 8$$

$$\text{Επομένως } d_{\text{eff}} = (d_y + d_z)/2 = d_{\text{eff}} = (h - 6 + h - 8)/2 = h - 0.07 = 0.7 - 0.07 = 0.63\text{m}$$

Βασική περίμετρος ελέγχου ορίζεται σε απόσταση $2d$ από την περίμετρο του υποστυλώματος :

$$u_1 = 2b + 2h + 2\pi r = 2 * 0.50 + 2 * 0.50 + 2 * \pi * 2 * d_{\text{eff}} = 4 * 0.5 + 4 * \pi * 0.63 = 9.92\text{m}$$



1ος Έλεγχος : Στην περίμετρο του υποστυλώματος δεν επιτρέπεται η υπέρβαση της μέγιστης αντοχής σε διάτρηση $V_{Rd,max}$.

Άρα ελέγχουμε εάν ισχύει η ανίσωση $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$

Η τέμνουσα διάτρησης επιτρέπεται να μειώνεται λόγω της ευνοϊκής επιρροής των εδαφικών πιέσεων

Το εμβαδό που ορίζεται από την περιφέρεια του υποστυλώματος είναι ίσο με :

$$A_{uo} = 0.5^2 = 0.25\text{m}^2$$

$$V_{Ed} = 1.35 N_G + 1.5 N_Q - A_{uo} q_{\varepsilon\delta} = 1.35 \cdot 1000 + 1.5 \cdot 1500 - 0.25 \cdot 120 = 3570\text{kN}$$

$$v_{Ed} = V_{Ed} / (u_o d_{eff})$$

Όπου

V_{Ed} δρώσα τέμνουσα σε N

u_o μήκος περιφέρειας του υποστυλώματος σε mm

d_{eff} μέσο στατικό ύψος σε mm

$$v_{Ed} = V_{Ed} / (u_o d_{eff}) = (3570 \cdot 1000) / (4 \cdot 0.50 \cdot 1000 \cdot 0.63 \cdot 1000) = 2.83 \text{ MPa}$$

$$V_{Rd,max} = 0.5 \cdot v \cdot f_{cd}$$

Όπου

$$f_{cd} = f_{ck} / 1.5 = 20 / 1.5 = 13.33\text{MPa}$$

$$v = 0.6(1 - f_{ck} / 250) = 0.6(1 - 20 / 250) = 0.552$$

$$V_{Rd,max} = 0.5 \cdot v \cdot f_{cd} = 0.5 \cdot 0.552 \cdot 13.33 = 3.68 \text{ MPa}$$

Διαπιστώνουμε ότι $v_{Ed} = 2.83 < v_{Rd,max} = 3.68$ επομένως είμαστε OK



2ος Έλεγχος στην βασική περίμετρο ελέγχου u_1 : $u_1 = 9.92 \text{ m}$, $d=0.63\text{m}$

Επιτρέπεται η μείωση της δρώσας τέμνουσας κατά τις εδαφικές πιέσεις που βρίσκονται στο εσωτερικό της βασικής περιμέτρου ελέγχου. Το εμβαδόν αυτό είναι

$$A_{u1} = 0.5^2 + 4 \cdot 0.50 \cdot 1.26 + 3.14 \cdot 1.26^2 = 7.75 \text{ m}^2.$$

$$V_{Ed} = 1.35 N_G + 1.5 N_q - A_{u1} q_{εδ.} = 1.35 \cdot 1000 + 1.5 \cdot 1500 - 7.75 \cdot 120 = 2670 \text{ kN}$$

$$v_{Ed} = V_{Ed} / (u_1 d_{eff}) = (2670 \cdot 1000) / (9.92 \cdot 1000 \cdot 0.63 \cdot 1000) = \mathbf{0.43 \text{ MPa}}$$

$$v_{Rdc} = C_{Rdc} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp})$$

Όπου

$$C_{Rdc} = 0.18 / \gamma_c = 0.18 / 1.5 = 0.12$$

$$k = 1 + (200/d)^{1/2} = 1 + (200/630)^{1/2} = 1.56$$

Στο ποσοστό του εφελκυόμενου οπλισμού λαμβάνονται οι οπλισμοί στο πλάτος πλάκας ίσο με $b + 6 \cdot d_{eff} = 0.5 + 6 \cdot 0.63 = \mathbf{4.28 \text{ m}}$

Εφόσον οι ράβδοι του οπλισμού τοποθετούνται ανά 0.20 m στο τμήμα των $\mathbf{2.39 \text{ m}}$ υπάρχουν $\mathbf{21}$ ράβδοι

$$A_s = 21 \cdot 3.14 = 65.94 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{ly} = A_s / (4.28 \cdot 0.63 \cdot 10000) = \mathbf{65.94 / (4.28 \cdot 0.63 \cdot 10000) = 0.00250}$$

$$\rho_{ly} = \rho_{lz} \rightarrow \rho_l = (\rho_{ly} \cdot \rho_{lz})^{1/2} = 0.00250 < 0.02 \text{ άρα OK}$$

$$v_{min} = 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} = 0.035 \cdot 1.56^{3/2} \cdot 20^{1/2} = 0.294$$

$$v_{Rdc} = C_{Rdc} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} = 0.12 \cdot 1.56 \cdot (100 \cdot 0.00250 \cdot 20)^{1/3} = \mathbf{0.320 \text{ MPa}} > v_{min}$$

$$v_{Rdc} = \mathbf{0.320 \text{ MPa}} < v_{Ed} = \mathbf{0.43 \text{ MPa}} \text{ επομένως απαιτείται οπλισμός διάτρησης}$$



3. Απαιτούμενος οπλισμός

Υπολογίζω τον απαιτούμενο οπλισμό διάτρησης για δρώσα διατμητική τάση

$V_{Ed} = 0.43 \text{ MPa}$ στην βασική περίμετρο ελέγχου u_1 σύμφωνα με τη σχέση :

$$V_{Rd,cs} = 0.75V_{Rd,c} + 1.5(d/s_r)A_{sw}f_{ywd,ef}(1/(u_1d))\sin\alpha \quad (\mathbf{a})$$

Όπου

s_r είναι η αξονική απόσταση των περιμέτρων του οπλισμού διάτρησης (mm)

η απόσταση αυτή δεν επιτρέπεται να ξεπεράσει το $s_{rmax} = 0.75d_{eff} = 0.473 \text{ m}$

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0.25d \leq f_{ywd} \quad \text{όπου } d \text{ σε mm και } f_{ywd} \text{ σε MPa}$$

d μέσο στατικό ύψος

α η γωνία που σχηματίζει ο οπλισμός διάτρησης με την πλάκα

Στην σχέση (a) αντικαθιστώ τα ακόλουθα:

$$V_{Rd,c} = 0.320$$

$$\underline{u_1} = \underline{9.92 \text{ m}}$$

$$d_{eff} = 0.63 \text{ m}$$

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0.25d = 250 + 0.25 \cdot 630 = 407.5 \text{ MPa} < 500/1.15 = 435 \text{ MPa}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$s_r = s_{rmax} = 0.75d_{eff} = 0.473 \text{ m}$$

Και προκύπτει :

$$V_{Rd,cs} = 0.75V_{Rd,c} + 1.5(d/s_r)A_{sw}f_{ywd,ef}(1/(u_1d))\sin\alpha \quad \leftrightarrow$$

$$0.43 = 0.75 \cdot 0.320 + 1.5 \cdot (1.33) \cdot A_{sw} \cdot 407 \cdot (1/(\underline{9.92} \cdot 0.63 \cdot 106)) \quad \leftrightarrow$$

$$A_{sw} = (0.43 - 0.75 \cdot 0.320) \cdot (\underline{9.92} \cdot 0.63 \cdot 106) / (1.5 \cdot 1.33 \cdot 407) = \underline{1462 \text{ mm}^2} = \underline{14.6 \text{ cm}^2} \quad \text{σε λ5}$$



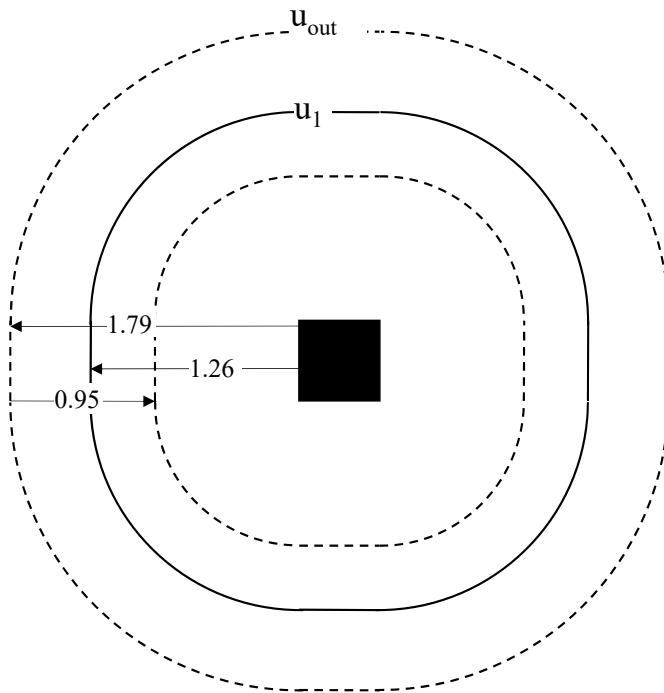
4. Κατασκευαστικές λεπτομέρειες

Ο οπλισμός διάτρησης θα τοποθετηθεί σε ομόκεντρες περιμέτρους οι οποίες θα απέχουν μεταξύ τους 0.47m, σε κάθε τέτοια περίμετρο ο συνολικός οπλισμός θα **είναι 14.6cm²**. Η τελευταία από αυτές τις περιμέτρους θα απέχει απόσταση 1.5d από την εξώτατη εκείνη περίμετρο για την οποία δεν απαιτείται οπλισμός διάτρησης:

$$u_{\text{outef}} = V_{\text{Ed}} / (v_{\text{Rdc}} \cdot d) = (2670 \cdot 1000) / (0.320 \cdot 0.63 \cdot 1000) = 13244 \text{ mm} = 13.24 \text{ m}$$

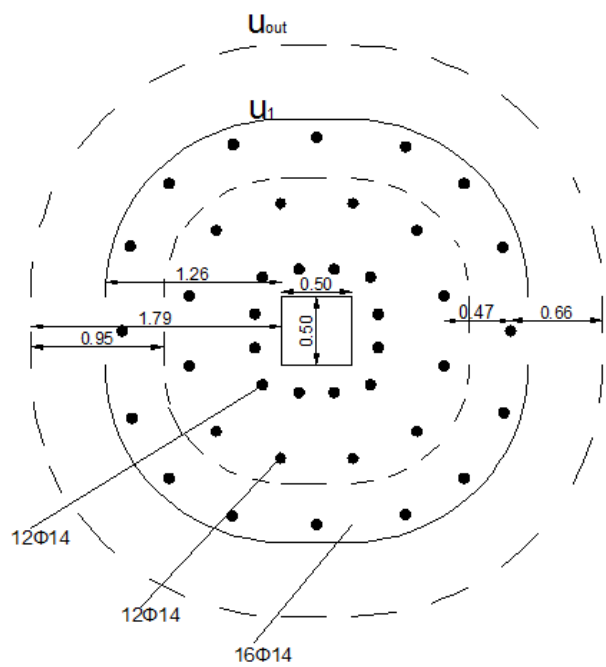
$$u_{\text{outef}} = 2b_x + 2b_y + 2\pi(r_{\text{outef}}) = 2 \cdot 0.5 + 2 \cdot 0.5 + 2\pi r_{\text{outef}} \leftrightarrow r_{\text{outef}} = 1.79 \text{ m}$$

Η βασική περίμετρος ελέγχου $u_1 = 9.92 \text{ m}$ απέχει από την παρειά του υποστυλώματος $r_1 = 2d_{\text{eff}} = 1.26 \text{ m}$



4. Κατασκευαστικές λεπτομέρειες

Η πρώτη σειρά οπλισμών δεν επιτρέπεται να απέχει απόσταση μικρότερη του $0.30d = 0.19\text{m}$ από την περίμετρο του υποστυλώματος. Ενώ η τελευταία σειρά οπλισμών δεν **πρέπει** να απέχει απόσταση μεγαλύτερη του $1.5d = 0.95\text{m}$ από την εξώτατη περίμετρο u_{out} . Άρα οι οπλισμοί θα εκτείνονται από 0.19m έως **όπου μια περίμετρος βρεθεί σε απόσταση μεγαλύτερη από $1.79-0.95=0.84\text{m}$** από την παρειά του υποστυλώματος, άρα θα τοποθετηθούν σε τρεις περιμέτρους που θα απέχουν από την παρειά 0.19m 0.66m και 1.13m .



Όταν η περίμετρος οπλισμού βρίσκεται εσώτερα της βασικής περιμέτρου ελέγχου u_1 , τότε η μέγιστη απόσταση μεταξύ των σκελών δεν επιτρέπεται να ξεπερνά το $1.5d=0.95\text{m}$. Ενώ όταν η περίμετρος οπλισμού βρίσκεται μεταξύ της u_1 και της εξώτατης περιμέτρου u_{out} , τότε η μέγιστη απόσταση μεταξύ των σκελών δεν ξεπερνά το $2d=2\cdot0.63=1.26\text{m}$. **Εδώ όλες οι περιμέτροι βρίσκονται στο εσωτερικό της u_1 άρα σε όλες τις περιμέτρους οι οπλισμοί δεν πρέπει να απέχουν, επί της περιμέτρου, απόσταση s_t μεγαλύτερη από $1.5d (=0.94\text{m})$.**

Το μήκος της 1ης περιμέτρου ισούται με $u_1=2b_x+2b_y+2\pi(r_1)=2\cdot0.5+2\cdot0.5+2\pi(0.19) = 3.19\text{m}$
Το μήκος της 2ης περιμέτρου ισούται με $u_2=2b_x+2b_y+2\pi(r_2)=2\cdot0.5+2\cdot0.5+2\pi(0.66) = 6.15\text{m}$
Το μήκος της 3ης περιμέτρου ισούται με $u_3=2b_x+2b_y+2\pi(r_3)=2\cdot0.5+2\cdot0.5+2\pi(1.13) = 9.13\text{m}$



1η περίμετρος οπλισμού: Τοποθετώ 12Φ14 ανά $0.26\text{m} < 0.945\text{m}$

$$A_{sw} = 12 \cdot \underline{1.54} = \underline{18.48\text{cm}^2}$$

Ελέγχω εάν η διατομή του σκέλους ικανοποιεί το ελάχιστο επιτρεπτό όριο:

$$A_{sw,min} \cdot (1.5 \cdot \sin\alpha + \cos\alpha) / (s_r \cdot s_t) \geq 0.08 \cdot (f_{ck})^{1/2} / f_{yk}$$

Όπου

$$f_{yk} = 500\text{MPa}, f_{ck} = 20\text{MPa}$$

s_r είναι η απόσταση μεταξύ των περιμέτρων οπλισμού και ισούται με 0.47m

s_t είναι η απόσταση μεταξύ των σκελών σε μια περίμετρο οπλισμού και ισούται με 0.26m

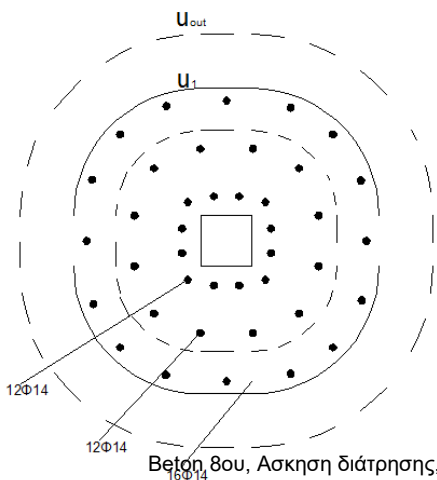
α είναι η κλίση των οπλισμών ως προς το επίπεδο της πλάκας και ισούται με 90°

$$A_{sw,min} \cdot (1.5 \cdot \sin\alpha + \cos\alpha) / (s_r \cdot s_t) \geq 0.08 \cdot (f_{ck})^{1/2} / f_{yk} \leftrightarrow$$

$$A_{sw,min} \cdot (1.5 \cdot 1 + 0) / (\underline{47 \cdot 26}) \geq 0.08 \cdot (20)^{1/2} / \underline{500} \leftrightarrow$$

$$A_{sw,min} \cdot \underline{0.001227} \geq \underline{0.00071554}$$

$$A_{sw,min} \geq \underline{0.58\text{cm}^2} < \underline{\Phi 14 = 1.54\text{cm}^2}$$



2η περίμετρος οπλισμού: Αν τοποθετήσω και πάλι 12Φ14 ανά $s_t = \underline{6.15/12 = 0.51\text{m}}$ $< 0.945\text{m}$

$$A_{sw} = \underline{12 \cdot 1.54 = 18.48\text{cm}^2}$$

Ελέγχω εάν η διατομή του σκέλους ικανοποιεί το ελάχιστο επιτρεπτό όριο :

$$A_{sw,min} \cdot (1.5 \cdot \sin\alpha + \cos\alpha) / (s_r \cdot s_t) \geq 0.08 \cdot (f_{ck})^{1/2} / f_{yk}$$

Όπου

$$f_{yk} = 500\text{MPa}, f_{ck} = 20\text{MPa}, s_r = 0.47\text{m}, A_{sw} = \underline{1.54\text{ cm}^2}$$

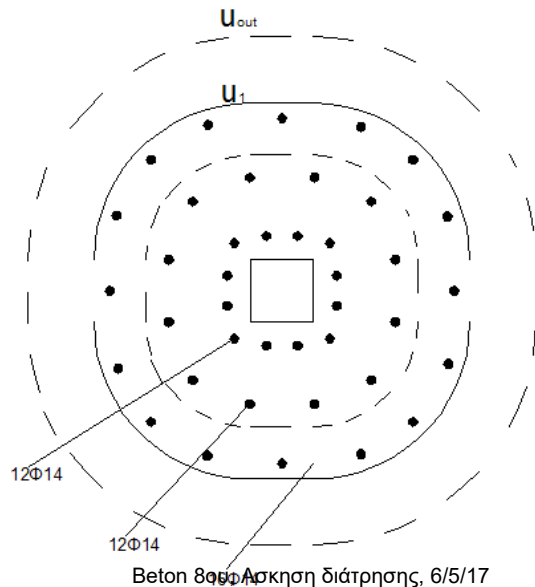
α είναι η κλίση των οπλισμών ως προς το επίπεδο της πλάκας και ισούται με 90°

$$\underline{A_{sw,min}} (1.5 \cdot \sin\alpha + \cos\alpha) / (s_r \cdot s_t) \geq 0.08 \cdot (f_{ck})^{1/2} / f_{yk} \leftrightarrow$$

$$\underline{A_{sw,min}} (1.5 \cdot 1 + 0) / (47 \cdot 51) \geq 0.08 \cdot (20)^{1/2} / \underline{500} \leftrightarrow$$

$$\underline{A_{sw,min}} \underline{0.000628} \geq \underline{0.00071554}$$

$$\underline{A_{sw,min}} \geq \underline{1.13\text{cm}^2} < \Phi 14 = 1.54\text{ cm}^2$$



3η περίμετρος οπλισμού: Τοποθετώ 16Φ14 ανά $s_t = 9.13/16 = 0.57\text{m} < 0.945\text{m}$

$$\underline{A_{sw}} = 16 \cdot 1.54 = 24.64\text{cm}^2$$

Ελέγχω εάν η διατομή του σκέλους ικανοποιεί το ελάχιστο επιτρεπτό όριο :

$$\underline{A_{sw,min}} \cdot (1.5 \cdot \sin\alpha + \cos\alpha) / (s_r \cdot s_t) \geq 0.08 \cdot (f_{ck})^{1/2} / f_{yk}$$

Όπου

$$\underline{f_{yk}} = 500\text{MPa}, \underline{f_{ck}} = 20\text{MPa}, \underline{s_r} = 0.47\text{m}, \underline{A_{sw}} = 1.54\text{ cm}^2$$

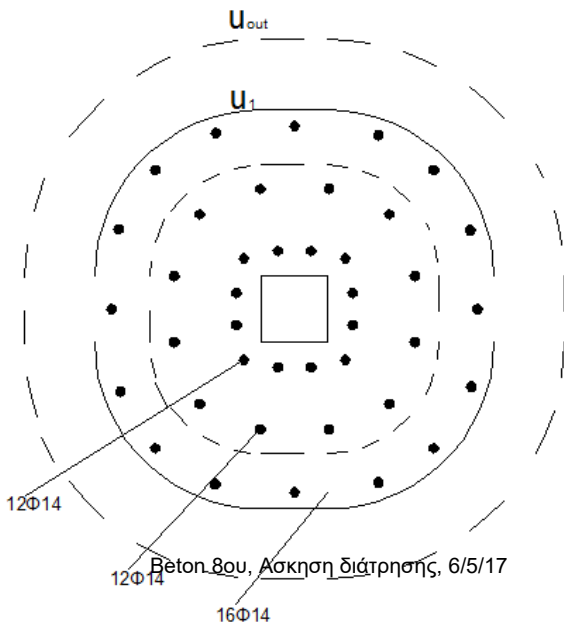
α είναι η κλίση των οπλισμών ως προς το επίπεδο της πλάκας και ισούται με 90ο

$$\underline{A_{sw,min}} (1.5 \cdot \sin\alpha + \cos\alpha) / (s_r \cdot s_t) \geq 0.08 \cdot (f_{ck})^{1/2} / f_{yk} \leftrightarrow$$

$$\underline{A_{sw,min}} (1.5 \cdot 1 + 0) / (47 \cdot 57) \geq 0.08 \cdot (20)^{1/2} / 500 \leftrightarrow$$

$$\underline{A_{sw,min}} 0.000559 \geq 0.00071554$$

$$\underline{A_{sw,min}} \geq 1.28\text{cm}^2 < \Phi 14 = 1.54\text{ cm}^2$$



Σημείωση: Αν θέλαμε να διατηρήσουμε σταθερό το πλήθος των ράβδων σε κάθε περίμετρο (12 ράβδους), όπως και στις προηγούμενες περιμέτρους, τότε η μεν απόσταση θα ικανοποιούταν ($s_t = 9.13/12 = 0.761 < 0.945\text{m}$) αλλά η διατομή του ενός σκέλους θα έπρεπε να είναι $\underline{A_{sw,min}} \geq 1.70\text{cm}^2$ δηλαδή θα έπρεπε η διάμετρος να είναι 16mm, ήτοι: 12Φ16