

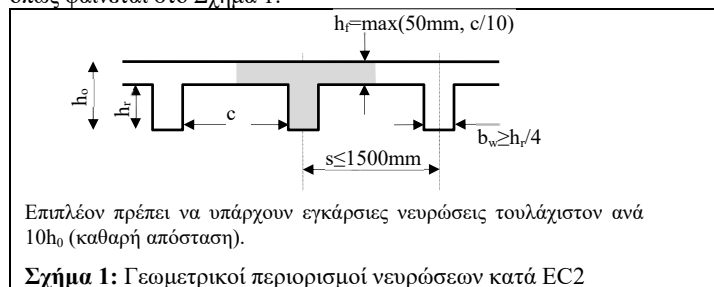
Ωπλισμένο Σκυροδέμα II. του 7^{ου} εξ. Πα 4-10-2019,

1^ο Μάθημα: Δοκιδωτές πλάκες¹- Συγκεντρωμένα φορτία

Όταν οι πλάκες έχουν να καλύψουν όλο και μεγαλύτερα ανοίγματα τότε αναγκάζομαστε να αυξήσουμε το πάχος τους για να καλύψουμε τις απαιτήσεις παραμορφώσεως. Έτσι όμως αυξάνει το ι.β. και άρα η ένταση, οπότε μπαίνουμε σ' έναν φαύλο κύκλο. Η ιδέα λοιπόν είναι να αφαιρέσουμε το μεγαλύτερο μέρος του σκυροδέματος που βρίσκεται στην εφελκυνόμενη περιοχή, το οποίο έτσι κι αλλιώς δεν συμβάλλει στην καμπτική αντοχή, και να συμπτύξουμε τους οπλισμούς σε μεγαλύτερες αποστάσεις. Έτσι δημιουργήθηκαν οι δοκιδωτές πλάκες. Τα διάκενα μεταξύ των νευρώσεων δημιουργούνται με «σώματα πληρώσεως». Τα σώματα πληρώσεως παλαιότερα ήταν συνήθως τούβλα (το ειδικό βάρος των οποίων είναι σημαντικά μικρότερο από ότι του σκυροδέματος), ενώ τώρα είναι συνήθως από διογκωμένη πολυστερίνη (των 25kg/m³ προκειμένου να μην θρυμματίζεται μέχρις ότου ολοκληρωθεί η σκυροδέτηση) τα οποία παραμένουν αδρανή μέσα στην πλάκα. Ενίοτε ως σώματα πληρώσεως χρησιμοποιούνται και πλαστικοί μορφές θόλου τετραγωνικής κατόψεως (κουπόλες), οι οποίοι είναι επαναχρησιμοποιήσιμοι².

Ανάλογα με τον λόγο των διαστάσεων, μπορούν να θεωρηθούν ως καμπτόμενες κατά μία διεύθυνση ($I_{max}/I_{min} > 2.0$), ή κατά δύο διευθύνσεις ($I_{max}/I_{min} \leq 2.0$). Στις καμπτόμενες κατά μία διεύθυνση πλάκες, οι (κύριες) δοκίδες διατάσσονται παράλληλα προς την μικρή πλευρά, ενώ προβλέπονται και εγκάρσιες (δευτερεύουσες δοκίδες παράλληλες προς την μεγάλη πλευρά). Στις καμπτόμενες κατά δύο διευθύνσεις πλάκες, οι δοκίδες αμφοτέρων των διευθύνσεων είναι κύριες.

Για να μπορεί η δοκιδωτή πλάκα να θεωρηθεί ως διάφραγμα και να ισχύσουν γι αυτήν οι (ευνοϊκότερες) διατάξεις των πλακών και όχι οι αυστηρότερες διατάξεις των δοκών πρέπει να ισχύουν ορισμένοι γεωμετρικοί περιορισμοί για τις κύριες νευρώσεις (EC2 παρ. 5.3.1 (5)) όπως φαίνεται στο Σχήμα 1:



Σχήμα 1: Γεωμετρικοί περιορισμοί νευρώσεων κατά EC2

Σημειώνεται ότι ο ΕΚΩΣ έδινε διαφορετικές τιμές για τις διαστάσεις των πλακών με νευρώσεις (ΕΚΩΣ παρ. 18.2):



Σχήμα 2: Γεωμετρικοί περιορισμοί νευρώσεων κατά ΕΚΩΣ

¹ ή πλάκες με διάκενα ή πλάκες με νευρώσεις ή πλάκες με σώματα πληρώσεως, ή πλάκες «τσέλνερ», ή πλάκες τύπου «σάντουιτς» (κατ' αντιδιαστολή προς τις συμπαγείς – ολόσωμες πλάκες), ribbed slabs, waffle slabs

² Σημειώνεται ότι το κόστος της διογκωμένης πολυστερίνης είναι περίπου ίσο με το κόστος του σκυροδέματος ως υλικού. Αρα η επιτυγχανόμενη εξοικονόμηση του σκυροδέματος δεν αντιστοιχεί σε μείωση του άμεσου κόστους υλικού αλλά συνεπάγεται μείωση του ι.β..

³ Δηλαδή:

- αν πρόκειται για πλάκα καμπτόμενη κατά μία διεύθυνση επιλύουμε την δοκίδα ως ραβδόμορφο φορέα μορφής πλακοδοκού
- αν πρόκειται για πλάκα καμπτόμενη κατά δύο διευθύνσεις:
 - ο είτε την επιλύουμε με την μέθοδο Czerny σαν να ήταν συμπαγής και ακολούθως ανάγουμε τα εντατικά μεγέθη στις δοκίδες

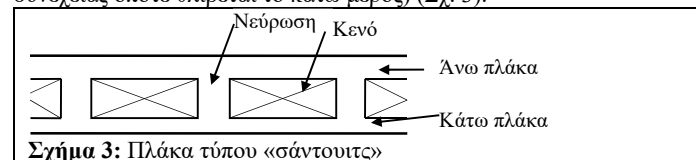
Κατά κανόνα δεν απαιτείται έλεγχος της πλάκας μεταξύ των νευρώσεων. (Κατά ΕΚΩΣ δεν απαιτείται αν το ομοιομόρφως κατανεμημένο κινητό δεν είναι μεγαλύτερο από 5kN/m², και όταν δεν κυκλοφορούν οχήματα με φορτίο τροχού μεγαλύτερο από 7.5kN.)

Ο EC2 δεν δίνει κατασκευαστικές λεπτομέρειες για τις πλάκες αυτές. Για τον σκοπό αυτό μπορείτε να συμβουλευτείτε τον ΕΚΩΣ παρ. 18.2.

Στις περιπτώσεις όπου δεν τηρηθούν οι παραπάνω γεωμετρικοί περιορισμοί των νευρώσεων, τότε:

- Οι μεν πλάκες (μεταξύ των δοκών) θα πρέπει να αντιμετωπισθούν ως ένα σύνολο συνεχών πλακών οι οποίες θα επιλυθούν με μια από τις γνωστές μεθόδους (Czerny, Markus κλπ). Παράλληλα θα πρέπει να εφαρμοσθούν και όλες οι κανονιστικές και κατασκευαστικές απαιτήσεις περί πλακών,
- Οι δε δοκοί θα πρέπει να θεωρηθούν ότι σχηματίζουν μια (υπερστατική) εσχάρα δοκών, (επίλυση συνήθως με πρόγραμμα H/Y). Ομοίως για τις δοκούς τις εσχάρας θα πρέπει να εφαρμοσθούν οι κανονιστικές και κατασκευαστικές απαιτήσεις περί δοκών.

Πολλές φορές στις δοκιδωτές πλάκες προβλέπεται και πλάκα στο κάτω μέρος των νευρώσεων (είτε για αρχιτεκτονικούς λόγους είτε λόγω συνέχειας οπότε θλίβεται το κάτω μέρος) (Σχ. 3).



Σχήμα 3: Πλάκα τύπου «σάντουιτς»

Η ένταση των δοκιδωτών πλακών υπολογίζεται όπως και των συμπαγών πλακών, και στην συνέχεια, μετά τον υπολογισμό της δρώσας ροπής ανά μέτρο πλάτους της πλάκας (σε kNm/m), πολλαπλασιάζουμε επί την απόσταση, s, των νευρώσεων, και έτσι προκύπτει η ένταση της κάθε μιας νευρώσης (σε kNm/νεύρωση)³. Έτσι, η όπλισή τους γίνεται θεωρώντας όχι ορθογωνική διατομή (πλάτους 1.0m και ύψους h₀) αλλά πλακοδοκό με διαστάσεις s/b_w/h_f/h₀ (βλ. Σχ. 1). Θλιβόμενος οπλισμός κατά πάσα πιθανότητα δεν θα απαιτείται. Αν τυχόν απαιτηθεί θλιβόμενος οπλισμός, τότε καλόν είναι να αυξηθεί είτε το πάχος της πλάκας ανάμεσα στις νευρώσεις, h_f είτε το συνολικό πάχος, h₀, της πλάκας.

Έλεγχος σε διάτμηση: στην περίπτωση των συμπαγών πλακών συνήθως δεν τίθεται θέμα διατμήσεως (λόγω του μεγάλου πλάτους). Στις δοκιδωτές όμως πλάκες επειδή μειώνεται το πλάτος μειώνεται και η διατμητική αντοχή τους, στα άκρα των πλακών αυτών διαμορφώνονται συμπαγείς ζώνες πλάτους συνήθως 5% έως 10% του θεωρητικού μήκους της πλάκας (ή εν πάση περιπτώσει τόσο όσο να έχει μειωθεί αρκετά η δρώσα τέμνουσα (επειδή ο έλεγχος θα γίνει στην παρεία της συμπαγούς ζώνης) ώστε να μην απαιτείται οπλισμός διατμήσεως⁴). Επίσης, αν στις εσωτερικές στηρίξεις συνεχών πλακών, απαιτηθεί θλιβόμενος οπλισμός, τότε η αύξηση του πάχους της συμπαγούς ζώνης (δηλαδή το πλάτος της στηρίζουσας δοκού) θα έχει συνέπεια την μείωση της ροπής υπολογισμού (επειδή ο έλεγχος θα γίνει στην παρεία της συμπαγούς ζώνης).

- ο είτε την επιλύουμε με την μέθοδο Markus ανάγοντας το φορτίο στις δοκίδες των δύο διευθύνσεων οι οποίες στην συνέχεια επιλύονται ως ραβδόμορφοι φορείς

⁴ Πάντως, ασχέτως του υπολογισμού σε διάτμηση, κατά τον ΕΚΩΣ (παρ. 18.2.2.2) θα πρέπει να τεθούν συνδετήρες όταν το ομοιομόρφως κατανεμημένο φορτίο είναι μεγαλύτερο από 3kN/m² ή αν η διάμετρος του διαμήκους οπλισμού είναι μεγαλύτερη από 16mm καθώς και στην περιοχή των εσωτερικών στηρίξεων συνεχών πλακών και σε πλάκες με ειδικές απαιτήσεις πυρασφάλειας.

Συγκεντρωμένα⁵ φορτία σε πλάκες.

Εδώ εξετάζεται το θέμα της καμπτικής έντασης. Η άλλη κρίσιμη κατηγορία εντάσεως που σχετίζεται με τα συγκεντρωμένα φορτία: η **διάτρηση** θα εξετασθεί σε ξεχωριστό μάθημα.

Το βασικό πρόβλημα στην περίπτωση αυτή είναι ο προσδιορισμός της εντάσεως. Είναι προφανές ότι η ένταση δεν είναι ομοιόμορφη, αλλά παρουσιάζει μεγάλες τιμές στην περιοχή επιβολής του φορτίου και μειώνεται καθώς απομακρυνόμαστε από το φορτίο. Για τον υπολογισμό της αναπτυσσόμενης έντασης μπορούν να εφαρμοσθούν οι μέθοδοι της στατικής (επίλυση της διαφορικής εξίσωσης κάμψης της πλάκας, πεπερασμένα στοιχεία, μέθοδος των γραμμών διαρροής κλπ).

Απλουστευτικά για την περίπτωση αμφιέριστων πλακών, είναι δυνατόν να θεωρηθεί ότι η δρώσα ροπή αναλαμβάνεται από ένα πλάτος b_m της πλάκας εντός του οποίου η ροπή μπορεί να θεωρηθεί σταθερή και ίση προς την μέγιστη τιμή της ροπής κάμψης⁶. Για παράδειγμα στην περίπτωση της απλά εδραζόμενης πλάκας, η ροπή λόγω του συγκεντρωμένου φορτίου είναι:

$$M = Px(l-x)/l.$$

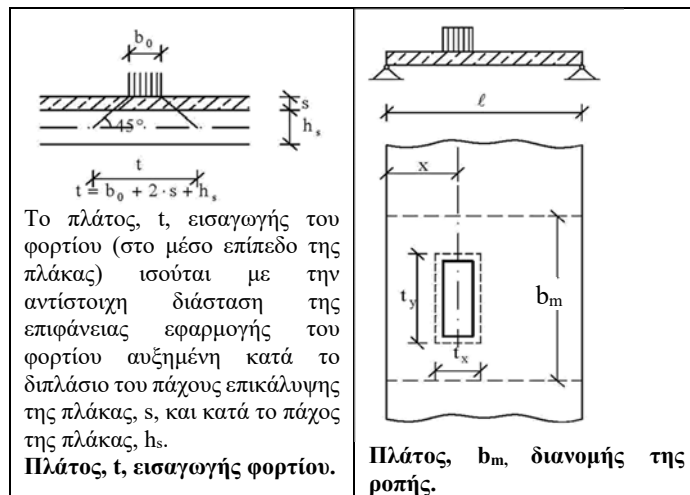
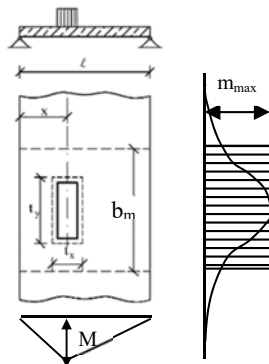
Η ροπή αυτή αναλαμβάνεται μέσα σε ένα πλάτος διανομής του φορτίου, b_m :

$$m_{max} = M/b_m$$

Το πλάτος b_m θεωρητικά υπολογίζεται από την σχέση:

$$b_m = \frac{\int m dy}{m_{max}}$$

Το πλάτος αυτό εξαρτάται από το πλάτος εισαγωγής του φορτίου, t , από την απόσταση του φορτίου από το στήριγμα, x , και από το στατικό σύστημα. Ο ΕΚΩΣ δίνει στοιχεία για τον προσεγγιστικό υπολογισμό του b_m . Βλ Πίνακα Σ.9.1



Το πλάτος, t , εισαγωγής του φορτίου (στο μέσο επίπεδο της πλάκας) ισούται με την αντίστοιχη διάσταση της επιφάνειας εφαρμογής του φορτίου αυξημένη κατά το διπλάσιο του πάχους επικάλυψης της πλάκας, s , και κατά το πάχος της πλάκας, h_s .

Πλάτος, t , εισαγωγής φορτίου.

Πλάτος, b_m , διανομής της ροπής.

Πίνακας Σ 9.1: Υπολογιστικό πλάτος διανομής φορτίου

	1	2	3		
	Στατικό σύστημα Εντατικά μεγέθη	Υπολογιστικό πλάτος διανομής φορτίου b_m	Ορια ισχύος		
1		$b_m = t_y + 2.50x(1 - \frac{x}{l})$	$0 < x < l$	$t_y \leq 0.80l$	$t_x \leq l$
2		$b_m = t_y + 0.50x$	$0 < x < l$	$t_y \leq 0.80l$	$t_x \leq l$
3		$b_m = t_y + 1.50x(1 - \frac{x}{l})$	$0 < x < l$	$t_y \leq 0.80l$	$t_x \leq l$
4		$b_m = t_y + 0.50x(2 - \frac{x}{l})$	$0 < x < l$	$t_y \leq 0.80l$	$t_x \leq l$
5		$b_m = t_y + 0.30x$	$0.21 < x < l$	$t_y \leq 0.40l$	$t_x \leq 0.20l$
6		$b_m = t_y + 0.40(l - x)$	$0 < x < 0.81$	$t_y \leq 0.40l$	$t_x \leq 0.20l$
7		$b_m = t_y + x(1 - \frac{x}{l})$	$0 < x < l$	$t_y \leq 0.80l$	$t_x \leq l$
8		$b_m = t_y + 0.50x(2 - \frac{x}{l})$	$0 < x < l$	$t_y \leq 0.40l$	$t_x \leq l$
9		$b_m = t_y + 0.30x$	$0.21 < x < l$	$t_y \leq 0.40l$	$t_x \leq 0.20l$
10		$b_m = t_y + 1.50x$	$0 < x < l_k$	$t_y \leq 0.80l_k$	$t_x \leq l_k$
11		$b_m = t_y + 0.30x$	$0.2l_k < x < l_k$	$t_y \leq 0.40l_k$	$t_x \leq 0.20l_k$

διατάσσεται σε πλάτος $s_x = 0.5b_m \geq t_x$. Οι εγκάρσιες αυτές ράβδοι πρέπει να αγκυρώνονται πέρα από το πλάτος διανομής b_m του συγκεντρωμένου φορτίου (δηλαδή θα έχουν μήκος $b_m + 2l_b$).

Η διαδικασία έχει ως εξής: Μετά την αναγωγή σε ορθογωνική επιφάνεια $t_x t_y$ στο μέσο επίπεδο της πλάκας, το φορτίο, P , μπορεί να θεωρηθεί ότι αναλαμβάνεται κατά την κύρια διεύθυνση οπλισμού από λωρίδα πλάτους b_m . Μέσα στην λωρίδα αυτή θεωρείται ότι δρα σταθερή ροπή κάμψης m_P ανά μέτρο πλάτους και σταθερή τέμνουσα δύναμη v_P ανά μέτρο πλάτους. Τα μεγέθη m και v υπολογίζονται από τους τύπους:

$m_P = M_P/b_m$, και $v_P = V_P/b_m$, όπου M_P η μέγιστη ροπή της πλάκας (ανάλογα με το στατικό σύστημα) η οποία φορτίζεται από το κατανεμηθέν συγκεντρωμένο φορτίο και V_P η τέμνουσα της πλάκας στην στήριξη.

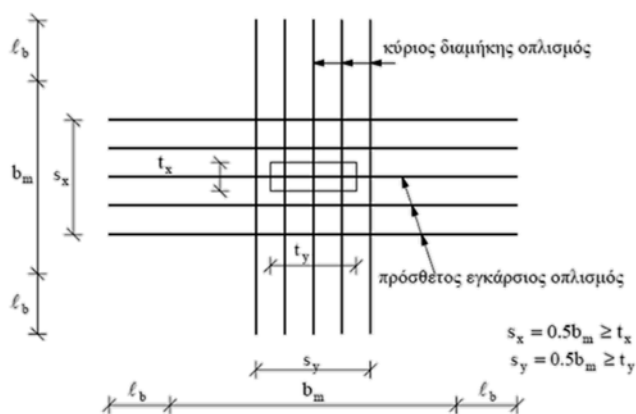
Συνολικά η λωρίδα πλάτους b_m η οποία φορτίζεται, εκτός από το συγκεντρωμένο φορτίο, P , και από ομοιόμορφο φορτίο, q , θα υπολογίζεται για ροπή:

$$m = M_P/b_m + m_q \text{ (σε kNm/m)}$$

και για τέμνουσα:

$$v = V_P/b_m + v_q \text{ (σε kN/m)}$$

Ο διαμήκης κύριος οπλισμός που προκύπτει λόγω του συγκεντρωμένου φορτίου πρέπει να κατανέμεται (βλ. παρ. 18.1.4 του ΕΚΩΣ) σε πλάτος $s_y = 0.5b_m \geq t_y$ (παρόλο που χρησιμοποιήσαμε ολόκληρο το b_m κατά τον υπολογισμό του οπλισμού. Σκοπός είναι να συγκεντρώσουμε τον οπλισμό κάτω από το συγκεντρωμένο φορτίο όπου και η πραγματικές ροπές είναι μεγαλύτερες). Αν δεν γίνεται ακριβέστερος έλεγχος, κάτω από το συγκεντρωμένα φορτία πρέπει να διατάσσεται και πρόσθετος **εγκάρσιος** οπλισμός ίσος τουλάχιστον με το 60% του κύριου διαμήκη οπλισμού που προέκυψε από το συγκεντρωμένο φορτίο. Και αυτός ο οπλισμός πρέπει να



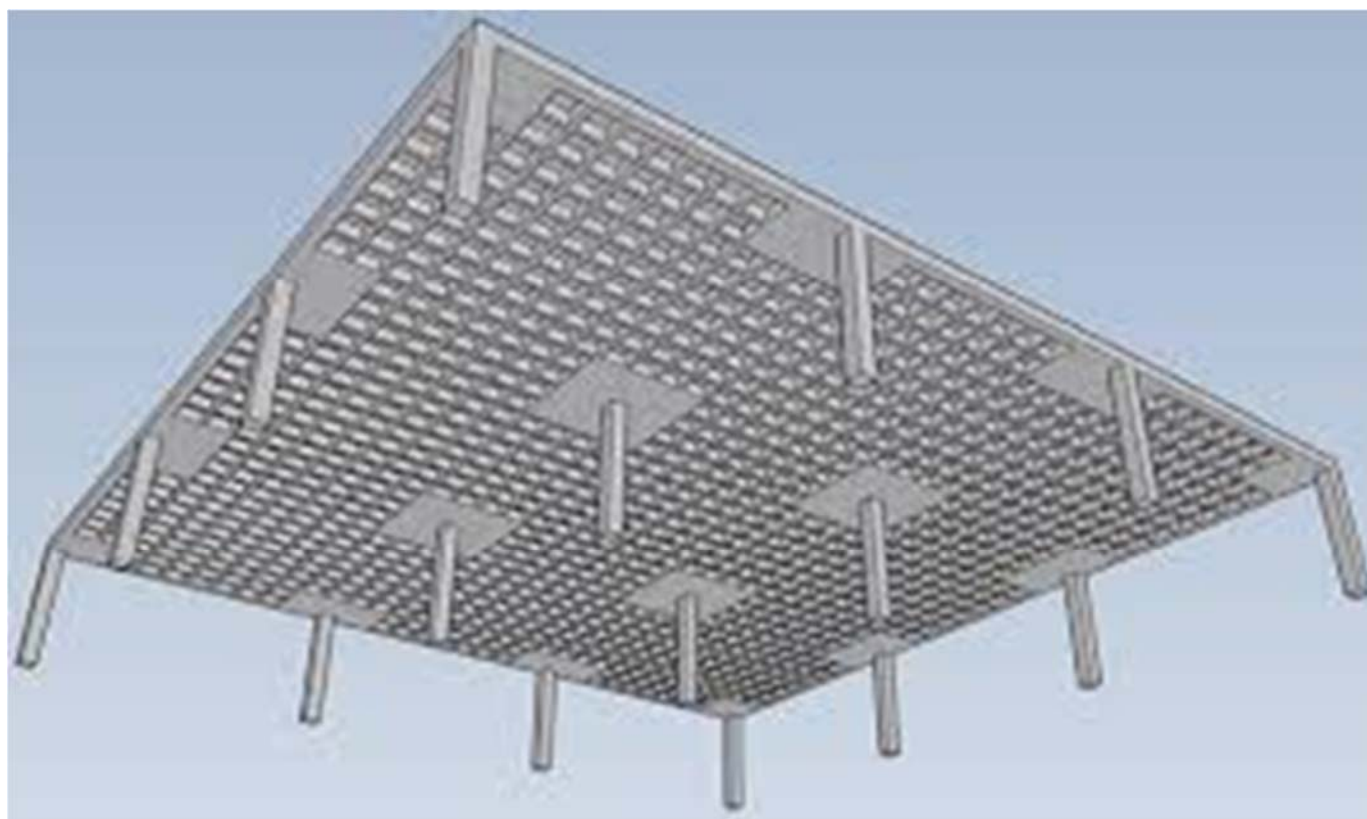
⁵ Για την ακρίβεια, πρόκειται για φορτία τα οποία επιβάλλονται σε επιφάνεια «σχετικά» μικρών διαστάσεων. Τέτοια π.χ. είναι η περίπτωση έδρασης υποστυλώματος απευθείας πάνω σε πλάκα χωρίς δηλαδή την παρεμβολή δοκών.

⁶ Ανάλογα όπως προσδιορίστηκε και το συνεργαζόμενο πλάτος πλακοδοκού













Κ. Γ. Τρέζος, 1^ο μάθημα, Δοκιδωτές πλάκες, συγκεντρωμένα φορτία, 4/10/2019

