

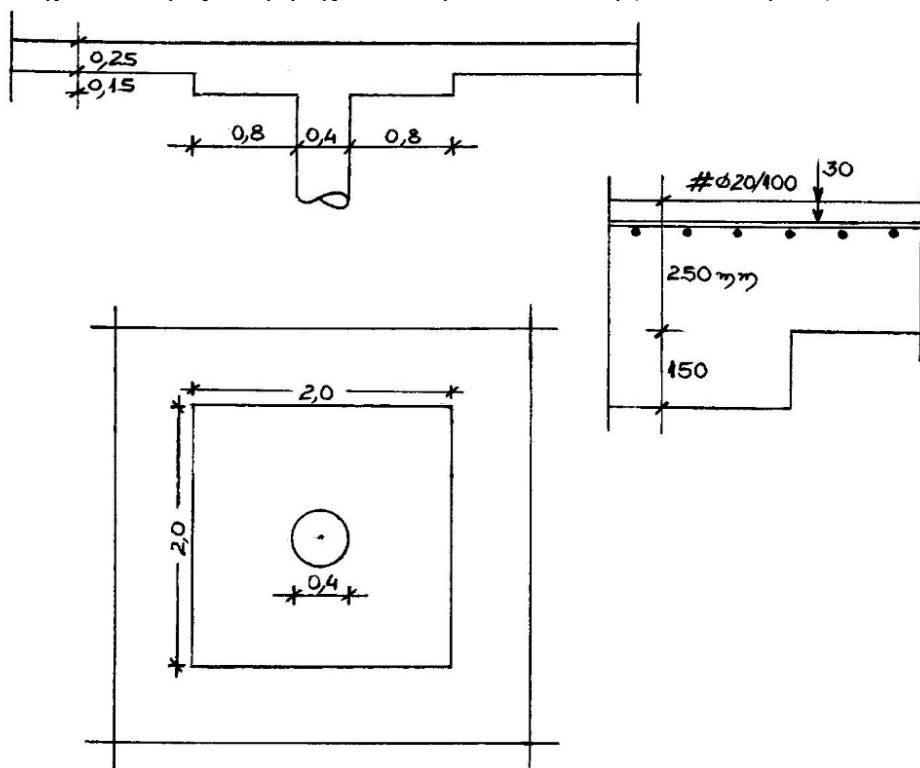
Εξέταση στο μάθημα
ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ ΑΠΟ Ω.Σ.
του 8^{ου} εξ. Τρ 11-9-2018

Διάρκεια 3h Απαντήστε σε όλα τα ερωτήματα. Επιτρέπεται μόνο η χρήση του Τυπολογίου. Τα κινητά τηλέφωνα πρέπει να είναι **απενεργοποιημένα** (όχι απλώς σιωπηλά).

Ζήτημα 1^ο Κυκλικό υποστύλωμα, με διάμετρο $D=0.4\text{m}$, με μεγάλο τετραγωνικό κιονόκρανο, διαστάσεων $2.0 \times 2.0\text{m}$, στηρίζει μηκτοειδή πλάκα, με πάνω οπλισμό εσχάρα $\Phi 20/100\text{mm}$ (με $c_{\text{nom}}=30\text{mm}$), και με κάτω οπλισμό εσχάρα $\Phi 16/150\text{mm}$ (με $c_{\text{nom}}=30\text{mm}$) και με υλικά C30/37 & B500C.

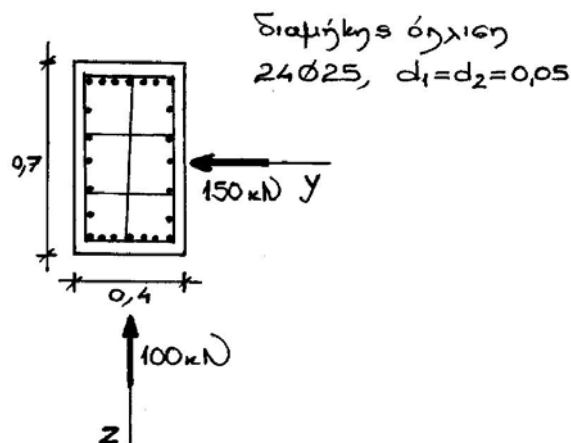
Στο πλαίσιο των ελέγχων έναντι διάτρησης, ζητούνται τα εξής:

- Να δείξετε με σαφήνεια, πάνω στα δεδομένα σκαριφήματα, όλες τις διατομές και όλες τις περιμέτρους ελέγχων.
- Να υπολογίσετε την μέγιστη τέμνουσα δύναμη ($\max V_{\text{Ed}}$) η οποία μπορεί με ασφάλεια να μεταβιβασθεί στην κεφαλή του υποστυλώματος, λαμβάνοντας υπόψη μηδενική εκκεντρότητα ($\beta=1$).
- Να υπολογίσετε την ενεργή (δρώσα) τιμή σχεδιασμού της αντοχής του οπλισμού διάτρησης, αν απαιτηθεί ή αν διαταχθεί οπλισμός διάτρησης, είτε στην διαπλάτυνση (στο κιονόκρανο) είτε στην πλάκα. **(βαθμ. 4.0)**



Ζήτημα 2^ο Υποστύλωμα πρόβολος, με υλικά C30/37 & B500C, έχει ύψος $H=3.00\text{m}$ και σταθερή καθύψος διατομή και όπλιση κατά το σκαρίφημα. Το υποστύλωμα καταπονείται στην κορυφή του με θλιπτική αξονική δύναμη $N_{\text{Ed}}=500\text{kN}$ (χωρίς εκκεντρότητα), συμπεριλαμβανομένου του ιδίου βάρους του, και τέμνουσες δυνάμεις $V_{\text{Ed},y}=150\text{kN}$ & $V_{\text{Ed},z}=100\text{kN}$. Να ελεγχθεί αν επαρκεί η διατομή και η όπλιση έναντι λυγισμού, με βάση την μέθοδο της ονομαστικής καμπυλότητας, λαμβάνοντας υπόψη τα εξής:

- Μηδενικές ατέλειες και $K_r=K_\phi=1$
- Ελεγχος σε διαξονική κάμψη με βάση το κριτήριο:
 $(M_{\text{Ed}}/M_{\text{Rd}})_y + (M_{\text{Ed}}/M_{\text{Rd}})_z \leq 1$.

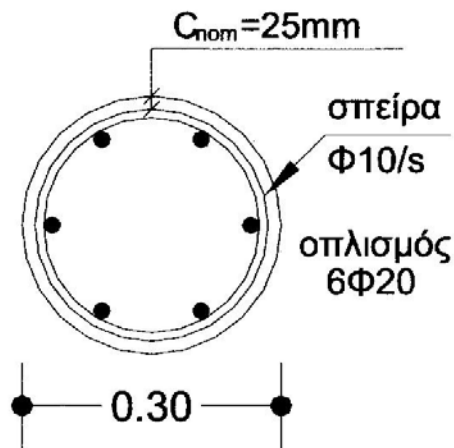


(βαθμ. 2.0)

Ζήτημα 3° Κυκλικό υποστυλώμα κτηρίου, με διάμετρο $D_c=0.30\text{m}$, έχει υλικά με $f_{cd}=18\text{MPa}$ & $f_{yd}=380\text{MPa}$, ενώ η όπλισή του έχει κατά το σκαρίφημα (διαμήκης οπλισμός $6\Phi 20$ και σπείρα διαμέτρου $\Phi 10$ και βήματος s). Ζητούνται τα εξής:

α) Να υπολογισθεί το βήμα s της σπείρας, αν η αντοχή του υποστυλώματος σε κεντρική θλίψη (χωρίς κίνδυνο λυγισμού) πριν και μετά την αποφλοίωση είναι η ίδια. Σχετικώς να ληφθεί υπόψη πως η αντοχή του περισφιγμένου σκυροδέματος, $f_{cd,c}$, συνδέεται με την αντοχή του απερίσφιγκτου σκυροδέματος, f_{cd} , μέσω της σχέσεως: $f_{cd,c}=f_{cd}[1+\sqrt{\alpha*\omega_{wd}}]$, και όχι των εκφράσεων κατά τον Κανονισμό.

β) Για την διατιθέμενη περισφιγξη, $\alpha*\omega_{wd}$, κατά την προηγούμενη απάντηση, να υπολογίσετε την μέγιστη επιτρεπόμενη πλαστιμότητα καμπυλοτήτων (μ_ϕ) για δρώσα αξονική θλιπτική δύναμη ίση με το 25% της αντοχής σε κεντρική θλίψη χωρίς κίνδυνο λυγισμού, δηλαδή για $N_{Ed}=0.25N_{Rd,max}$. **(βαθμ. 2.0)**



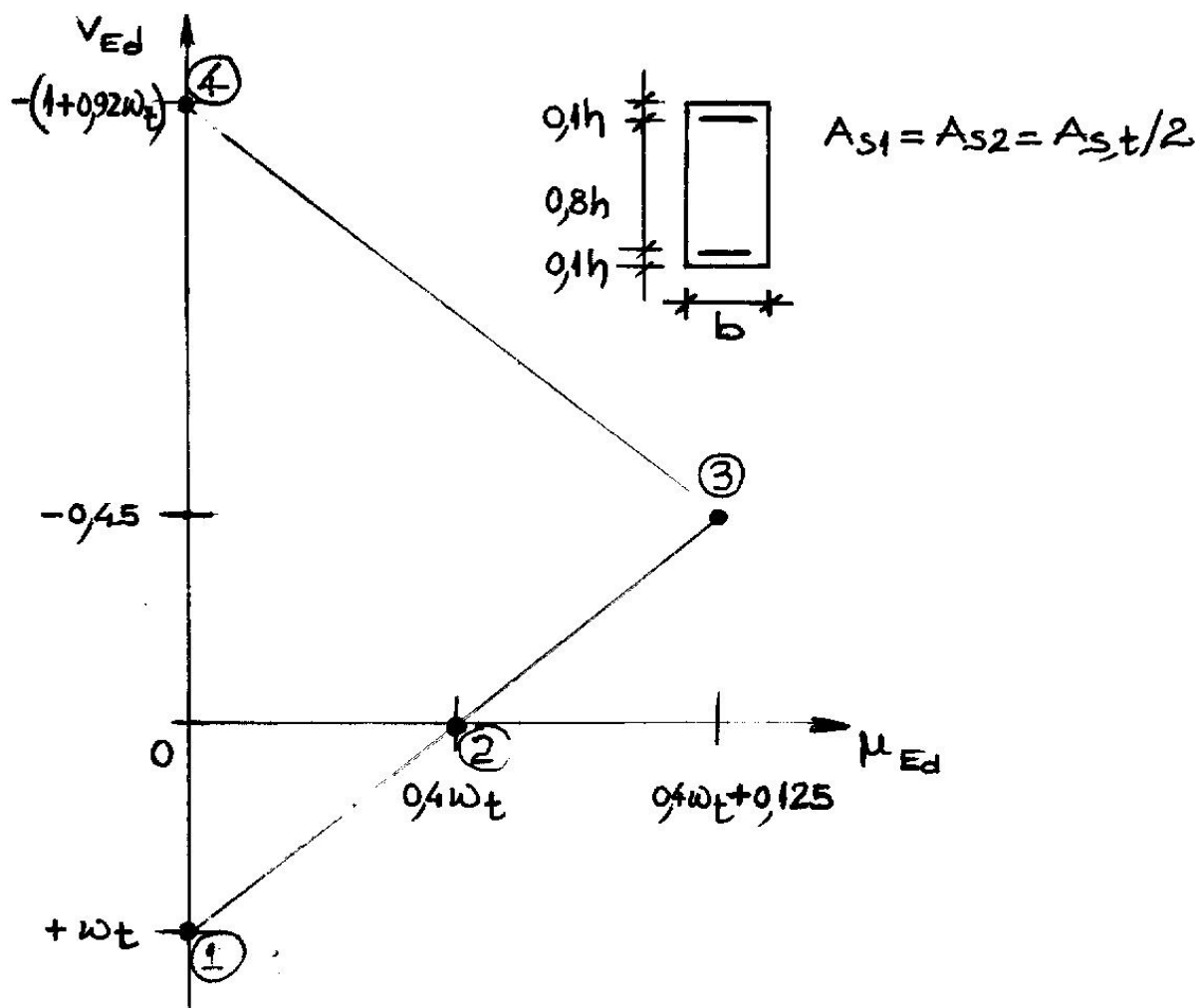
Ζήτημα 4°

α) Να αποδείξετε απλοποιητικώς, ότι για μια ορθογωνική διατομή ($b*h$) με $d_1=d_2=0.1h$ και συμμετρικώς οπλισμένη, με $A_{s1}=A_{s2}=0.5A_{s,tot}$ και $\omega_{tot}=[A_{s,tot}/b/h]*[f_{yd}/f_{cd}]$, το διάγραμμα αλληλεπίδρασης ροπής κάμψεως και αξονικής δύναμης (σε ανηγμένα μεγέθη μ_{Ed} και ν_{Ed}), χωρίς κίνδυνο λυγισμού (λυγηρότητα $\lambda=L_0/h=0$), μπορεί να περιγραφεί με βάση το σκαρίφημα, για σκυρόδεμα κατηγορίας $\leq C50/60$ και χάλυβα B500C (χωρίς κράτυνση). (Ζητείται η επιβεβαίωση των αριθμητικών τιμών, δεν χρειάζεται να αποδείξετε γιατί είναι ευθύγραμμο τα επιμέρους τμήματα).

β) Στην περίπτωση όπου πρέπει να ληφθούν υπόψη τα φαινόμενα 2ας τάξεως π.χ. λυγηρότητα $\lambda=L_0/h=30$, ζητούνται (θεωρήσατε μηδενικές ατέλειες και $K_r=K_\phi=1$):

β1) Να σχεδιάσετε **ποιοτικά**, και συγκριτικά προς το διάγραμμα του α) ερωτήματος, τα εξής δύο διαγράμματα: Το διάγραμμα της **μέγιστης δρώσας ροπής 1ης τάξεως, μ_{Ed}** , το οποίο μπορεί να αντέξει η διατομή και το διάγραμμα της **ροπής αντοχής, μ_{Rd}** , συναρτήσει της δρώσας αξονικής δύναμης, ν_{Ed} , (δεν ζητούνται αριθμητικές τιμές) και

β2) Ειδικώς για την περίπτωση που αντιστοιχεί σε δρώσα αξονική $\nu_{Ed}=-0.45$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της μέγιστης ροπής 1ης τάξεως την οποία μπορεί να αντέξει η διατομή. **(βαθμ. 2.0)**



2.1°

α) Τρεις (1+2) θέσεις ελέγχων, βλ. σκαρίφημα, καθώς \leq τους υπολογισμούς αμέσως μετά. 2,0

β) Έλεγχος στις 3 θέσεις.

- Περίμετρος \leq διατομή 0

$$u_0 = 1 \cdot 0,40 \quad d_0 = 0,35 \quad v_{rd, \max} = 0,5 \vee f_{cd} = 5.280 \text{ κΝ/μ}^2$$

$$= 0,5 \cdot 0,6 \left(1 - \frac{30}{250}\right) \cdot \frac{30}{1,5} \cdot 10^3 \text{ κΝ/μ}^2$$

$$V_{Ed,0} = V_{Ed} \cdot 1 / u_0 \cdot d_0 \leq v_{rd, \max}$$

$$\rightarrow V_{Ed} \leq 5.280 \cdot 0,44 \approx 2323,2 \text{ κΝ} \quad 0,3$$

- Περίμετρος \leq διατομή 1, int

$$u_{1,i} = 1 \cdot (0,4 + 4d_{1,i}) = 1 \cdot 1,80 \quad d_{1,i} = 0,20 + 0,15 = 0,35$$

$$v_{rd, \zeta i} = \max \left[120 \kappa_i (100 \rho_{\zeta i} f_{ck})^{1/3}, 35 \kappa_i^{3/2} f_{ck}^{1/2} \right] \text{ κΝ/μ}^2, \quad f_{ck}: \text{MPa}$$

$$\kappa_i = 1 + \sqrt{200/350} \approx 1,756 < 2,0 \quad \leq \quad \kappa_i^{3/2} \approx 2,327$$

$$\rho_{\zeta i} = \sqrt{\rho_{\zeta y} \cdot \rho_{\zeta z}} \approx \rho_{\zeta y} \approx \rho_{\zeta z} = 3,14 / 10 \cdot 35 \approx 0,009 < 0,02$$

η προεχγή: η γάνω εγχάρια

$$v_{rd, \zeta i} = \max (120 \cdot 1,756 \cdot 3,35 \cdot 2,327 \cdot 5,477) = \max (632,160, 446,074)$$

$$\approx 632,16 \text{ κΝ/μ}^2 \quad \leq \quad \max v_{rd, \zeta i} = 1,5 \cdot 632,16 \approx 948,24 \text{ κΝ/μ}^2$$

$$\rightarrow V_{Ed} \leq 1,98 \cdot (948,24 \vee 632,16) \approx 1877,5 \text{ (ή } 1251,7) \text{ κΝ} \quad 0,6$$

- Περίμετρος \leq διατομή 1, ext

$$u_{1,e} = 4 \cdot 2,0 + 1 \cdot 4d_{1,e} = 10,515 \quad d_{1,e} = 0,20$$

$$v_{rd, \zeta e} = (\text{όχι ηριδ/για i, αλλά με } \kappa_e \leq \rho_{\zeta e} \dots)$$

$$\kappa_e = 1 + \sqrt{200/200} = 2 \leq 2,0 \quad \leq \quad \kappa_e^{3/2} \approx 2,828^5$$

$$\rho_{\zeta e} = \dots = 3,14 / 10 \cdot 20 \approx 0,0157 < 0,02$$

η προεχγή: η γάνω εγχάρια

$$v_{rd, \zeta e} = \max (120 \cdot 2 \cdot 3,612, 35 \cdot 2,828^5 \cdot 5,477) = \max (866,88, 542,21)$$

$$\approx 866,88 \text{ κΝ/μ}^2 \quad \leq \quad \max v_{rd, \zeta e} = 1,5 \cdot 866,88 \approx 1300,32 \text{ κΝ/μ}^2$$

$$\rightarrow V_{Ed} \leq 2 \cdot 10 \cdot (1300,32 \vee 866,88) \approx 2730,7 \text{ (ή } 1820,4) \text{ κΝ} \quad 0,6$$

Σεχικώς:

- Χωρίς οηλισμό $\max V_{Ed} \approx 1.251,7 \text{ κΝ}$,
αετοχία στη θέση 1, int, c
 - Οηλισμός στη διαηλάυνση/εξο κινδόκρανο μόνου
 $\max V_{Ed} \approx 1.820,4 \text{ κΝ}$
αετοχία στη θέση 1, ext, c
 - Οηλισμός στη ηλάκα μόνου
 $\max V_{Ed} \approx 1.251,7 \text{ κΝ}$
αετοχία στη θέση 1, int, c
 - Οηλισμός ηάντου (κ στη ηλάκα κ στη δ./εξο κ.)
 $\max V_{Ed} \approx 1.877,5 \text{ κΝ}$
αετοχία στη θέση 1, int, cs
- Χωρίς $1.251,7 \text{ κΝ}$, $M_E(\eta\omega\zeta\omega)/1.877,5 \text{ κΝ}$
(σα ηροηούμενα δε ηηζούνται όα)

$$\gamma) f_{ywd,eff} = 250 + 0,25d^{mm} \leq f_{ywd} \text{ (MPa)}$$

(για ηοιόν λόγος)

$$1,i : 250 + 0,25 \cdot 350 \approx 337,5 < 435$$

$$1,e : 250 + 0,25 \cdot 200 \approx 300,0 < 435$$

0,5

Σο σημαυικόζεπο/κρηιμόζεπο όαυ:
Οι ηερίμετροι κ οι διατομές ελέγαν,
βλ. εκαρίφημα.

Z. 2°

$$f_{cd} = 989 \cdot 39/1,5 = 17 \quad \text{h} \quad f_{yd} \approx 435$$

4/

$$\nu = 500 / 0,4 \cdot 0,7 \cdot 17000 \approx 0,105$$

$$\omega_t = (24 \cdot 4,91 / 40 \cdot 70) \cdot (435 / 17) \approx 0,915$$

0,4

($\rho_l \approx 4,2\%$, ΕΠΙΤΡΕΨΕΤΑΙ!)

$$\bullet M_{Rdy} = \mu_y \cdot 0,4 \cdot 0,7^2 \cdot 17 \cdot 10^3$$

$$d_1/h \approx 0,0715$$

$$\mu_y (d_1/h = 0,10) \approx 0,35$$

$$\approx 0,35 \cdot 0,4 \cdot 0,7^2 \cdot 17 \cdot 10^3 \approx 1166,2 \text{ κNm}$$

$$\rightarrow \underline{M_{Rdy} \approx 1250 \text{ κNm}}$$

0,4

$$\bullet M_{Rdz} = \mu_z \cdot 0,7 \cdot 0,4^2 \cdot 17 \cdot 10^3$$

$$d_1/h \approx 0,1250$$

$$\mu_z (d_1/h = 0,10) \approx 0,35$$

$$\approx 0,35 \cdot 0,7 \cdot 0,4^2 \cdot 17 \cdot 10^3 \approx 666,4 \text{ κNm}$$

$$\rightarrow \underline{M_{Rdz} \approx 625 \text{ κNm}}$$

0,4

Λογισμός $M_{Ed} = V \cdot H + N \cdot (4H^2/10) \cdot 2,175\% / 0,45d$, $K_r \cdot K_g = 1$

Εφαρμογή σχέσεως (B. Bresler), για $\alpha = 1$ (εκθέτως), δεδομένου

πως $N_{Rd} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} \approx 9886$ h $N_{Ed}/N_{Rd} \approx 0,05$ (μικρή...)

$$\frac{300 + 13,4}{1250} + \frac{450 + 24,9}{625} = 0,25 + 0,76 \approx 1,01 \quad \text{Οριακώς OK}$$

0,8

Το κείμενο σε μπλε φόντο δεν είναι απαιτητό, απλώς δίνεται για την περαιτέρω εμβάθυνση των Σπουδαστών.

• Διάτμηση

Ανοσώσεις S συνδετήρων/συνδέσμων διατομής $\emptyset 10$

Ένταση τ_w 100 κN

$$V_{Rd, \max} = 0,528 \cdot 20000 \cdot 0,5 \cdot 0,4 \cdot (0,9 \cdot 0,65) \approx 1235,5 \text{ κN}$$

$$V_{Rd, S} = (0,785 \cdot 3) \cdot (0,585/S) \cdot 43,5 \rightarrow S \approx 0,60 \text{ m}$$

Ένταση τ_w 150 κN

$$V_{Rd, \max} = 0,528 \cdot 20000 \cdot 0,5 \cdot 0,7 \cdot (0,9 \cdot 0,35) \approx 1164,2 \text{ κN}$$

$$V_{Rd, S} = (0,785 \cdot 4) \cdot (0,315/S) \cdot 43,5 \rightarrow S \approx 0,30 \text{ m}$$

ΟΡΙΑΚΟΣ

• Διατάξεις η_{\min}/η_{\max} (ΧΩΡΙΣ ΣΕΙΣΜΟΝ)

Γεωμετρία $h/b \leq 4$ & $L/h \geq 3$

Διαμήκεις ογκισμοί

$$\phi_{\min} \geq (8 \leq) 14 \text{ mm}$$

$$A_{s, \min, \text{tot}} = \max(0,002 A_c, 0,1 N_{Ed} / f_{yd})$$

$$A_{s, \max, \text{tot}} = 0,04 \text{ (ή } 0,08 \text{ στις ενώσεις), εκτός και αν}$$

αποδεικνύεται πως δεν εηηρεάζεται
η αλσοχά & η ακεραιότητα...

max απόσταση "ελεύθερης" από δεσμευμένη ράβδο

Εγκάρσιοι ογκισμοί

150 mm

$$\phi_{\min} = \max(6 \text{ mm}, 0,25 \phi_{R, \max})$$

$$S_{\max} = \min(400 \text{ mm}, b \leq h, 20 \phi_{R, \min})$$

ή

$$S'_{\max} = 0,6 \cdot S_{\max} \quad \text{γάνω/κάτω ... , επί μήκους } h \geq b, \text{ &}$$

στις ενώσεις, για $\phi_{R, \max} \geq 16 \text{ mm}$

Σε τελώς, στο κάτω 1m $\emptyset 10/200 \text{ mm}$

στα πάνω 2m $\emptyset 10/250 \text{ mm} \dots$

2.3°

6/

α) $f_{cd} = 18$

$f_{yd} = 380 \rightarrow \varepsilon_{yd} = 1,9\% < 2,0\% < \text{αυξέζονχο όριο}$
 confined

οι οηγιεμοί έχουν διαρρεύσει καί ηριν καί μεζά

0,5

$$A_c \cdot f_{cd} = A_o \cdot f_{cd,c} = A_o \cdot f_{cd} \cdot (1 + \sqrt{\alpha \cdot w_{wd}})$$

$$\rightarrow \sqrt{\quad} = \frac{A_c}{A_o} - 1 \quad \gamma \quad \alpha \cdot w_{wd} = \left(\frac{D_c^2}{D_o^2} - 1 \right)^2 \approx 0,3165 \quad \checkmark$$

για $D_c = 0,30$ γ $D_o = 0,24$

0,5

$\alpha_\eta = 1$

$\alpha_s = \left(1 - \frac{s}{2D_o} \right)^2 \approx \left(1 - \frac{s}{4D_o} \right)^2$ αηοδοοικόζηζα

$$w_{wd} = \frac{0,785 \cdot \eta \cdot 24 \cdot 4}{s \cdot \eta \cdot 24^2} \cdot \frac{380}{18} \approx \frac{2,762}{s}$$

(s: cm)

$$\rightarrow (48-s)/48 \cdot 2,762/s \approx 0,3165$$

$s \approx 7,5 \text{ cm}$ ΟΡΙΑΚΦΣ

0,5

β) $0,3165 = \alpha w_{wd} = 30 \mu_\phi \nu_d \varepsilon_{syd} \frac{D_c}{D_o} - 0,035$

$$N_{Rd, max} = \left(\eta D_o^2/4 \cdot 18,0 = \eta D_o^2/4 \cdot 18,0 \cdot 1,5625 \right) + \frac{A_s \cdot f_{yd}}{\quad}$$

$$\approx 1272,35 + 716,25 \approx 1988,6 \text{ kN}$$

$$\rightarrow N_{Ed} \approx 500 \text{ kN} \rightarrow \nu_d = 500/1272,35 \approx 0,4$$

$$\rightarrow \mu_\phi = \frac{0,3165 + 0,035}{30 \cdot 0,4 \cdot 1,9\% \cdot 1,25} \approx 12,5$$

0,5

Σημείωση: 1) Προσέξατε την εκφώνηση: «...η αντοχή του υποστυλώματος σε κεντρική θλίψη πριν και μετά την αποφλοΐωση είναι ίδια...» και όχι «...η αντοχή του σκυροδέματος...» (αυτό το τελευταίο θα σήμαινε ότι η περίσφιγξη δεν έχει κανένα αποτέλεσμα!). 2) Η αντοχή του υποστυλώματος σε κεντρική θλίψη προκύπτει από την συνεισφορά του σκυροδέματος και του χάλυβα. 3) Τα δ/τα αλληλεπιδράσεως του Τυπολογίου δεν μπορούν να εφαρμοσθούν. 4) Η παραμόρφωση διαρροής του χάλυβα είναι 1.9‰ (και όχι 2.17‰)

Ζήτημα 4. α) Χωρίς λυγισμό:

Κεντρικός εφελκυσμός $N_{Ed} = A_{s1}f_{yd} + A_{s2}f_{yd}$ άρα $v = \omega_{tot}$

Κεντρική θλίψη ($\varepsilon = -2\%$) $N_{Ed} = -F_c - F_{s1} - F_{s2} = -f_{cd}hb - A_{s1}\sigma_{s1} - A_{s2}\sigma_{s2}$ άρα $v = -1 - (2.00/2.17)\omega_{tot} = -1 - 0.92\omega_{tot}$

Καθαρή κάμψη ($N=0, v=0$). Προφανώς: ο εφελκυσμένος οπλισμός έχει διαρρεύσει, ενώ ο θλιβόμενος οπλισμός δεν έχει διαρρεύσει. Ετσι, εύλογα μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η συνισταμένη θλιπτική δύναμη είναι στην θέση του A_{s2} , άρα $M = A_{s1}f_{yd}(h-d_1-d_2)$, άρα $\mu = 0.5\omega_{tot}(1-2d_1/h) = 0.4\omega_{tot}$

Η **μέγιστη ροπή** προκύπτει για $\varepsilon_{c2} = -0.0035$ και $\varepsilon_{s1} = +0.00217$, $\xi = 3.5/(3.5+2.17) = 0.617$

$N_{Ed} = -F_c + F_{s1} - F_{s2} = -0.81f_{cd}xb + A_{s1}f_{yd} - A_{s2}f_{yd}$ και άρα $v_{bal} = -0.5(d/h) = -0.45$

$M_{Ed} = F_c(0.5h - \xi \cdot x) + F_{s1}(0.5h - d_1) + F_{s2}(0.5h - d_2)$ και άρα $\mu_{bal} = 0.25 \cdot (d/h) - 0.128(d/h)^2 + \omega_{tot}(0.5 - d_1/h) = 0.4\omega_{tot} + 0.125$

(βλ και Σημειώσεις στο Mycourses.)

0.8

β1 Το διάγραμμα της **μέγιστης δρώσας ροής 1^{ης} τάξεως** για $\lambda=30$ έχει σχεδιασθεί ποιοτικά με το χέρι στο σχήμα της εκφώνησης (βλ και Τυπολόγιο σελ.33). Για εφελκυστικές δυνάμεις το διάγραμμα δεν αλλάζει. Για θλιπτικές δυνάμεις η ροπή μειώνεται κατά την ροπή 2^{ας} τάξεως (ενδεικτικώς για $v_{Ed} = -0.45$, η μείωση υπολογίζεται στο επόμενο ερώτημα β2). Το διάγραμμα της **ροής αντοχής**, προφανώς, δεν αλλάζει: είναι το ίδιο με το για $\lambda=0$.

β2

$$M = M_1 + M_2 \quad \text{max } M_1 = M - \text{max } M_2$$

$$\text{max } M_1 = M - N \cdot \frac{l_0^2}{10} \cdot 2.175\% / 0.45d$$

$$\text{max } \mu_1 = \mu - v \cdot 2.175\% \cdot \frac{l_0^2}{4.5dh} \quad d = 0.9h, l_0 = 30h$$

$$\text{max } \mu_1 = \mu - v \cdot 2.175\% \cdot 222,222 \approx \mu - 0.485 \cdot v$$

$$\rightarrow \text{max } \mu_1 (v=0.45, \lambda=30) \approx 0.4\omega_t - 0.095$$

$$(\text{max } M_1 = \text{max } \mu_1 \cdot bh^2 \cdot f_{cd})$$

1,2

