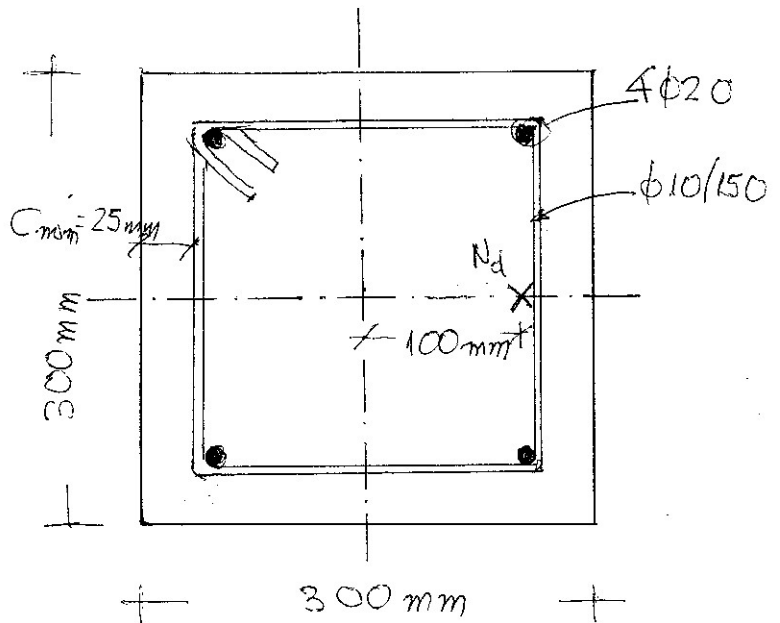


Ασκηση 1^η Τετραγωνικό υποστύλωμα πρόβολος, με διατομή 0.30*0.30m, υλικά C30/37 και B500C, διαμήκη οπλισμό 4Φ20, συνδετήρες Φ10/150mm, ονομαστική επικάλυψη συνδετήρων $c_{nom}=25mm$, καταπονείται υπό θλιπτική αξονική δύναμη N_d με μονοαξονική εκκεντρότητα 0.10m. Ζητούνται:

α) Αν το ύψος του υποστυλώματος είναι μικρό ώστε να μπορούν να αγνοηθούν τα φαινόμενα 2ας τάξεως, πόσο είναι το μέγιστο φορτίο, $\max N_{da}$, που μπορεί να αντέξει το υποστύλωμα;
β) Αν το υποστύλωμα καταπονείται με φορτίο σχεδιασμού ίσο προς το ήμισυ του φορτίου που βρήκατε στο α ερώτημα, $N_{d\beta}=0.5\max N_{da}$, με την ίδια ως άνω μονοαξονική εκκεντρότητα, να βρεθεί το μέγιστο ύψος του υποστυλώματος ώστε να υπάρχει ασφάλεια έναντι λυγισμού. Το ύψος να υπολογισθεί με τους εξής δύο τρόπους:
 β1) με διαγράμματα αλληλεπιδράσεως και β2) αναλυτικά εφαρμόζοντας την μέθοδο ονομαστικών καμπυλοτήτων (μέθοδος προτύπου υποστυλώματος), $K_\phi=1.0$. (**Προσοχή:** ζητείται η επίλυση και με τους δύο τρόπους β1 και β2). Ότι δεν δίνεται επιλέγεται ευλόγως υπό του μελετητού.

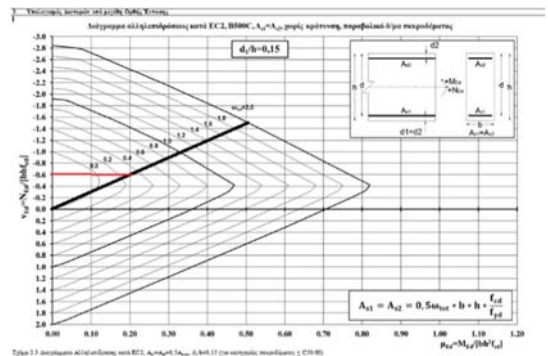


α) $d_1=25+10+0.5*20=45mm$, $d_1/h=45/300=0.15$

$\omega=[4*3.14*435]/[30*30*17]=0.36$

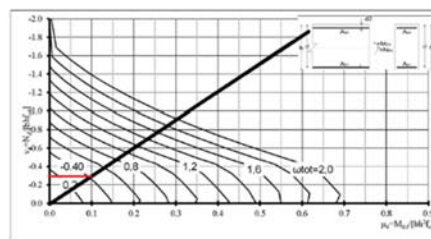
$v=N_d/[bhf_{cd}]$, $\mu=N_{de}/[bh^2f_{cd}] \rightarrow v/\mu=h/e=30/10=3$

Αρα στο δ/μα αλληλεπιδράσεως φέρουμε μια ευθεία με κλίση $v/\mu=3$ και αναζητούμε το σημείο τομής-της με την καμπύλη $\omega=0.36$ (γραμμική παρεμβολή μεταξύ $\omega=0.2$ και $\omega=0.4$). Διαβάζουμε $v=0.61$ και άρα $N_{da}=0.61[bhf_{cd}]=0.61*0.30^2*17000=933kN$



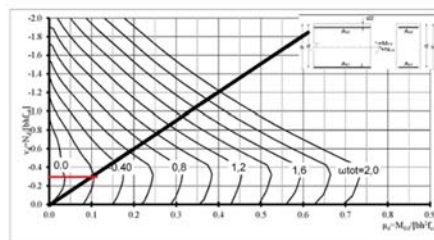
β1) Για $N_{d\beta}=0.5\max N_{da}=466.5kN$, $\rightarrow v_\beta=0.31$ και $\mu_\beta=0.1$ θα απαιτούνταν:

Διάγραμμα αλληλεπιδράσεως κατά EC2, B500C, A_s/A_{s0} κατά κλίση, παραβολή 8ης μορφολογίας, $d_1/h=0.15$, $\mu_R=0.1$



- Για λυγηρότητα $\lambda=L_0/h=30$ $\omega=0.4$ (δεν αντέχει)

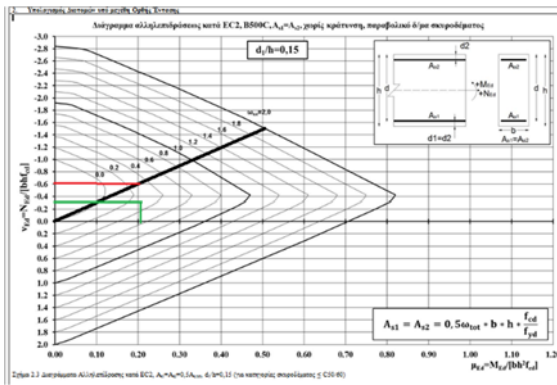
Διάγραμμα αλληλεπιδράσεως κατά EC2, B500C, A_s/A_{s0} κατά κλίση, παραβολή 8ης μορφολογίας, $d_1/h=0.15$, $\mu_R=0.1$



- Για λυγηρότητα $\lambda=L_0/h=20$ $\omega=0.19$ (αντέχει)

Αρα για $\omega=0.36$ με γραμμική παρεμβολή προκύπτει ότι αντέχει λυγηρότητα $\lambda=26.36$, άρα $2L/0.30=26.36 \rightarrow L=3.95m$

β2) Για $v_\beta=0.31$, $\mu_\beta=0.1$, $\omega=0.36$ και χωρίς κίνδυνο λυγισμού ($\lambda=0$) προκύπτει ότι η διατομή έχει ροπή αντοχής (βλ. δ/μα πράσινες ευθείες) $\mu_R=0.22$



Αρα η διαφορά της ροπής αντοχής, m_R , μείον την δρώσα ροπή, m_B , 0.22-0.10 είναι η μέγιστη ροπή 2ας τάξεως που μπορεί να αντέξει το υποστυλώμα:

$$M_2 = (0.22 - 0.10) \cdot 0.30^3 \cdot 1700055 \text{ kNm}$$

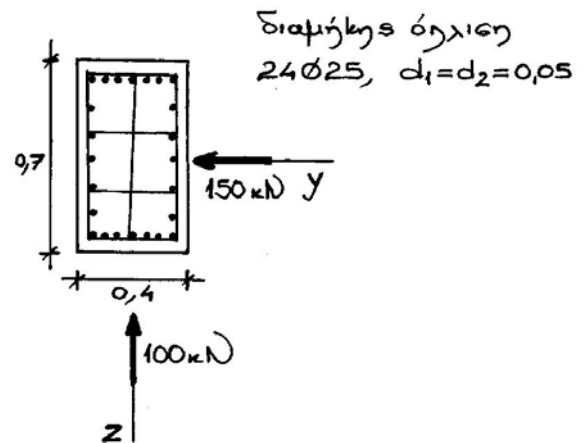
$$\text{Αλλά } M_2 = N_{Ed} e_2 \text{ με } e_2 = (1/r) [L_0]^2 / 10, \text{ όπου } 1/r = K_r K_\phi \epsilon_{yd} / [0.45d]$$

$$K_\phi = 1, \nu = 0.31 < 0.40 \text{ άρα } K_r = 1 \text{ άρα:}$$

$$55 = [933/2] \cdot 2.17\% [L_0]^2 / [10 \cdot 0.45 \cdot 0.255] \rightarrow [L_0]^2 = 62.3, L_0 = 7.9 \text{ m}, \rightarrow \underline{L = 3.95 \text{ m}}$$

Ζήτημα 2ο Υποστυλώμα πρόβολος, με υλικά C30/37 & B500C, έχει ύψος $H = 3.00 \text{ m}$ και σταθερή καθύψος διατομή και όπλιση κατά το σκαρίφημα. Το υποστυλώμα καταπονείται στην κορυφή του με θλιπτική αξονική δύναμη $N_{Ed} = 500 \text{ kN}$ (χωρίς εκκεντρότητα), συμπεριλαμβανομένου του ίδιου βάρους του, και τέμνουσες δυνάμεις $V_{Ed,y} = 150 \text{ kN}$ & $V_{Ed,z} = 100 \text{ kN}$. Να ελεγχθεί αν επαρκεί η διατομή και η όπλιση έναντι λυγισμού, με βάση την μέθοδο της ονομαστικής καμπυλότητας, λαμβάνοντας υπόψη τα εξής:

- Μηδενικές ατέλειες και $K_r = K_\phi = 1$
- Έλεγχος σε διαξονική κάμψη με βάση το κριτήριο: $(M_{Ed}/M_{Rd})_y + (M_{Ed}/M_{Rd})_z \leq 1$.



Κατά τον Ευρωκώδικα 2, μέρος 1, παρ. 5.8.9, η διαξονική κάμψη λαμβάνεται υπόψη με το παρακάτω απλοποιητικό κριτήριο:

$$\left(\frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}} \right)^a + \left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}} \right)^a \leq 1.0$$

όπου:

$M_{Edz/y}$ είναι η ροπή σχεδιασμού ως προς τον αντίστοιχο άξονα, συμπεριλαμβανομένης μιας ονομαστικής ροπής 2ας τάξης.

$M_{Rdz/y}$ είναι η καμπτική αντοχή σχεδιασμού στη αντίστοιχη διεύθυνση
 a είναι εκθέτης

- για κυκλικές και ελλειψοειδείς διατομές: $a = 2$
- για ορθογωνικές διατομές:

N_{Ed}/N_{Rd}	0,1	0,7	1,0
$a =$	1,0	1,5	2,0

οι ενδιαμέσες τιμές υπολογίζονται με γραμμική παρεμβολή

N_{Ed} είναι η τιμή σχεδιασμού της αξονικής δύναμης

$N_{Rd} = A_c f_{cd} + A_s f_{yd}$, το αξονικό φορτίο αντοχής σχεδιασμού της διατομής

Z. 2°

$$f_{cd} = 985 \cdot 39 / 1,5 = 17 \quad \text{y} \quad f_{yd} \approx 435$$

4/

$$\nu = 500 / 0,4 \cdot 0,7 \cdot 17000 \approx 0,105$$

$$\omega_t = (24 \cdot 4,91 / 40 \cdot 70) \cdot (435 / 17) \approx 0,915$$

0,4

($\rho_l \approx 4,2\%$, ΕΠΙΤΡΕΝΕΤΑΙ!)

$$\bullet M_{Rdy} = \mu_y \cdot 0,4 \cdot 0,7^2 \cdot 17 \cdot 10^3$$

$$d_1/h \approx 0,0715$$

$$\mu_y (d_1/h = 0,10) \approx 0,35$$

$$\approx 0,35 \cdot 0,4 \cdot 0,7^2 \cdot 17 \cdot 10^3 \approx 1166,2 \text{ κNm}$$

$$\rightarrow \underline{M_{Rdy} \approx 1250 \text{ κNm}}$$

0,4

$$\bullet M_{Rdz} = \mu_z \cdot 0,7 \cdot 0,4^2 \cdot 17 \cdot 10^3$$

$$d_1/h \approx 0,1250$$

$$\mu_z (d_1/h = 0,10) \approx 0,35$$

$$\approx 0,35 \cdot 0,7 \cdot 0,4^2 \cdot 17 \cdot 10^3 \approx 666,4 \text{ κNm}$$

$$\rightarrow \underline{M_{Rdz} \approx 625 \text{ κNm}}$$

0,4

Λογισμός $M_{Ed} = V \cdot H + N \cdot (4H^2/10) \cdot 2,175\% / 0,45d$, $K_r \cdot K_g = 1$

Εφαρμογή σχέσεως (B. Bresler), για $\alpha = 1$ (εκθέτης), δεδομένου

ως $N_{Rd} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} \approx 9886$ y $N_{Ed} / N_{Rd} \approx 0,05$ (μικρή...)

$$\frac{300 + 13,4}{1250} + \frac{450 + 24,9}{625} = 0,25 + 0,76 \approx \underline{1,01} \quad \text{Οριακώς OK}$$

Ασκηση 3^η. Για τον φορέα του σχήματος δίδονται:

- Φορτίσεις (χαρακτηριστικές τιμές):
 - ο Ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο σε όλο το μήκος του ζυγώματος: μόνιμο $g_k=35.0\text{kN/m}$ (περιλαμβάνει το ι.β. του ζυγώματος) και κινητό $q_k=15.0\text{kN/m}$,
 - ο Συγκεντρωμένα φορτία στους άξονες των στύλων: $P_{Gk}=350\text{kN}$ (περιλαμβάνεται το ι.β. του στύλου), $P_{Qk}=175\text{kN}$,
- Υλικά C30/37, B500C. Επικάλυψη συνδετήρων 30mm.

Ζητούνται:

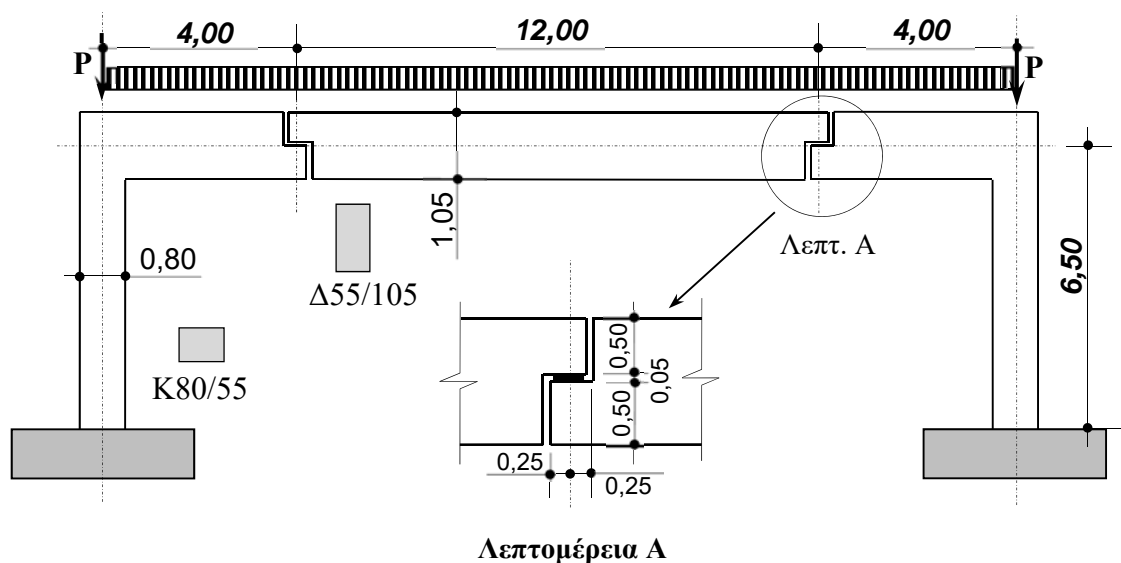
α) Να υπολογισθεί ο απαιτούμενος διαμήκης οπλισμός του στύλου λαμβάνοντας υπόψη τα φαινόμενα παραμορφώσεων δευτέρας τάξεως, εφαρμόζοντας τη μέθοδο ονομαστικών καμπυλοτήτων (μέθοδος προτύπου υποστυλώματος). (Να μην χρησιμοποιηθούν τα ειδικά διαγράμματα αλληλεπιδράσεως λυγισμού, αλλά αν επιθυμείτε μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τα κοινά διαγράμματα αλληλεπιδράσεως). Να μην ληφθούν υπόψη: γεωμετρικές ατέλειες και αθέλητες εκκεντρότητες, το φαινόμενο του ερπυσμού, λοιπές κατασκευαστικές απαιτήσεις περί ελαχίστων οπλισμών, μεγίστων αποστάσεων ράβδων κλπ.). Ο οπλισμός να δειχθεί σε κατάλληλα σκαριφήματα.

β) Για την όπλιση που αποφασίσατε στο α) να ελεγχθεί γραφικά η επάρκεια της όπλισης. **Υπόδειξη:** Να υπολογίσετε το διάγραμμα ροπών καμπυλοτήτων από το σημείο διαρροής (M_y , $1/R_y$) (απαιτούνται δοκιμές). Την καμπυλότητα αστοχίας δεν χρειάζεται να την υπολογίσετε διότι δεν είναι καθοριστική.

γ) Να υπολογισθεί γραφικά το μέγιστο οριακό κινητό φορτίο που μπορεί να αναλάβει το ζύγωμα, αγνοώντας συντηρητικά την επακόλουθη μεταβολή στην αξονική δύναμη του υποστυλώματος. Γιατί σας προτείνετε η προηγούμενη συντηρητική αγνόηση;

Ό,τι δεν δίνεται θα επιλεγεί ευλόγως από τον Μελετητή.

(βαθμ. 4.5)



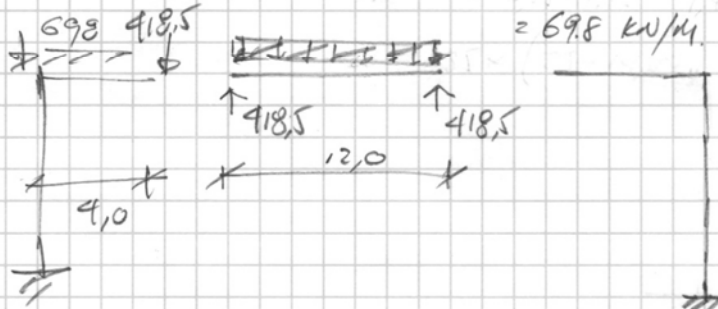
Επίλυση:

$$q_k = 350 \text{ kN/m} \quad q_k = 150 \text{ kN/m}$$

φορτίο στέγης

$$w = 1,35 \times 35 + 1,50 \times 15, =$$

$$= 69,8 \text{ kN/m}$$



Επί πλάτος

$$P = 1,35 \times 350 +$$

$$1,50 \times 15 =$$

$$= 735 \text{ kN}$$

από τελικό φορτίο από ροή στο 1^ο μέτρο

$$P_1 = 735 + 418,5 + 69,8 \times 4,0 = 1433 \text{ kN} = P_1$$

$$M_1 = 2232,4 \text{ kNm}$$

$$M_1 = 418,5 \times 4,0 + 69,8 \times 4 \times 2,0$$

$$M_1 = 2232,4 \text{ kNm}$$

$$e_1 = \frac{2232,4}{1433} = 1,56 \text{ m}$$

$$l = 6,70 \text{ m}$$

$$l_0 = 2l = 13,0$$

$$\eta = \frac{13,0}{1,1 \sqrt{12} \cdot 0,8} = 56,0$$

$$e_i = 0$$

Μέθοδος ισοδ. ροών:

$$e_2 = \left(\frac{l}{\pi} \right) \frac{l_0^2}{\pi^2}$$

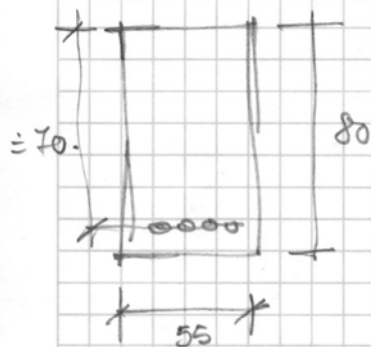
$$\left(\frac{l}{r} \right)_y = k_r \cdot k_f \cdot \left(\frac{l_0}{r_0} \right)$$

$$\frac{l}{r_0} = \frac{f_{yd}}{0,9 f_{td}} = \frac{0,00217}{0,45 \cdot 0,70} = 0,0069 \text{ 1/m}$$

$$k_f = 1 + \beta \varphi_{ef} \geq 1,0$$

$$\beta = 0,35 + \frac{30}{200} - \frac{56}{150} = 0,127$$

$$k_f = 1 + (0,127) \cdot 30 = 1,25$$



$$k_r = 1,0 \quad (\text{συμμετρικά}) \quad (k_{max})$$

$$\therefore \left(\frac{l}{r} \right) = (1,0) (1,25) (0,0069) = 0,0086 \text{ 1/m}$$

$$e_2 = (0,0086) \frac{(13,0)^2}{\pi^2} = 0,148 \text{ m}$$

$$\text{Επομένως και } k_f = 1,0$$

$$M_2 = N_d \cdot e_2 = 1433 \times 0,148 = 211,7 \text{ kNm.}$$

$$M_{sd} = 211,7 + 2232 = 2444 \text{ kNm.} \quad N = 1433 \text{ kN.}$$

$$\mu_{sd} = \frac{2444}{0,55 \cdot 0,80^2 \cdot 17000} = 0,41$$

$$f_{cd} = \frac{0,85 \times 30}{1,50} = 17 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = 434,9 \text{ MPa.}$$

$$\nu_d = \frac{1433}{0,55 \cdot 0,80 \cdot 17000} = 0,19$$

$$d/h = 10/80 = 0,125$$

Τυπώση, σελ. 9-10 ($d/h = 0,10$ κ $0,15$ με τον ν_d)

$$\text{σελ. (9)} \rightarrow \omega_{tot} = 0,82$$

$$(10) \quad \omega_{td} = 0,94$$

$$\omega_{tot} = 0,88$$

$$\frac{A_{tot}}{2} = \frac{0,88 \cdot \frac{1}{2} \cdot 55 \cdot 80 \cdot \frac{17}{434,9}}{2} = 76 \text{ cm}^2$$

τίθενται 16 $\phi 25$ ανά πλευρά.

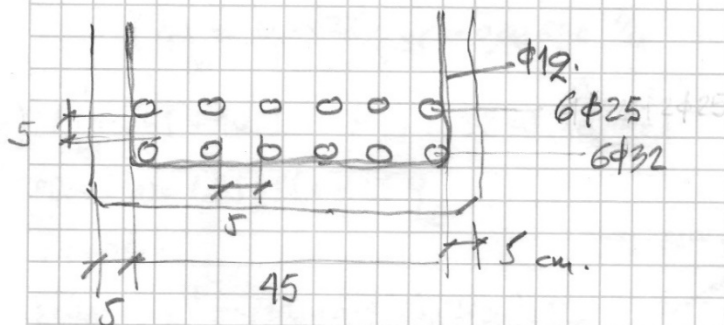
(επικαλύψεις

$$8 \phi 25 \text{ ανά στρώμα.} \\ 6 \phi 25 + 6 \phi 32) = 77,4 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{tot} = 3,5\% \checkmark$$

παίρνω

$$d = 80 - 50 - 3,2 - 2,5 = 69,3 \approx 70 \checkmark$$



ΣΗΜ: Για $k_F = 1,0$ (χ_r) = 0,0069 $1/m \Rightarrow e_2 = 0,118 \text{ m.}$

$$M_2 = 169 \text{ kNm} \rightarrow M_{sd} = 2401 \text{ kNm} \rightarrow \mu_{sd} = 0,40.$$

$$\rightarrow \omega_{tot} = \frac{0,80 + 0,96}{2} = 0,88$$

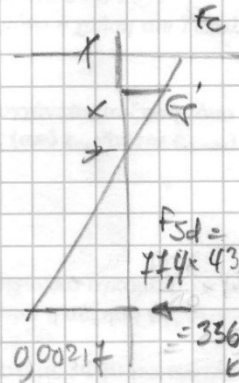
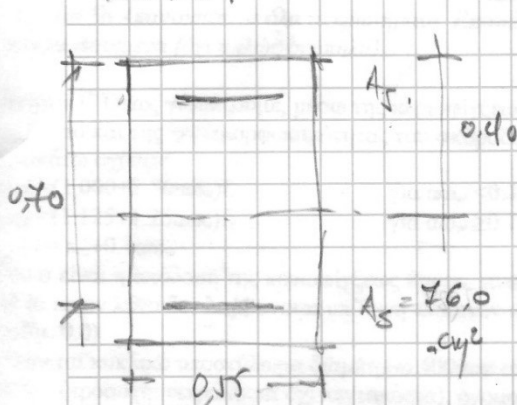
$$\frac{A_{tot}}{2} = 75,7 \text{ cm}^2$$

$$\rightarrow \begin{cases} 16 \phi 25 & (8 + 8 \phi 25) \text{ ή } \\ 6 \phi 25 + 6 \phi 32 \end{cases}$$

β) Έλεγχος αντιστάσεων η ποσού διαρροών.

Διαρροή

$$f_{ed} = 17 \text{ MPa}$$



$$x = 0.70 \cdot \frac{f_{ed}}{E_s + 0.00217}$$

$$E_d = \alpha \cdot 0.55 \cdot x \cdot 17000$$

$$E_s' = \frac{f_{ed}}{x} (x - 0.10) \text{ kN}$$

$$F_s' = \frac{200000 \cdot E_s' \cdot 71.4}{10}$$

	f_{ed}	x	α	F_{ed}	E_s'	F_s'	ΣF_{int}	N
1)	0.0012	0.25	0.48	1122	0.00072	1114	-1123	1433
2)	0.0017	0.31	0.61	1768	0.00115	1782	185	
3)	0.00225	0.356	0.705	2346	0.00162	2504	1495	$\approx N$

$$M_{ed} = 2346(0.4 - 0.382 \cdot 0.35) + (2504 + 3365) \cdot 0.3 = 2380 \rightarrow \sqrt{f} = 0.382$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{\text{M}} = 0.00225 / 0.35 = 0.00630 \text{ 1/m} \quad e_2 = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot \sqrt{f}} = 0.108 \text{ m}$$

$$\delta) N'_{sd} = 735 + 10w. \quad M'_{sd} = 32 \text{ kN} = e_1 \cdot N'_{sd}$$

→ Ερώτηση (β)

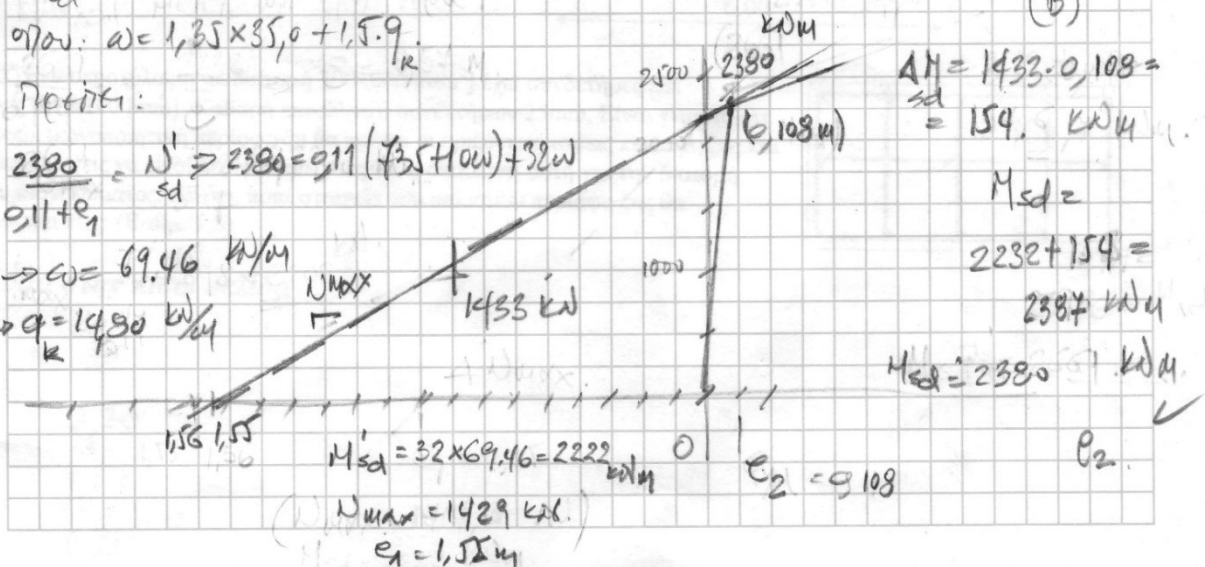
$$\text{όπου: } w = 1.35 \times 35.0 + 1.5 \cdot q_k$$

Προτίετι:

$$\frac{2380}{0.11 + e_1} = N'_{sd} \geq 2380 = 0.11(735 + 10w) + 32w$$

$$\rightarrow w = 69.46 \text{ kN/m}$$

$$\rightarrow q_k = 14.80 \text{ kN/m}$$



$$M'_{sd} = 32 \times 69.46 = 2222 \text{ kNm}$$

$$N_{\text{max}} = 1429 \text{ kN}$$

$$e_1 = 1.55 \text{ m}$$

$$\Delta H = 1433 \cdot 0.108 = 154 \text{ kNm}$$

$$M_{sd} =$$

$$2232 + 154 =$$

$$2387 \text{ kNm}$$

$$M_{sd} = 2380 \text{ kNm}$$

$$e_2 = 0.108$$