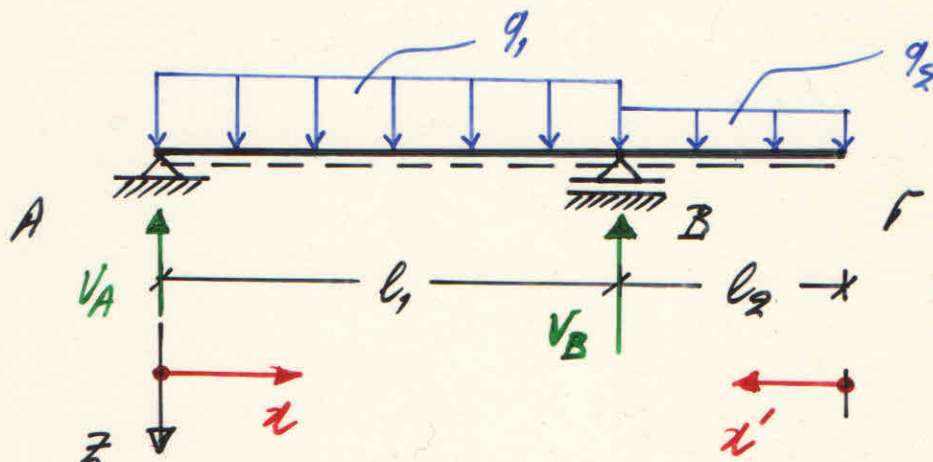


Μονοπροέχοντα Δούλο Υπό Χητάμερμμένον Φόρτιση:



• Εξισώσεις ισορροπίας - Αντιδράσεις στηρίξεων:

Ροπή στην στηρίξη B: $M_B = q_2 l_2 \frac{l_2}{2} = \frac{q_2 l_2^2}{2}$

(Δίνει τις υάτω ινές),

$$\sum M_A = 0 \rightarrow V_B l_1 - q_1 l_1 \frac{l_1}{2} - q_2 l_2 (l_1 + \frac{l_2}{2}) = 0 \rightarrow$$

$$V_B = \frac{q_1 l_1}{2} + q_2 l_2 + \frac{M_B}{l_1},$$

$$+\uparrow \sum F_z = 0 \rightarrow V_A + V_B - q_1 l_1 - q_2 l_2 = 0 \rightarrow$$

$$V_A = \frac{q_1 l_1}{2} - \frac{M_B}{l_1}.$$

• Διάγραμμα Τεμνόνων Στάσεων:

$0 \leq x < l_1$: $Q(x) = V_A - q_1 x$, για $x=0$ $Q_A = V_A$
(Δετική),

$$Q(x) = 0 \text{ για } x = V_A / q_1,$$

$$\text{για } x = l_1, \quad \underline{Q_B^{\text{φ.}} = V_A - q_1 l_1},$$

$$dQ(x)/dx = -q_1 \text{ (σταθερό).}$$

$$\underline{l_1 < x \leq (l_1 + l_2)} : \quad Q(x) = V_A - q_1 l_1 + V_B - q_2 (x - l_1),$$

$$\text{για } x = l_1, \quad \underline{Q_B^{\text{δ.}} = q_2 l_2}, \quad \text{για } x = l_1 + l_2 \quad Q_r = 0,$$

$$dQ(x)/dx = -q_2 \text{ (σταθερό).}$$

• Διάρθρωση ποτών κάμψης:

$$\underline{0 \leq x \leq l_1} : \quad M(x) = V_A x - q_1 x \frac{x}{2} = V_A x - \frac{q_1 x^2}{2},$$

$$\text{για } x = 0 \quad M_A = 0, \quad \text{για } x = l_1 \quad M_B = -\frac{q_2 l_2^2}{2},$$

$$M(x) = 0 \text{ για } x = \frac{2V_A}{q_1},$$

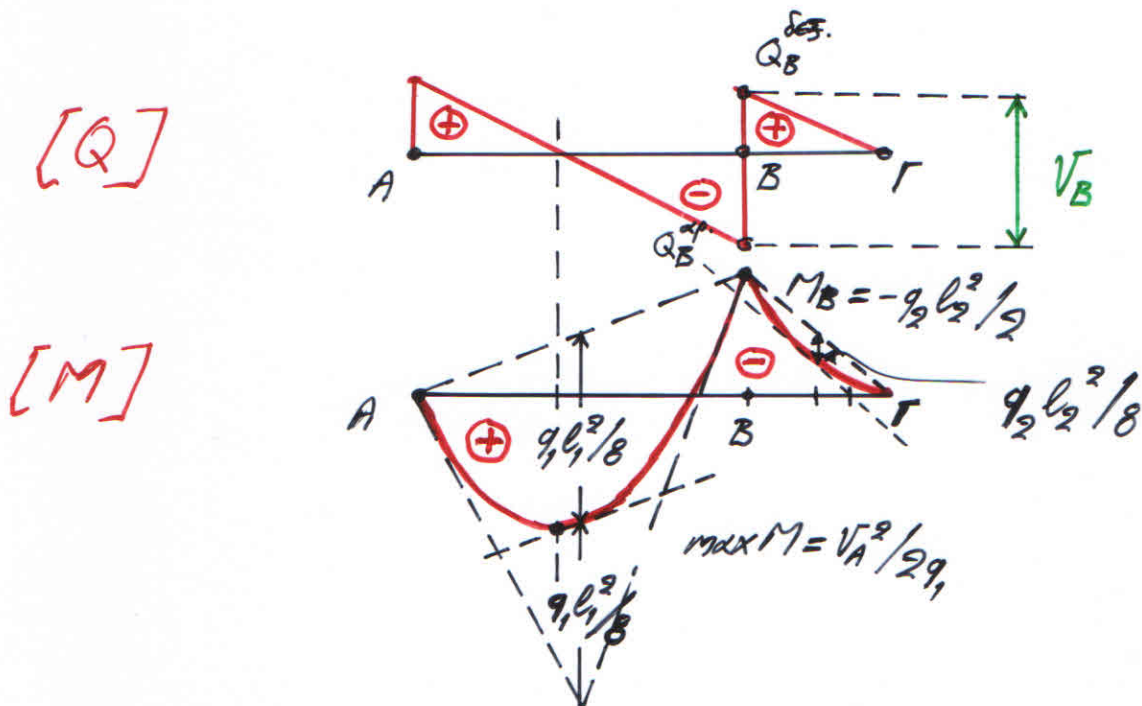
$$M(x) = \max M = \frac{V_A^2}{2q_1} \text{ για } x = \frac{V_A}{q_1} \quad (\text{όταν } Q = \frac{dM}{dx} = 0),$$

$$\text{για } x = l_1, \quad \underline{\frac{dM(x)}{dx} = V_A - q_1 l_1} \quad (\underline{\text{απώτερά της σφαιρας B}}).$$

$$\underline{0 \leq x' \leq l_2 : \quad M(x') = -\frac{q_2(x')^2}{2},}$$

$$\text{για } x' = l_2 \quad M_B = -\frac{q_2 l_2^2}{2}, \quad \text{για } x' = 0 \quad M_I = 0,$$

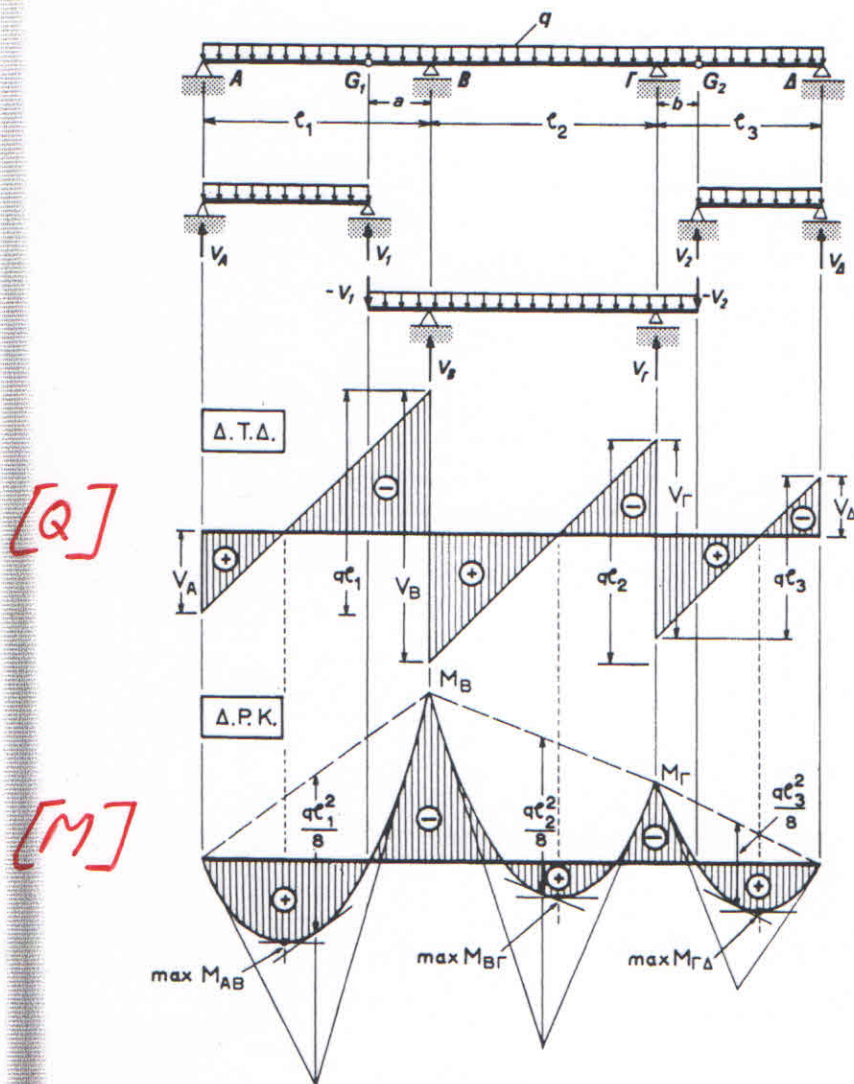
$$\text{για } x' = l_2 \quad \underline{\frac{dM(x')}{dx'} = -q_2 l_2} \quad (\text{δείξτε την ένταση } B).$$



Διαγράμματα σε Δομοί Gerber με Δύο Αρθρώσεις:

7.50

δοκό, με άξονες αναφοράς και των τριών δοκών σε ευθυγραμμία. Ο τρόπος κατασκευής φαίνεται στο σχήμα λεπτομερώς. Παρατηρείται ότι η κλίση της καμπύλης (παραβολής) αριστερά και δεξιά από κάθε άρθρωση G_1 και G_2 είναι η ίδια, αφού η τέμνουσα δεν παρουσιάζει ασυνέχεια σ' αυτές τις θέσεις. Στις θέσεις των αρθρώσεων, η ροπή κάμψης είναι προφανώς μηδενική.



Σχ. 7.42

Σημείωση: Για την κατασκευή του $\Delta.P.K.$ γίνεται χρήση των παρατηρήσεων που αναφέρονται στα εδ. 7.5.1, 2.

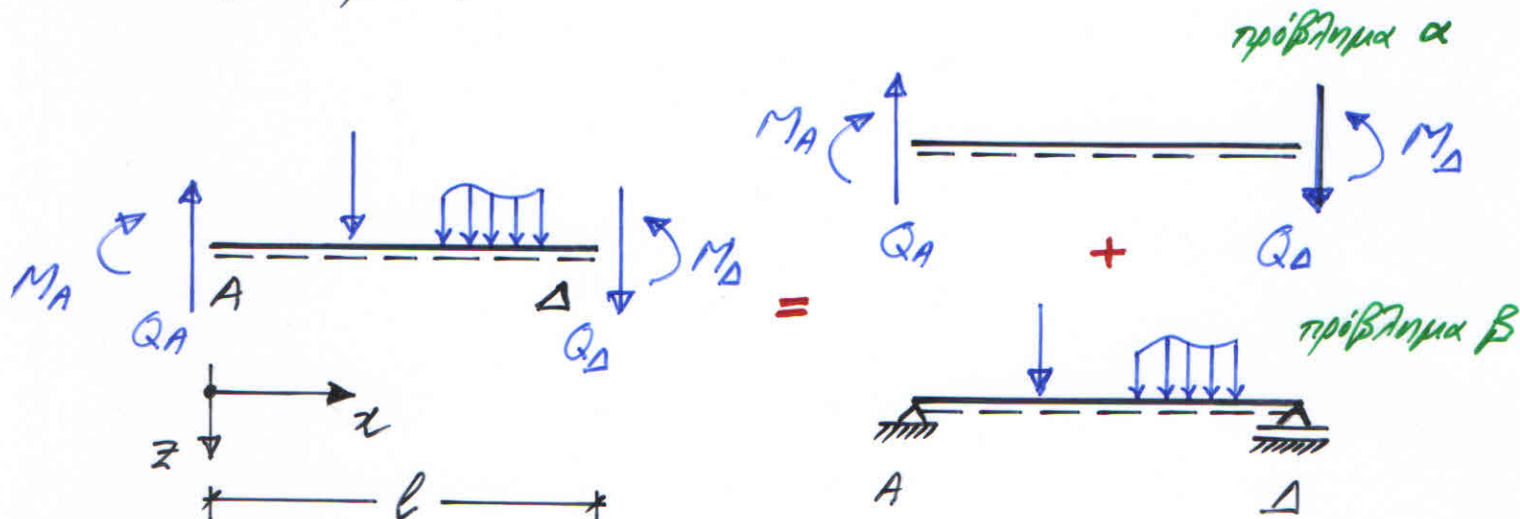
αρχικός φορέας

ισοδύναμο σύστημα δοκών

Το Θεώρημα των "Δύο Ποιών" - Υπέρθεση Προβλημάτων:

Το θεώρημα αυτό είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για την ανάλυση υπερστατικών δομών.

Έστω ότι σε τμήμα δομής AD που φορτίζεται με τυχαία κατακόρυφη φόρτιση αναπτύσσονται τα εσωτερικά εντάσιμα μεγέθη (M_A, Q_A) και (M_D, Q_D) στις διατομές A και D , αντίστοιχως. Τότε, οι αναλυτικές σχέσεις για τα μεγέθη $M(x)$ και $Q(x)$ σε τυχαία ενδιάμεση διατομή (που απέχει απόσταση x από το άκρο A) μπορούν να προκύψουν άμεσα μέσω της υπέρθεσης (πρόσθεσης) δύο επιμέρους προβλημάτων:



Στο πρόβλημα α (όπου η δομής είναι αγκυρωτή κατά μήκος της ανοίγματός της), η ροπή κάμψης μεταβάλλεται γραμμικά μεταξύ των τιμών M_A και M_D , ενώ η τέμνουσα δύναμη είναι σταθερή. Οπότε,

$$M^{(\alpha)}(x) = \frac{l-x}{l} M_A + \frac{x}{l} M_D, \quad (1)$$

$$Q^{(\alpha)}(x) = \frac{dM^{(\alpha)}(x)}{dx} = \frac{M_D - M_A}{l}. \quad (2)$$

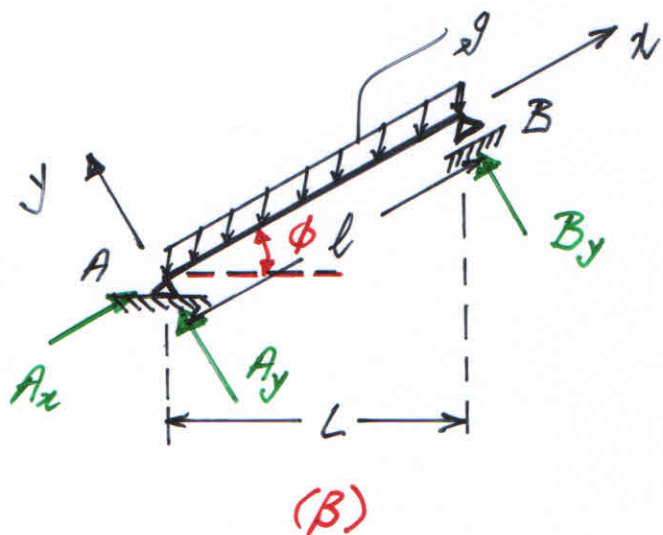
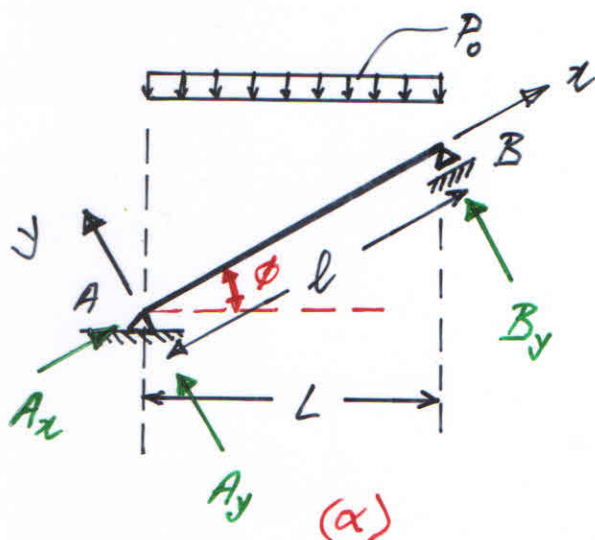
Στο πρόβλημα β, μετά τον προσδιορισμό των αντιδράσεων της αμεγέθυστης δοκού, θα προκύψουν οι εκφράσεις των $M^{(\beta)}(x)$ και $Q^{(\beta)}(x)$ στην τυχόν θέση x .

Επομένως, τα εσωτερικά μεγέθη του αρχικού προβλήματος θα προκύψουν με υπέρθεση των δύο επιμέρους λύσεων, δηλ.

$$M(x) = M^{(\alpha)}(x) + M^{(\beta)}(x), \quad (3)$$

$$Q(x) = Q^{(\alpha)}(x) + Q^{(\beta)}(x). \quad (4)$$

Εσωτερικά Εσωτερικά Μεγέθη σε Κεκλιμένη Δοκό:



- Περίπτωση α - κατακόρυφη ομοιόμορφη φόρτιση p_0 ανά μονάδα μήκους της οριζόντιας προβολής της δοκού (π.χ. φόρτιση από χιόνι):

- Ολικό κατακόρυφο φορτίο: $P = p_0 L$,

- Κατακόρυφο καταμετρημένο φορτίο που αντιστοιχεί στην μονάδα μήκους της κεκλιμένης δοκού: $p = \frac{P}{l} = \frac{p_0 L}{l} = \frac{p_0 l \cos \phi}{l} = p_0 \cos \phi$,

- Συνιστώσες του p κατά την διεύθυνση του άξονα της δοκού και κατά την κάθετη στην δοκού διεύθυνση: $p_x = p \sin \phi = p_0 \sin \phi \cos \phi$,
 $p_y = p \cos \phi = p_0 \cos^2 \phi$.

- Αντιδράσεις: $A_x = p_0 L \sin \phi$, $A_y = \frac{p_0 L}{2} \cos \phi$, $B_y = \frac{p_0 L}{2} \cos \phi$.

- Αξονικές δυνάμεις: $N(x) = -A_x + p_x x = -p_0 L \sin \phi +$
 $+ p_0 \sin \phi \cos \phi x$,

$$N_B = N(x=l) = 0.$$

- Τέμνωτες δυνάμεις: $Q_A = \frac{p_y l}{2} = \frac{p_0 \cos^2 \phi L}{2 \cos \phi} = \frac{p_0 L}{2} \cos \phi$,
 $Q_B = -\frac{p_0 L}{2} \cos \phi$.

- Ροπές κάμψης: $\max M = \frac{p_y l^2}{8} = \frac{p_0 \cos^2 \phi L^2}{8 \cos^2 \phi} = \frac{p_0 L^2}{8}$.

- Περήνταση β = κατακόρυφη ομοιόμορφη φόρτιση q ανά μονάδα μήκους της αυτάρκμενης δουλ (π.χ. ίδιο βάρος της δουλ):

- Ολνώ κατακόρυφο φορτίο: $Q = q \ell = q \frac{L}{\cos \phi}$,

- Συνιστώσες του q κατά την διεύθυνση των άξων της δουλ και κατά την κάθετη στην δουλ διεύθυνση: $q_x = q \sin \phi$, $q_y = q \cos \phi$.

- Αντιδράσεις: $A_x = q \sin \phi \frac{L}{\cos \phi} = q L \tan \phi$,

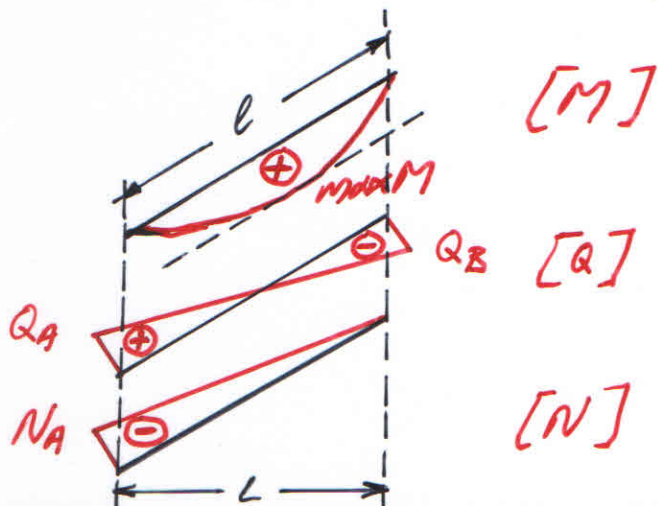
(προέκυψε από την Εξ. 169. $\sum F_x = 0 \leadsto A_x - q_x \ell = 0$)

$$A_y = B_y = \frac{qL}{2}.$$

- Αξονικές δυνάμεις: $N(x) = -A_x + x q \sin \phi = -q L \tan \phi + q \sin \phi x$.

- Τέμνωτες δυνάμεις: $Q_A = A_y = \frac{qL}{2}$, $Q_B = -\frac{qL}{2}$.

- Ροές κάμψης: $\max M = \frac{q_y \ell^2}{8} = \frac{qL^2}{8 \cos \phi}$.



	α	β
$\max M$	$\frac{q_y L^2}{8}$	$\frac{qL^2}{8 \cos \phi}$
Q_A	$(\frac{q_y L}{2}) \cos \phi$	$\frac{qL}{2}$
N_A	$-q_y L \sin \phi$	$-qL \tan \phi$