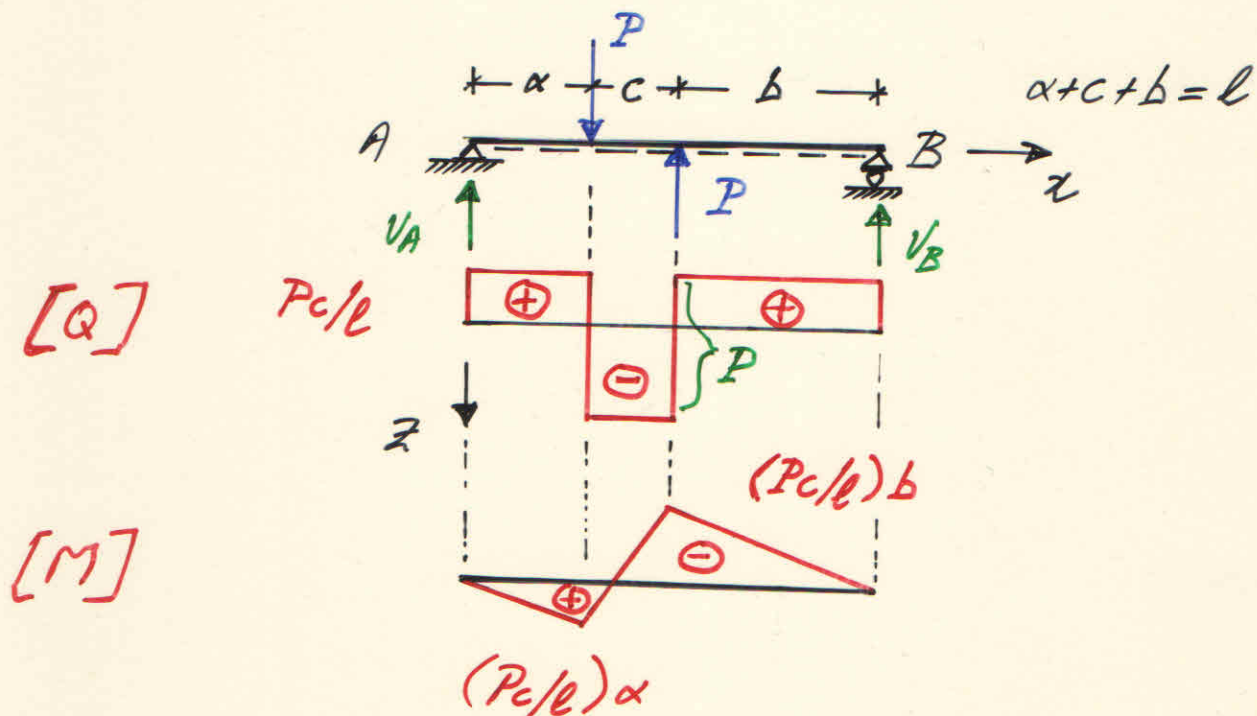


Αρτιέπειστη Δούλι Βορτιζόμενη με Ζεύγος Αντιθέτων Δυνάμεων:



- Ισορροπία των όλων φορέα - προσδιορισμός αντιδράσεων:

$$\curvearrowright \sum M_{(A)} = 0 \rightarrow V_B l - P\alpha + P(\alpha + c) = 0 \rightarrow V_B = -\frac{Pc}{l},$$

(επομένως, η V_B θα έχει φορά αντίθετη από αυτή στο σχήμα),

$$+\uparrow \sum F_z = 0 \rightarrow V_A + V_B + P - P = 0 \rightarrow V_A = \frac{Pc}{l}$$

(με φορά όπως στο σχήμα).

- Σχέδια τέμνων δυνάμεων:

τέμνα $0 \leq x < \alpha$: $Q(x) = V_A = Pc/l$,

$\gg \alpha < x < (\alpha + c)$: $Q(x) = V_A - P = -P(1 - \frac{c}{l})$,

τμήμα $(\alpha+c) \leq x \leq l$: $Q(x) = V_A - P + P = \frac{P_c}{l}$.

Σύμφωνα με τη θεωρία των ποτών :

τμήμα $0 \leq x \leq \alpha$: $M(x) = V_A x = \frac{P_c}{l} x$.

Παρατηρούμε ότι $\frac{dM(x)}{dx} = Q = \frac{P_c}{l} = \text{σταθ.}$, και

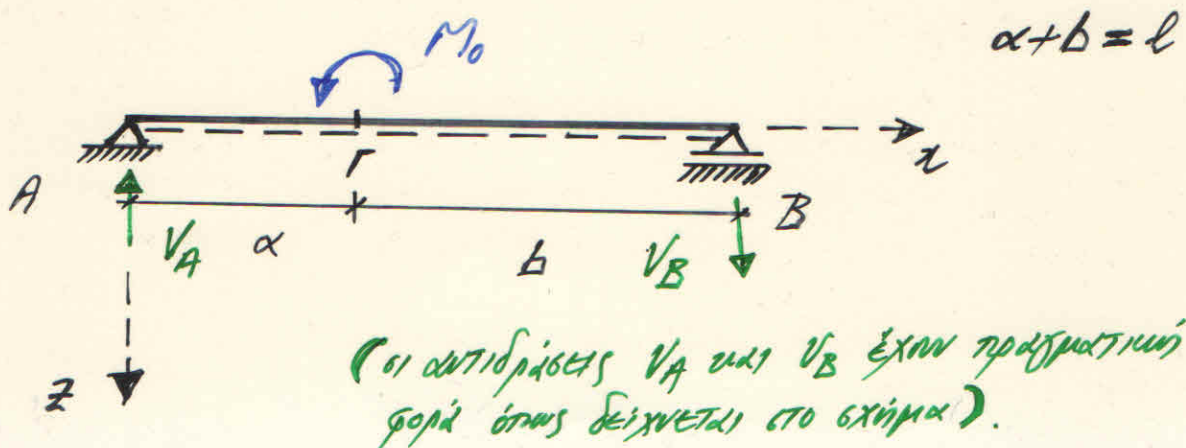
$M(x=0) = 0$, $M(x=\alpha) = \frac{P_c}{l} \alpha$.

τμήμα $\alpha \leq x \leq (\alpha+c)$: $M(x) = V_A x - P(x-\alpha) =$
 $= \frac{P_c}{l} x - P(x-\alpha)$.

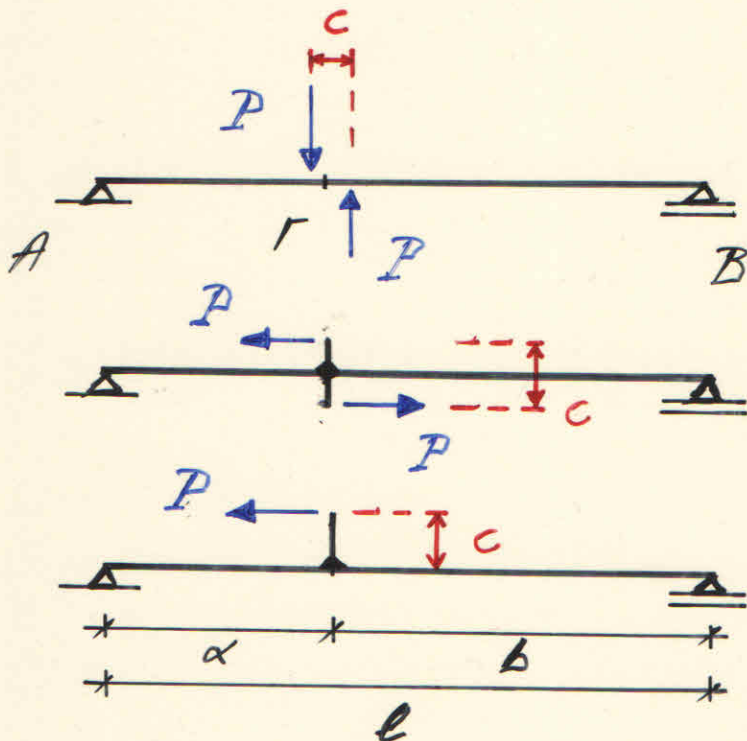
Έχουμε $M(x=\alpha) = \frac{P_c \alpha}{l}$, $M(x=\alpha+c) = -\frac{P_c b}{l}$.

τμήμα $(\alpha+c) \leq x \leq l$: $M(x) = V_A x - P_c = P_c \left(\frac{x}{l} - 1 \right)$.

Ανεγέρειστη Δοκός Φορτιζόμενη με Συγκεντρωμένη Ποπή
σε Ενδιάμεσο Σημείο του Ανοίγματος :



- Την προχωρήσαμε στον προσδιορισμό των διαγραμμμάτων $[M]$ και $[Q]$, παρατηρούμε ότι η περίπτωση αυτή είναι 160 δύναμη με τις εξής φορτίσεις:



$$c \rightarrow 0$$

$$M = Pc$$

στην αρχική φόρτιση

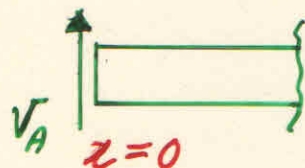
στην περίπτωση αυτή θα δημιουργηθεί και αξονική δύναμη για $x \leq \alpha$.

- Επιστρέφοντας στο αρχικό πρόβλημα σκεπάζουμε τα εξής:

$$\overset{+}{\curvearrowright} \sum M_A = 0 \leadsto -V_B l + M = 0 \leadsto V_B = \frac{M}{l} \quad (\text{με φορά προς τα δεξιά } Z),$$

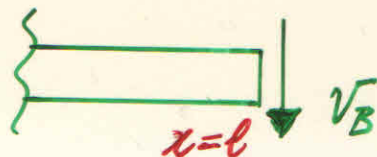
$$+\uparrow \sum F_z = 0 \leadsto -V_A + V_B = 0 \leadsto V_A = \frac{M}{l} \quad (\text{με φορά προς τα δεξιά } Z).$$

- Διαγράμματα Τ.Δ.:



$$Q(x) = V_A = \frac{M}{l} \quad (\text{θετική}) \quad \text{για } 0 \leq x \leq l.$$

Παρατηρούμε επίσης ότι για $x = l \leadsto Q = V_B$ (θετική)



• Σύμφωνα P.K. :

γινώμα $0 \leq x \leq \alpha$: $M(x) = V_A x = \frac{M}{l} x$,

γινώμα $\alpha \leq x \leq l$: $M(x) = V_A x - M = M \left(\frac{x}{l} - 1 \right)$.

Προσπαθούμε την ακρότητα (άλμα) της συνάρτησης $M(x)$ για $x = \alpha$,

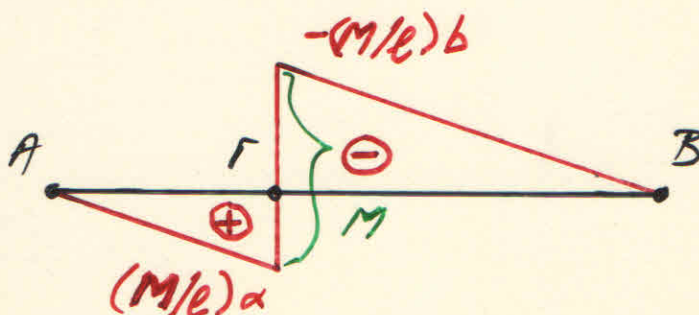
$M_r^{ap.} = M(x = \alpha^-) = \frac{M}{l} \alpha$ (θετική) ,

$M_r^{δελ.} = M(x = \alpha^+) = -\frac{M}{l} b$ (αρνητική) .

[Q]

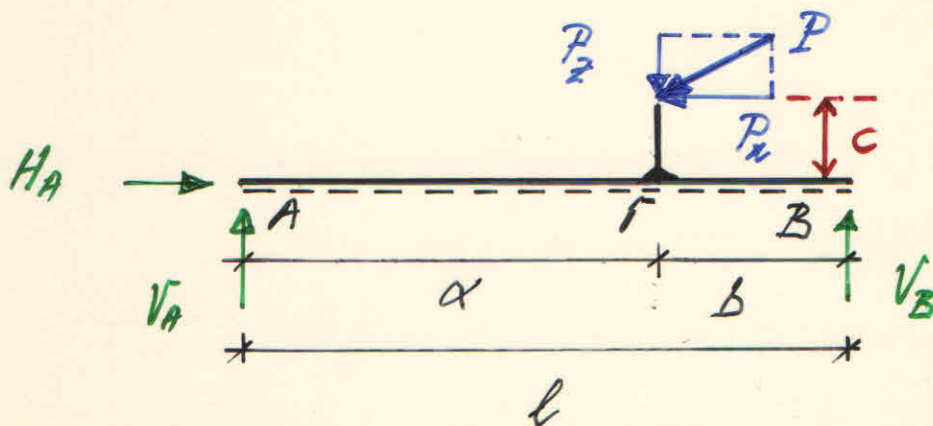


[M]



(Άλμα για $x = \alpha$) = $M = |M_r^{ap.}| + |M_r^{δελ.}|$.

Αγκυρώμενη Δοκός Υπό Κεντρώμενο Συγκεντρωμένο Βορτίο:



Δ.Ε.Σ.

(A: αγκύρωση,
B: ωλίση,
Γ: στέρεος σύνδεσμος)

- Εξισώσεις ισορροπίας \rightarrow
$$\left. \begin{aligned} V_A &= \frac{1}{l} (-P_z \alpha + P_z c) + P_z, \\ V_B &= \frac{1}{l} (P_z \alpha - P_z c), \\ H_A &= P_x. \end{aligned} \right\}$$

(σταθετήσαμε, κατωτέρω, ότι $V_B > 0$)

Διάγραμμα αξονικών δυνάμεων:

περίπτωση $0 \leq x < \alpha$: $N(x) = -H_A = -P_x$ (θλιπτική),

περίπτωση $\alpha \leq x \leq l$: $N(x) = H_A - P_x = 0$ (δεν υπάρχει)

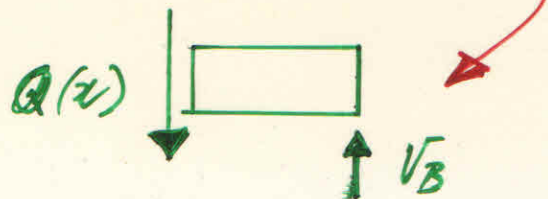
Διάγραμμα τεμνοτικών δυνάμεων:

περίπτωση $0 \leq x < \alpha$: $Q(x) = V_A$ (θετική),

περίπτωση $\alpha \leq x \leq l$: $Q(x) = V_A - P_z = -V_B$ (αρνητική),

άλλα στο $x = \alpha$ ίσο με P_z .

($P_z = |V_A| + |V_B|$).



• Διάγραμμα πορών κάμψης:

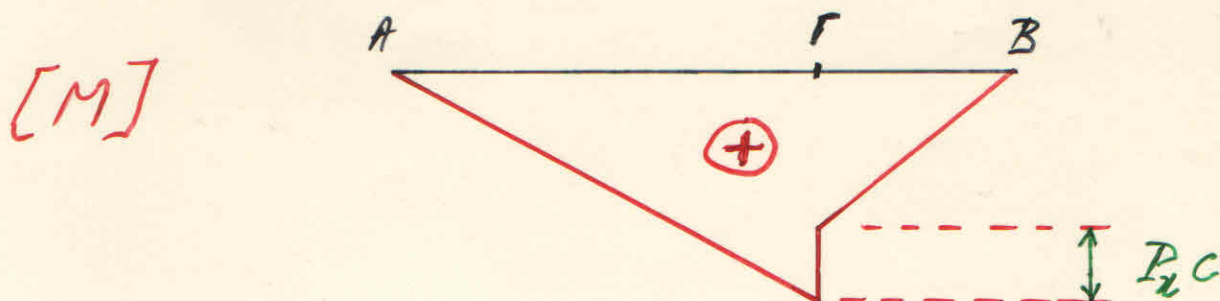
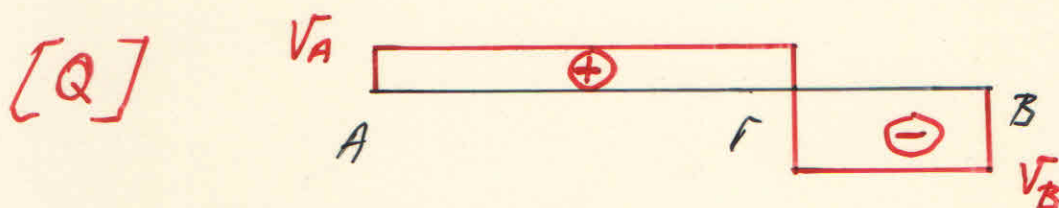
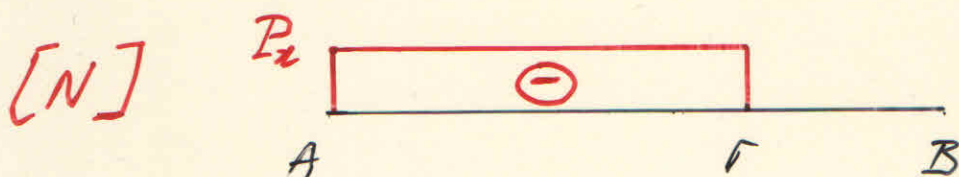
τμήμα $0 \leq x < \alpha$: $M(x) = V_A x$, $M(x=\alpha^-) = M_f^{ap.} = V_A \alpha$,

τμήμα $\alpha < x \leq l$: $M(x) = V_A x - P_2(x-\alpha) - P_2 c = V_B(l-x)$

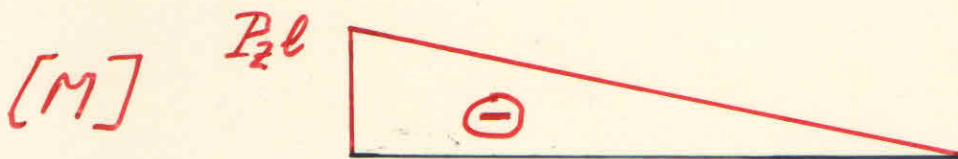
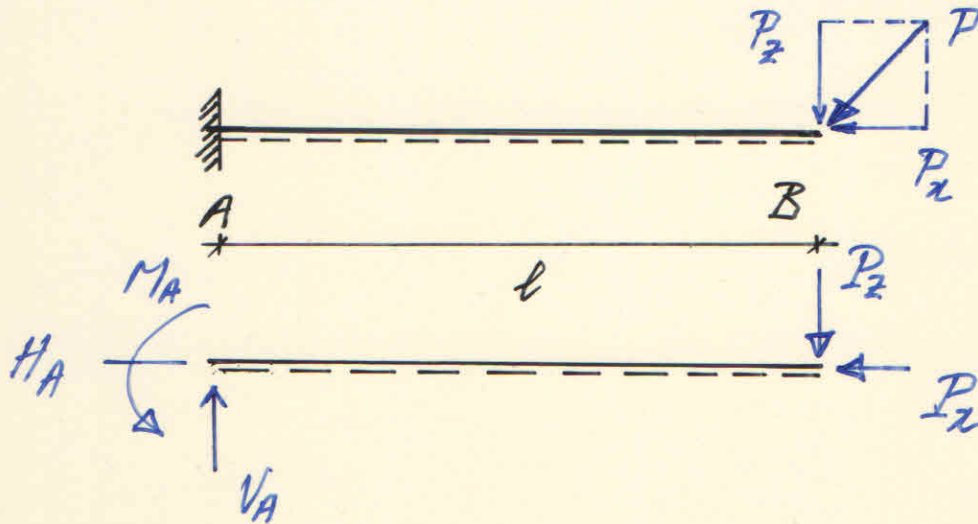
$$M(x=\alpha^+) = M_f^{δελ.} = V_A \alpha - P_2 c$$

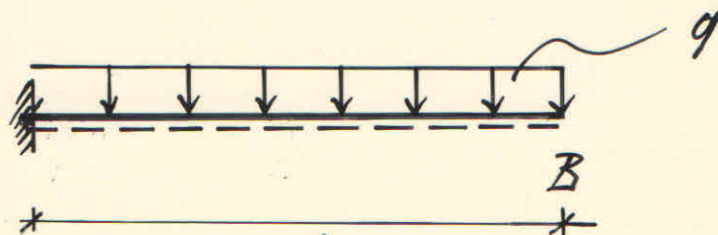
άρα στο $x=\alpha$ ίσο με $P_2 c$, $-P_2 c = M_f^{δελ.} - M_f^{ap.}$

(αφ' όσον απόλυτες τιμές λαμβάνουν και οι δύο είναι δετιμές ποσότητες)



Διδρυκματα σε Τριβοτο :





$[Q]$



$[M]$

