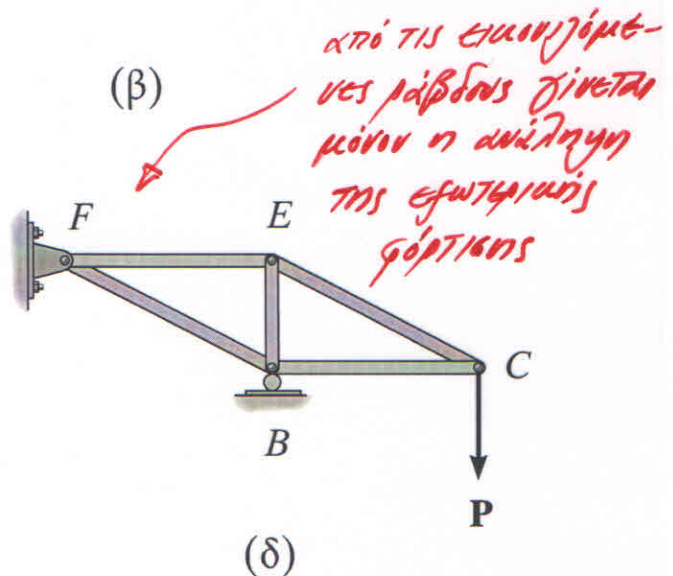
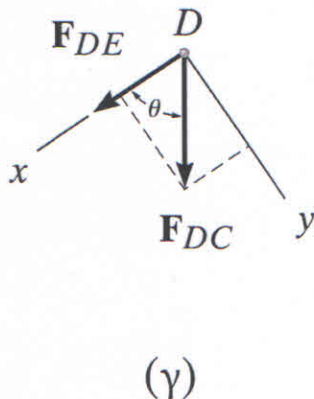
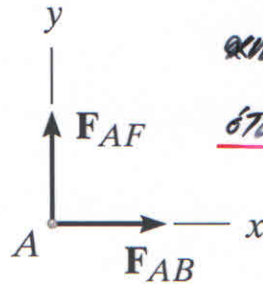
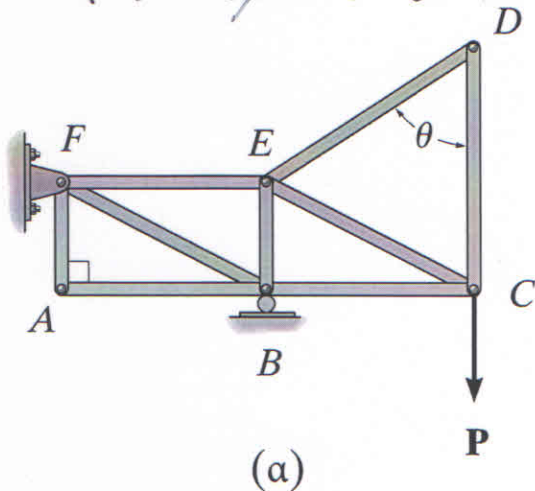


Ράβδοι Δικτυώματος με Μοναδική Ένταση (Μοναδική Αξονική Δύναμη):

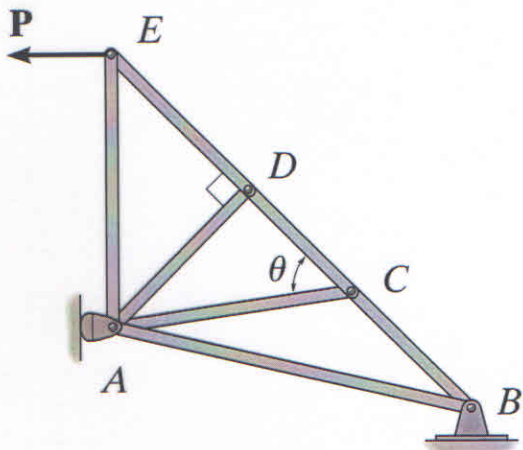
- Η ανάλυση δικτυωμάτων δραματοποιείται σημαντικά εάν εστιάσουμε ράβδους που δεν έχουν αξονική δύναμη. Οι συζευγμένες ράβδοι (όταν υπάρχουν) ενισχύουν την ευστάθεια του δικτυώματος και, βέβαια, αναλαμβάνουν φορτία όταν πιθανόν αλλάξει η εξωτερική φόρτιση.



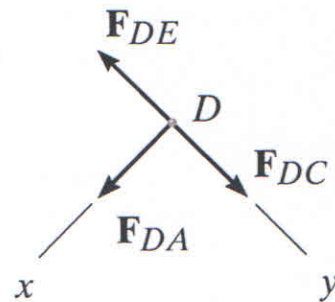
Κόμβος A (σχήμα β'): $\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow F_{AB} = 0,$
 $\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow F_{AF} = 0.$

Κόμβος D (σχήμα γ'): $\downarrow \sum F_y = 0 \rightarrow F_{DC} \sin \theta = 0 \rightarrow$
 $F_{DC} = 0$ καθώς $\sin \theta \neq 0,$
 $\leftarrow \sum F_x = 0 \rightarrow F_{DE} + 0 = 0 \rightarrow F_{DE} = 0.$

Συμπέρασμα (1): Εάν μόνον δύο μη-ευθύγραμμικές ράβδοι συντρέχουν σε έναν κόμβο δικτυώματος και στον κόμβο αυτόν δεν ασκείται κάποια εξωτερική δύναμη ή αντίδραση στηρίξεως, τότε οι δύο ράβδοι έχουν μηδενική ένταση (αξονική δύναμη).



(α)



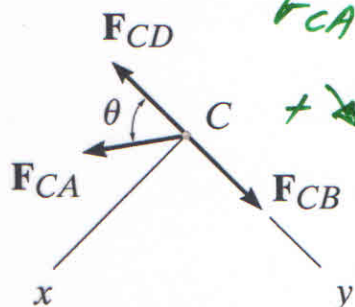
(β)

Κόμβος D:

$$+\nabla \sum F_x = 0 \rightarrow F_{DA} = 0, +\nabla \sum F_y = 0 \rightarrow F_{DC} = F_{DE}.$$

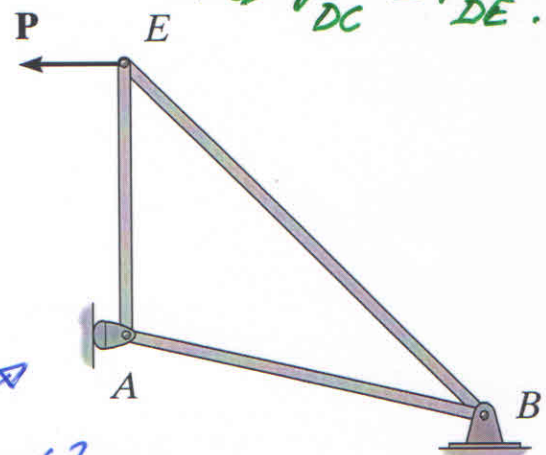
Κόμβος C:

$$+\nabla \sum F_x = 0 \rightarrow F_{CA} \sin \theta = 0 \rightarrow F_{CA} = 0,$$



(γ)

$$+\nabla \sum F_y = 0 \rightarrow F_{CB} = F_{CD}.$$



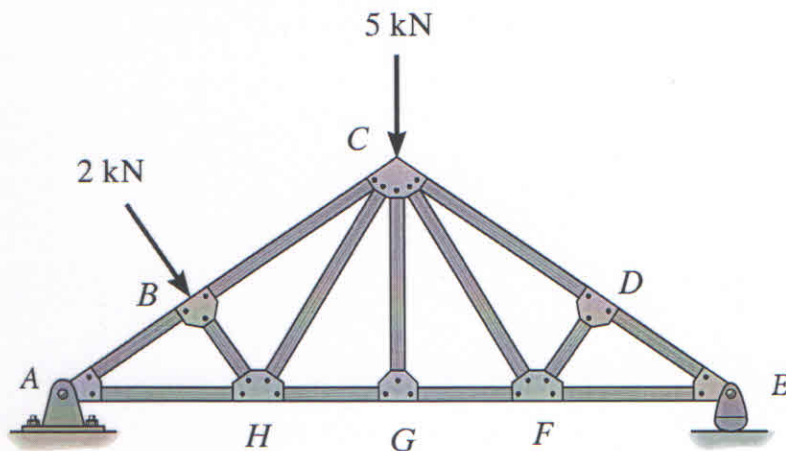
(δ)

πραγματική ανάλυση φορτίων

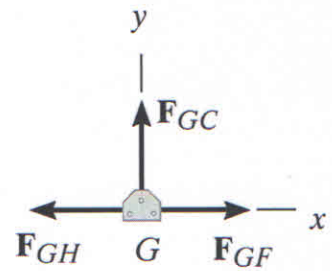
Συμπέρασμα (2): Εάν τρεις ράβδοι συντρέχουν σε έναν κόμβο δικτυώματος και οι δύο από αυτές είναι ευθύγραμμικές, και επίσης, στον ευθυγραμμισμένο κόμβο δεν ασκείται κάποια εξωτερική δύναμη ή αντίδραση στηρίξεως, τότε η τρίτη ράβδος (που δεν βρίσκεται σε ευθυγράμμιση με τις δύο άλλες) έχει μηδενική ένταση.

Παράδειγμα :

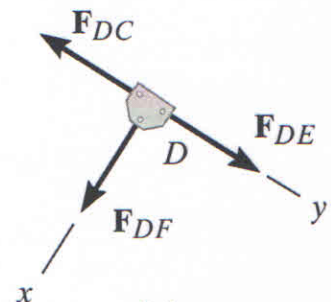
(επιτομή ράβδων μηδενικής έντασης)



(α)

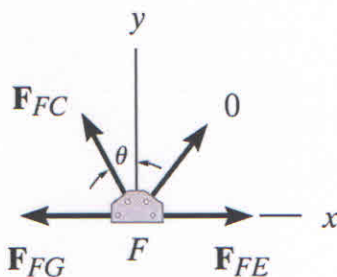


(β)

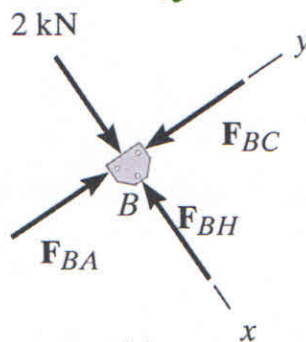


(γ)

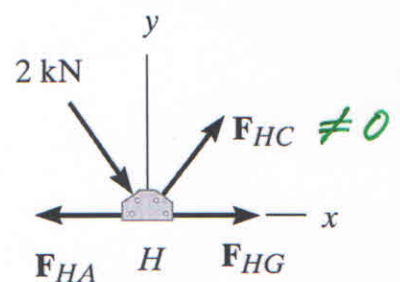
$$+\uparrow \sum F_x = 0 \rightarrow F_{BH} = 2 \text{ kN (αληθινός)}$$



(δ)



(ε)



(στ)

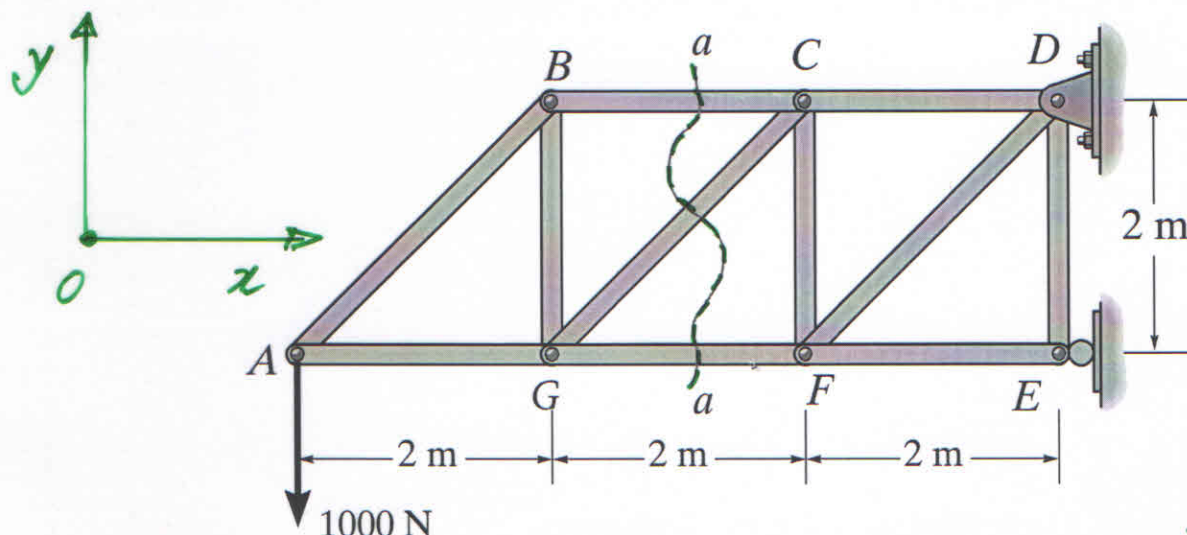
- Κατ' αρχάς, επιτομίζουμε κόμβους με τρεις συντρέχουσες ράβδους, εκ των οποίων οι δύο είναι σε ευθυγράμμια (συγγραμμικές).

Κόμβος G : $+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow F_{GC} = 0.$

Κόμβος D : $+\uparrow \sum F_x = 0 \rightarrow F_{DF} = 0.$

Κόμβος F : $+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow F_{FC} \cos \theta = 0 \rightarrow F_{FC} = 0$
καθόσον $\theta \neq 90^\circ.$

Μέθοδος Τομών (Topwin Ritter):



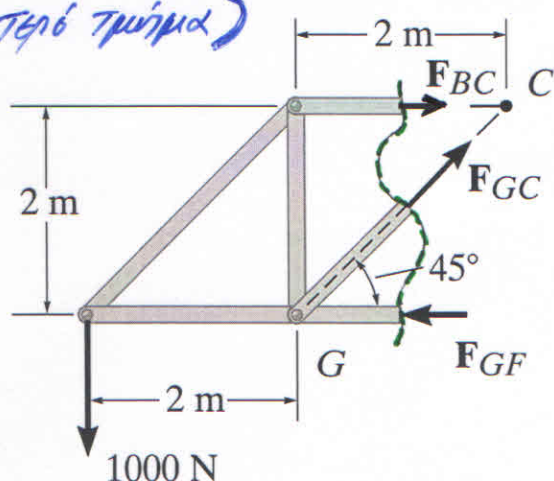
εφαρμογή των
σχέσεων

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x &= 0, \\ \sum F_y &= 0, \\ \sum M_o &= 0. \end{aligned} \right\}$$

σε κάθε επιμέρους
τμήμα του γράμ.

- Η μέθοδος αυτή επιτρέπει τον άμεσο προσδιορισμό της άξονικής δύναμης ράβδου με επιμήκυνση των τριών εξισώσεων D_y ισορροπίας.

(αριστερό τμήμα)

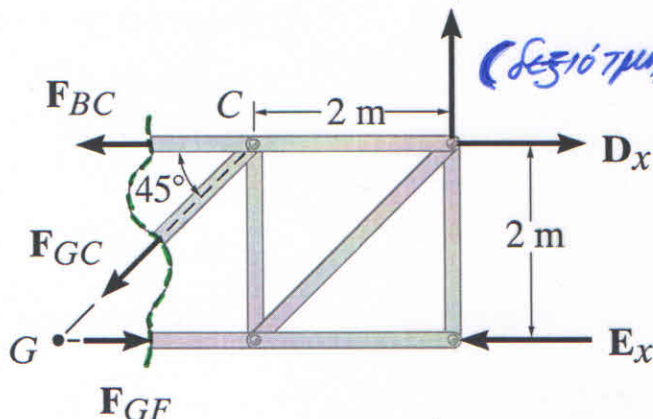


$$\sum M_C = 0 \rightarrow F_{GF} = 2 \text{ kN},$$

$$\sum M_G = 0 \rightarrow F_{BC} = 1 \text{ kN},$$

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 &\rightarrow F_{GC} \cos 45^\circ = 1 \text{ kN} \rightarrow \\ &\rightarrow F_{GC} = 1.414 \text{ kN}. \end{aligned}$$

(δεξιό τμήμα)

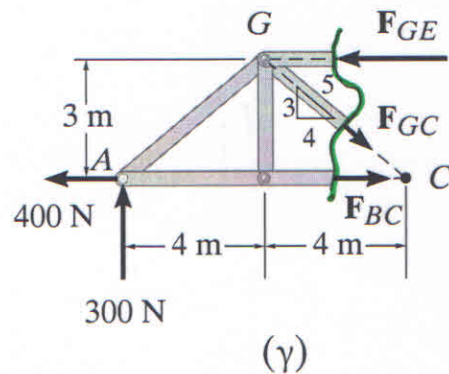
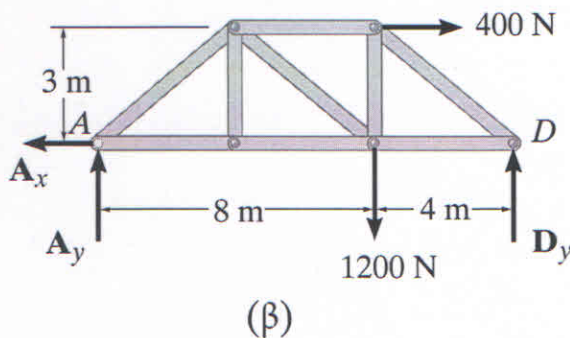
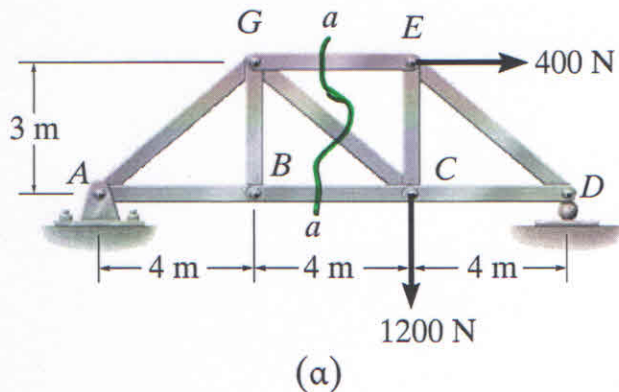


Το τμήμα (εξωτερικός ή
εγγύς) καθορίζεται είτε με
αρχική παρατήρηση των
δυνάμεων είτε λαμβάνοντας
όλες τις δυνάμεις στην τομή
ως εξωτερικές (δυνάμεις)
και ελέγχοντας το αποτέλεσμα.

Διαδικασία Επίλυσης Δικτυώματος με χρήση της Μεθόδου των Τομών:

- 1) Είρεση των αρχικά άγνωστων αυτοβρίσεων στις στηρίξεις.
- 2) Επέλεξε τομή ή περισσότερες τομές για την "απομόνωση" συγκεντρωμένων τμημάτων του γορέδ.
- 3) Κατασκευή των κατάλληλων Δ.Ε.Σ. των επιμέρους τμημάτων.
- 4) Αρχική προσέγγιση των δυνάμεων των ράβδων που τέμνει η τομή Ritter.
- 5) Κατάλληλα είδη μυδενισμού των ροπών είναι υόμβοι που συντρέχουν δύο τουλάχιστον άγνωστες δυνάμεις, έτσι ώστε να προκύψει το μέγεθος της μη συντρέχουσας στον υόμβο δύναμης από την εξίσωση μυδενισμού των ροπών.
- 6) Εάν δύο από τις άγνωστες δυνάμεις των ράβδων είναι παράλληλες, τότε η κατάλληλη εξίσωση ισορροπίας (μυδενισμού) δυνάμεων είναι αυτή σε σκέυωση υόμηση προς τις παράλληλες δυνάμεις.
- 7) Διόρθωση (όταν χρειάζεται) του προσήμου των δυνάμεων.

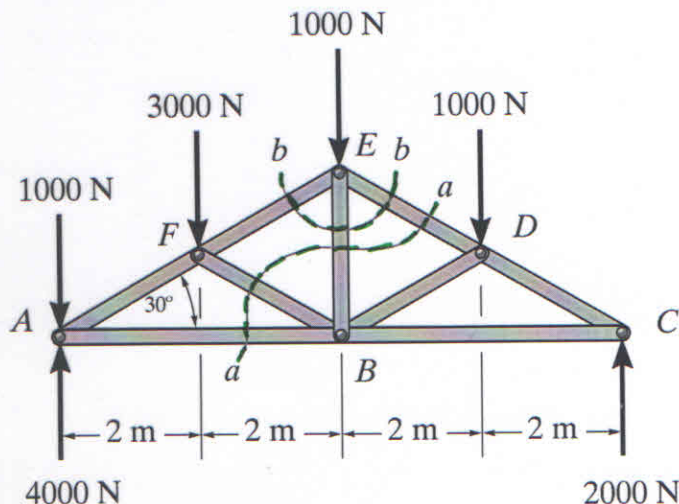
Άσκηση: Να προσδιοριστούν κατά το μέγεθος και το πρόσημό τους οι δυνάμεις των ράβδων GE, GC, και BC στο διάγραμμα του σχήματος.



Είσοδοι αντιδράσεων των εστρίξεων: $\sum F_x = 0 \rightarrow 400 \text{ N} - A_x = 0 \rightarrow A_x = 400 \text{ N}$, $\sum M_A = 0 \rightarrow -1200 \text{ N} (8 \text{ m}) - 400 \text{ N} (3 \text{ m}) + D_y (12 \text{ m}) = 0 \rightarrow D_y = 900 \text{ N}$, $\sum F_y = 0 \rightarrow A_y - 1200 \text{ N} + 900 \text{ N} = 0 \rightarrow A_y = 300 \text{ N}$.

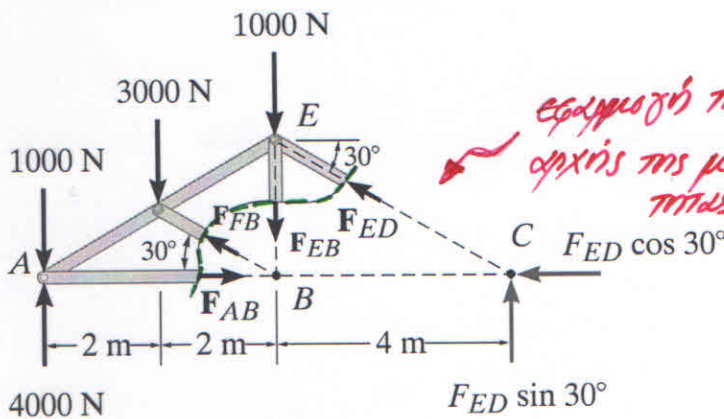
Εξισώσεις ισορροπίας στο σχήμα γ': $\sum M_G = 0 \rightarrow -300 \text{ N} (4 \text{ m}) - 400 \text{ N} (3 \text{ m}) + F_{BC} (3 \text{ m}) = 0 \rightarrow F_{BC} = 800 \text{ N}$ (εφελκ.), $\sum M_C = 0 \rightarrow -300 \text{ N} (8 \text{ m}) + F_{GE} (3 \text{ m}) = 0 \rightarrow F_{GE} = 800 \text{ N}$ (στ.), $\sum F_y = 0 \rightarrow 300 \text{ N} - (3/5) F_{GC} = 0 \rightarrow F_{GC} = 500 \text{ N}$ (εφελκ.).

Άσκηση: Να προσδιοριστεί κατά το μέγεθος και το πρόσημό της η δύναμη της άρθρωσης EB στο διάγραμμα των εφάρμογτων.



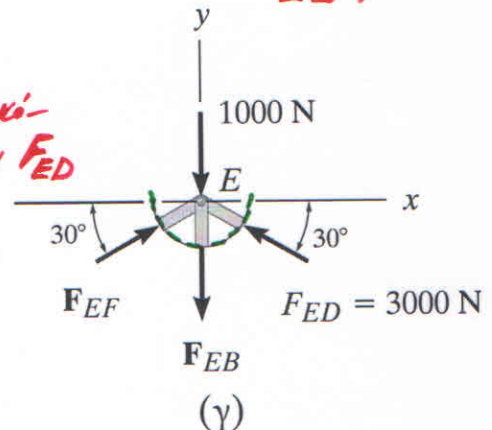
(α)

- Σε αρχικό στάδιο, έχουν ήδη προσδιοριστεί οι αντιδράσεις στηρίξεων A_y και C_y .
- Απαιτούνται δύο διατομικές τομές. Πρώτα προσδιορίζεται η F_{ED} μέσω της τομής αα και κατόπιν η F_{EB} μέσω της ββ.



(β)

εφαρμογή της αρχής της μεταφορικότητας για την F_{ED}



(γ)

$$\begin{aligned} \uparrow + \sum M_B = 0 &\leadsto 1000 \text{ N} (4 \text{ m}) + 3000 \text{ N} (2 \text{ m}) - 4000 \text{ N} (4 \text{ m}) \\ &+ F_{ED} \sin 30^\circ (4 \text{ m}) = 0 \leadsto F_{ED} = 3000 \text{ N} \text{ (βλ.)} \end{aligned}$$

(ex. β')

$$\begin{aligned} \rightarrow + \sum F_x = 0 &\leadsto F_{EF} \cos 30^\circ - 3000 \cos 30^\circ \text{ N} = 0 \leadsto \\ &F_{EF} = 3000 \text{ N} \text{ (βλ.)}, \end{aligned}$$

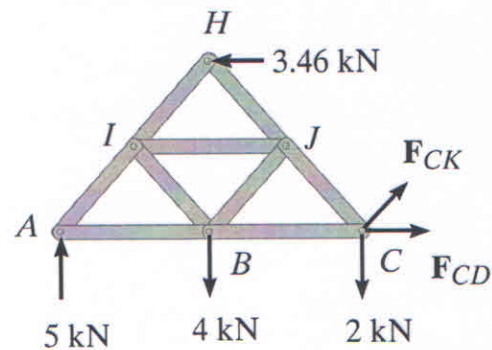
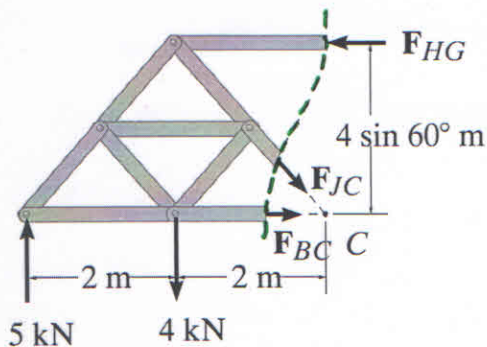
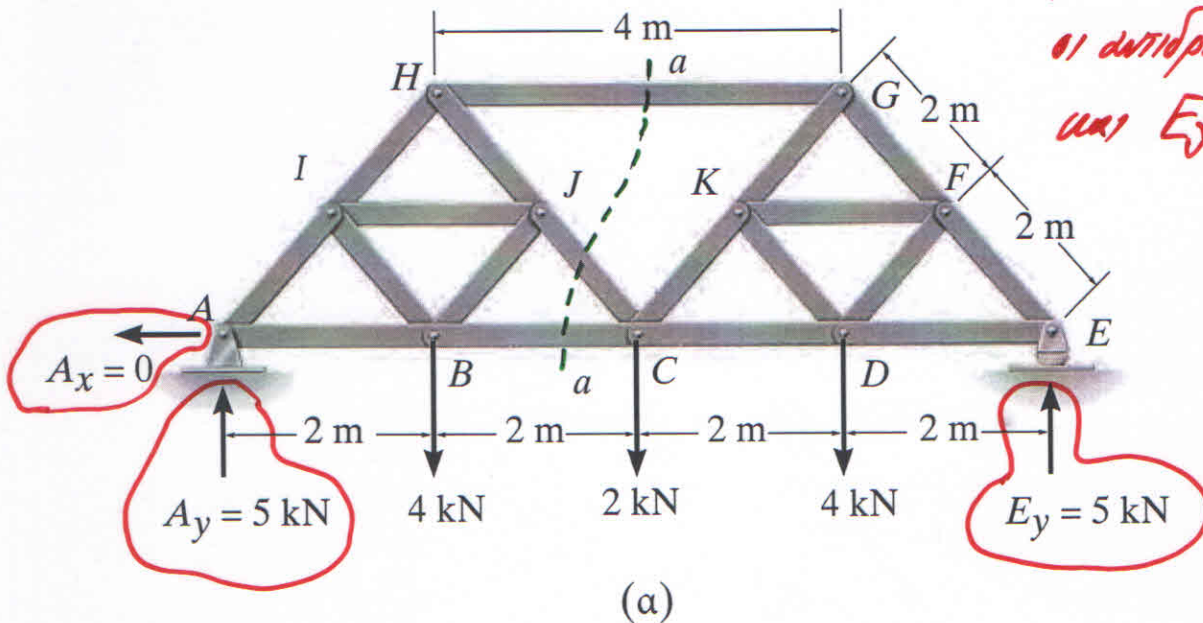
(ex. γ')

$$\begin{aligned} \uparrow + \sum F_y = 0 &\leadsto 2 (3000 \sin 30^\circ \text{ N}) - 1000 \text{ N} - F_{EB} = 0 \leadsto \\ &F_{EB} = 2000 \text{ N} \text{ (εφεξής)}. \end{aligned}$$

(ex. γ')

Σύνθετο Δικτύωμα - Άσκηση:

- Σε αρχικό στάδιο, έχουν ήδη προσδιοριστεί οι αντιδράσεις A_y και E_y .



- Το σύνθετο δίκτυωμα αποτελείται από τα απλά δίκτυωματα ACH και CEG που συνδέονται μεταξύ τους μέσω της άρθρωσης C και της ράβδου HG .
- Για την επίλυση απαιτούνται και τομή Ritter αλλά και εφαρμογή της μεθόδου των κόμβων.

Σχήμα β' (τομή αα):

$$\downarrow + \sum M_C = 0 \rightarrow -5(4) + 4(2) + F_{HG}(4 \sin 60^\circ) = 0 \rightarrow$$
$$F_{HG} = 3.46 \text{ kN (στ.)}$$

Σχήμα γ' (ισορροπία κόμβων):

κόμβος A : προσδιορισμός των F_{AB} και F_{AI} ,

κόμβος H : προσδιορισμός των F_{HI} και F_{HJ} ,

κόμβος I : προσδιορισμός των F_{IJ} και F_{IB} ,

κόμβος B : προσδιορισμός των F_{BC} και F_{BJ} ,

κόμβος J : προσδιορισμός της F_{JC} .