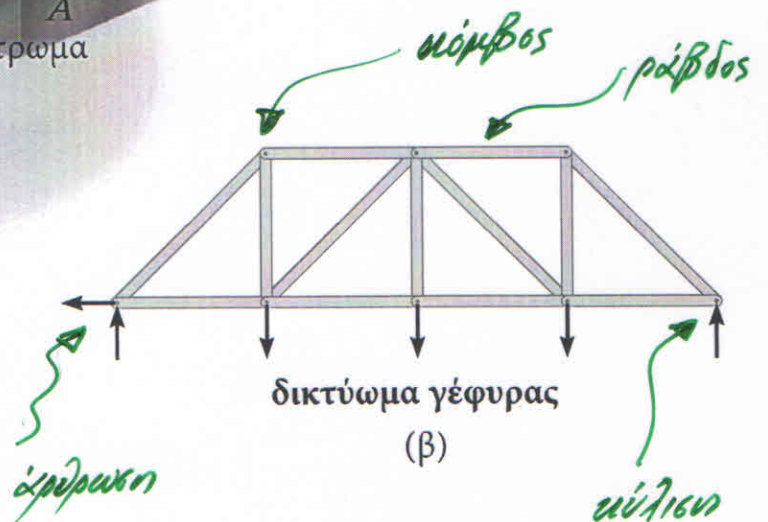
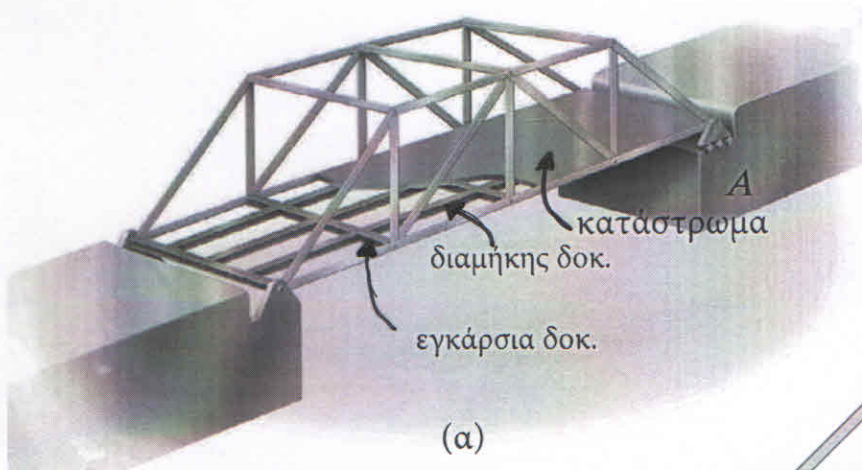
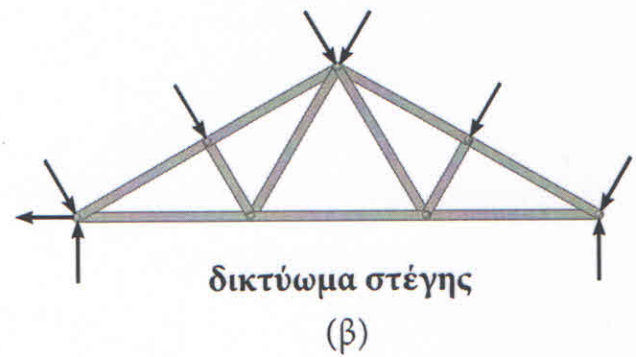
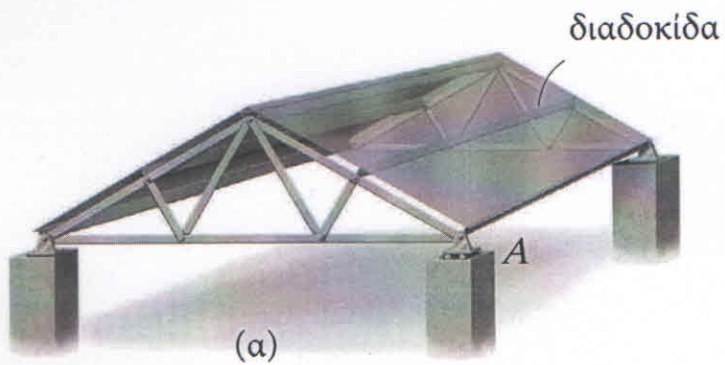
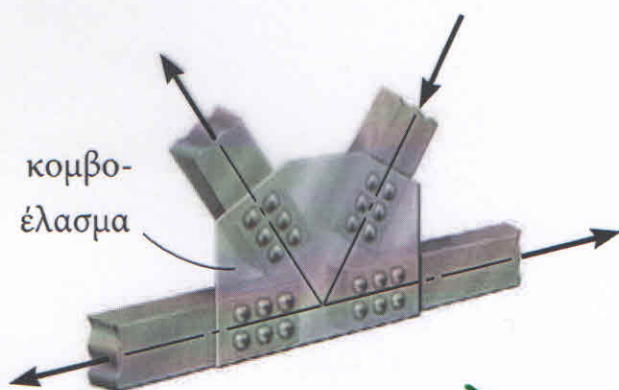
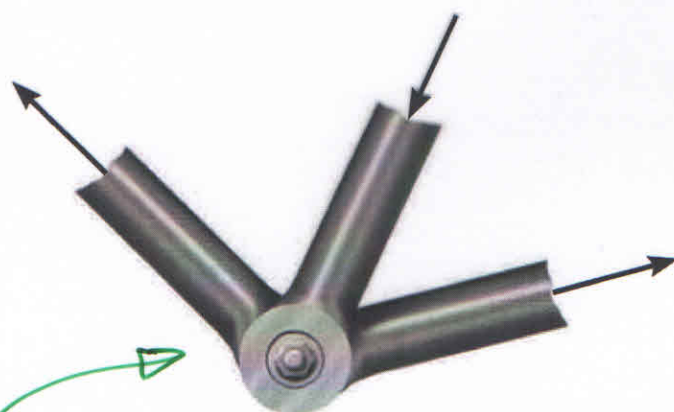


Διατμητοί Φορείς (Δικτυώματα):





(α)



(β)

κομβοί
διδυμώματος



(α)

εφελκυσμός
ράβδου



(β)

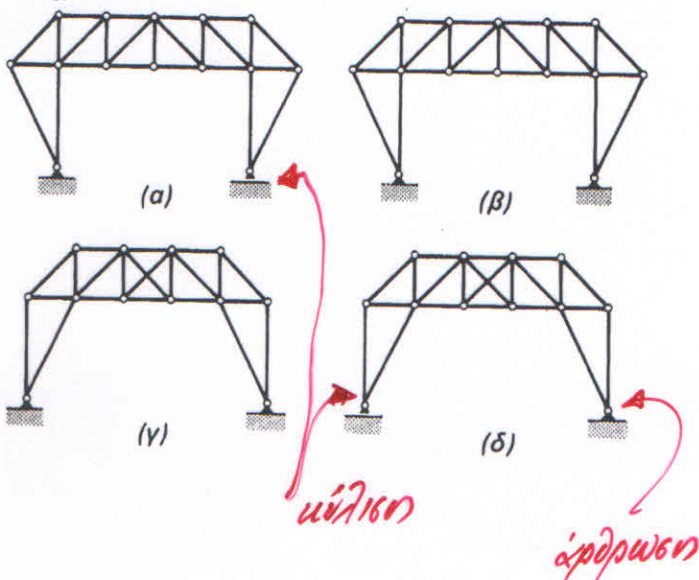
θλίψη
ράβδου

Βασικές υποθέσεις του σχεδιασμού
και της ανάλυσης διδυμωμάτων:

- Όλα τα εξωτερικά φορτία θεωρούνται στους κομβούς.
- Οι ράβδοι υπόκεινται μόνον θλίψη ή εφελκυσμό.
- Στους κομβούς δεν αναπτύσσονται τριβές ούτε θεωρούνται ροπές.

Ισοστατικά και Υπερστατικά Διευθύνματα:

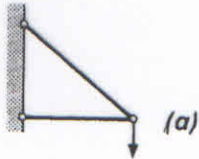
- Όταν οι εξισώσεις ισορροπίας στο επίπεδο, $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum M = 0$, επηρεάζουν για τον υπολογισμό των (αρχικά) αγνώστων αντιδράσεων του διευθύνματος, τότε η στήριξη του γορέα είναι ισοστατική και το διευθύνμα εσωτερικά ισοστατικό. Στην περίπτωση αυτή, ο αριθμός των αγνώστων μεγεθών είναι ίσος με τον αριθμό των εξισώσεων ισορροπίας.
- Όταν ο γορέας έχει πλεονάζουσες στήριξεις, ο αριθμός των αγνώστων αντιδράσεων είναι μεγαλύτερος των τριών. Τότε το διευθύνμα είναι εξωτερικά υπερστατικό και έχει βαθμό αριστίας ίσο με τον αριθμό των πλεονάζουσών στήριξεων.
- Όταν ο υπολογισμός των δυνάμεων των ράβδων επιτυγχάνεται με την διαδοχική εφαρμογή των εξισώσεων $\sum F_x = 0$ και $\sum F_y = 0$ σε όλους τους κόμβους του διευθύνματος, τότε αυτό είναι εσωτερικά ισοστατικό.



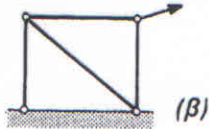
Εάν όχι, τότε το διευθύνμα είναι εξωτερικά υπερστατικό.

- (α) εσωτερικά και εξωτερικά ισοστατικό διευθύνμα.
- (β) εξωτερικά υπερστατικό - εσωτερικά ισοστατικό.
- (γ) εξωτερικά και εσωτερικά υπερστατικό.
- (δ) εξωτερικά ισοστατικό - εσωτερικά υπερστατικό.

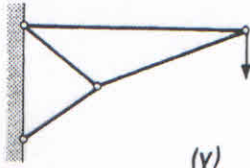
Τύποι δικτυωμάτων:



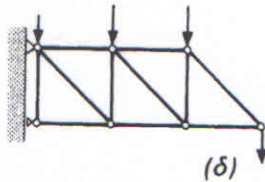
(α)



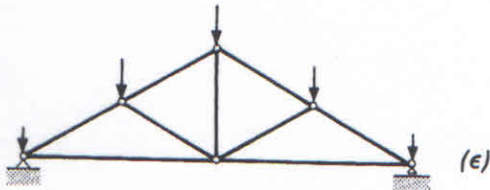
(β)



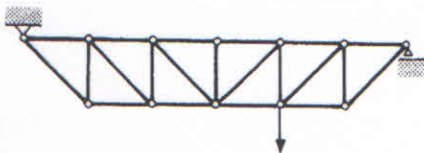
(γ)



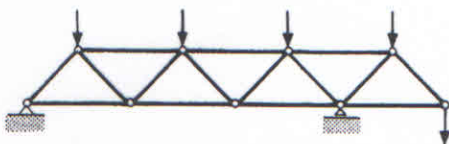
(δ)



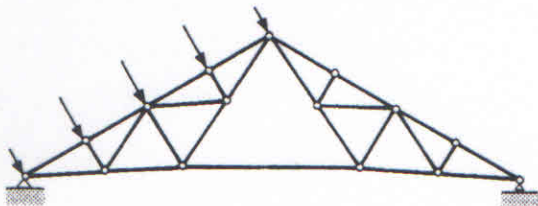
(ε)



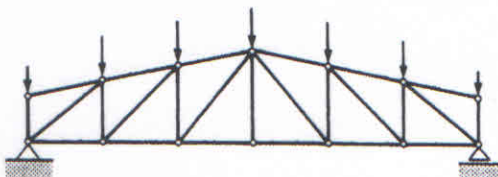
(στ)



(ζ)



(η)



(θ)

(α) και (γ): διάτension
βαρύτητων.

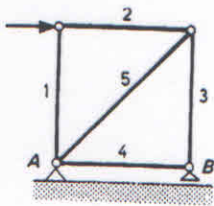
(β): αγκύρωση ελαστικότητα.

(δ), (ε), (η), (θ): στέγες.

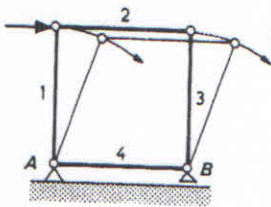
(στ) και (ζ): γέφυρες,
θερμαντήρες.

Διευκρίνιση επιπέδου δικτυώματος:

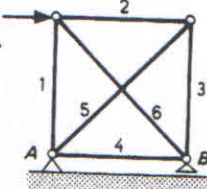
- Το δικτύωμα αποτελεί σταθερό σχηματικό πλάνο όταν εξελεγχίζεται το απελευθέρωτο των κόμβων του, για οποιαδήποτε φόρτιση.



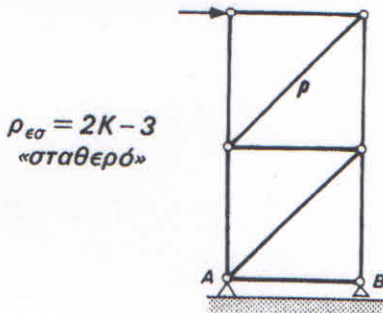
$K=4, \rho_{\epsilon\sigma}=5$
 $\rho_{\epsilon\sigma}=2K-3$
 «ισοστατικό»
 (α)



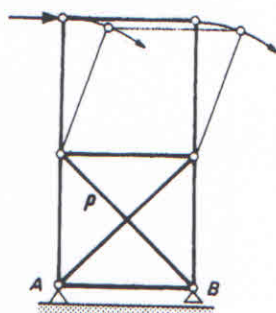
$K=4, \rho_{\epsilon\sigma}=4$
 $\rho_{\epsilon\sigma} < 2K-3$
 «μηχανισμός»
 (β)



$K=4, \rho_{\epsilon\sigma}=6$
 $\rho_{\epsilon\sigma} > 2K-3$
 «υπερστατικό»
 (γ)



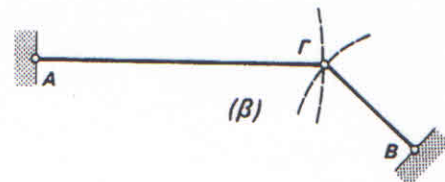
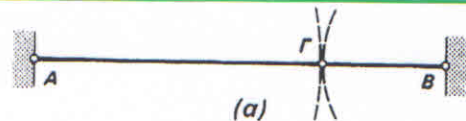
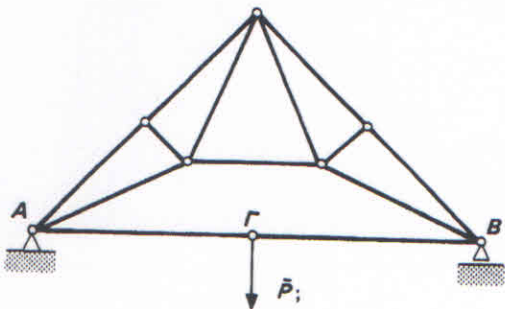
$\rho_{\epsilon\sigma}=2K-3$
 «σταθερό»



$\rho_{\epsilon\sigma}=2K-3$
 «ασταθές»

η συνθήκη $\rho_{\epsilon\sigma}=2K-3$
 δεν εξασφαλίζει, εν γένει,
 ταυτόχρονα την ισοστα-
 τικότητα και την
 σταθερότητα του δικτυώμα-
 τος.

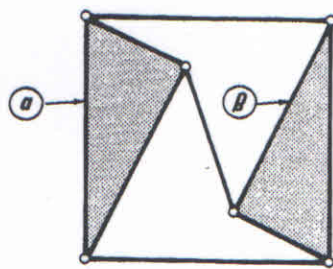
- Σε εξωτερικά ισοστατικά δικτυώματα, οι αριθμοί K και $\rho_{\epsilon\sigma}$, των κόμβων και των ράβδων του δικτυώματος, αντίστοιχα, ικανοποιούν κάποια από τις συνθήκες $\rho_{\epsilon\sigma} + 3 \geq 2K$ ή $\rho_{\epsilon\sigma} \leq 2K-3$.



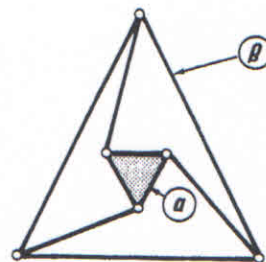
περίπτωση χαλάρου δικτυώματος
 (δύο ράβδοι σε ευθυγράμμιση)

Απλά και Σύνθετα Δικτυώματα :

- Απλό δικτύωμα υφίσταται το δικτύωμα που αποτελείται απολύτως από απλά τριγωνικά στοιχεία. Στα απλά δικτυώματα η συνθήκη $\rho_{εσ} = 2k - 3$ είναι μικρή και αναγκαία για κατατικότητα και ευστάθεια.
- Σύνθετο είναι το δικτύωμα που δεν επιπληρεί στην προηγούμενη κατηγορία.



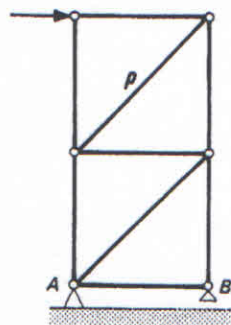
(a)



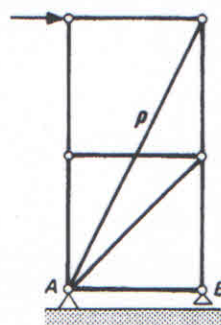
(β)

→ σύνθετα δικτυώματα

$\rho_{εσ} = 2K - 3$
«απλό»

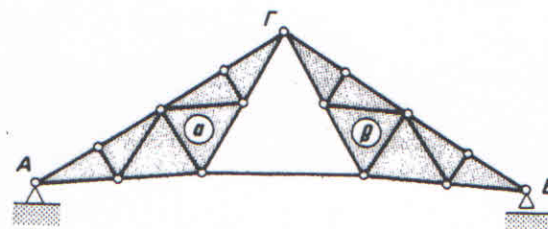


(a)



(β)

$\rho_{εσ} = 2K - 3$
«σύνθετο»



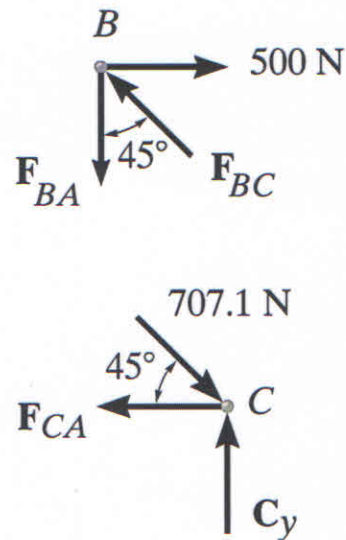
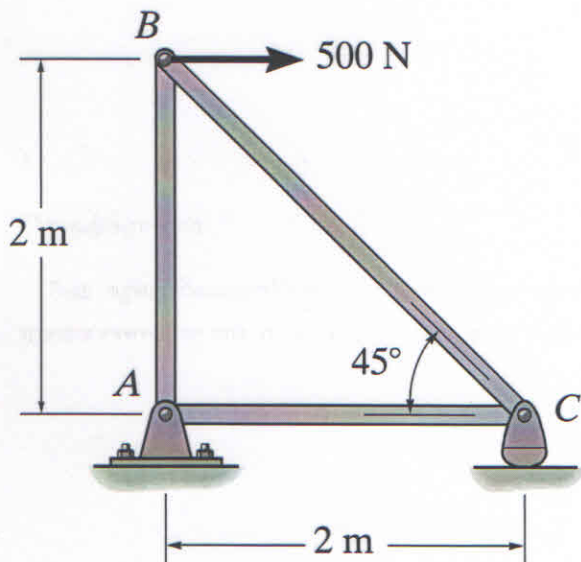
→ σύνθετο δικτύωμα

(συνδέει δύο απλά δικτυώματα μέσω της άρθρωσης Γ και της οριζόντιας δεσμικής ράβδου)

Μέθοδος των Κόμβων

Παράδειγμα 1:

Να προσδιορισθούν οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στις ράβδους του δικτυώματος.

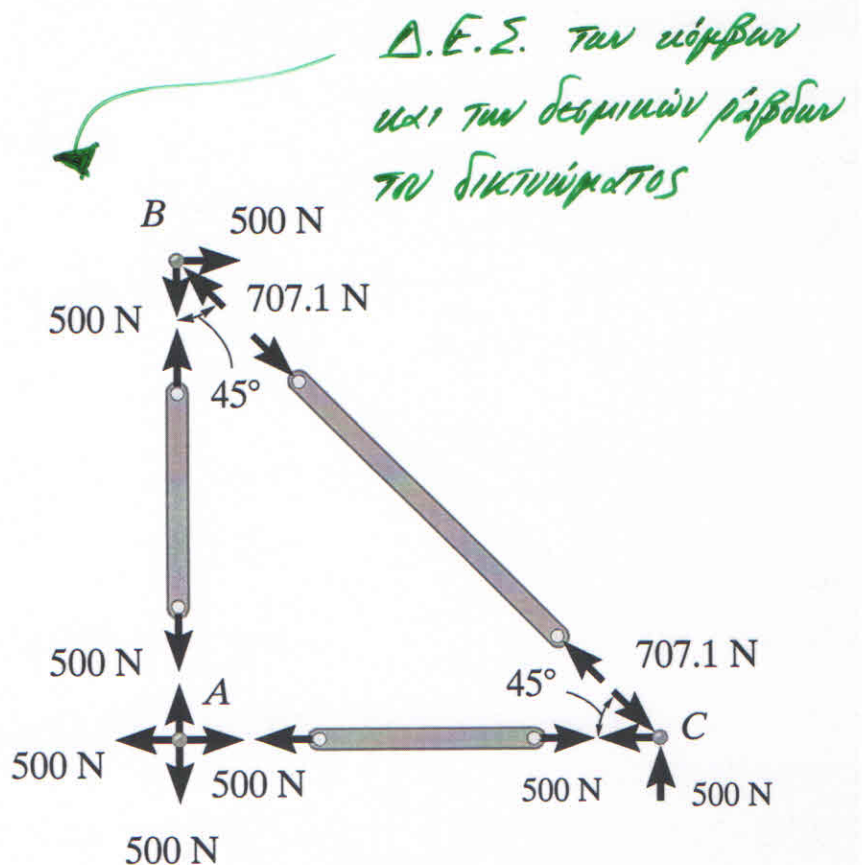
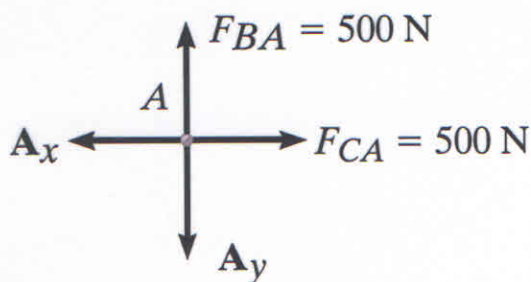


Κόμβος B: $\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow 500 \text{ N} - F_{BC} \sin 45^\circ = 0 \rightarrow$
 $F_{BC} = 707.1 \text{ N (στ.)},$

$\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow F_{BC} \cos 45^\circ - F_{BA} = 0 \rightarrow$
 $F_{BA} = 500 \text{ N (εφ.)}.$

Κόμβος C: $\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow -F_{CA} + 707.1 \cos 45^\circ \text{ N} = 0$
 $\rightarrow F_{CA} = 500 \text{ N (εφ.)},$

$\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow C_y - 707.1 \sin 45^\circ \text{ N} = 0 \rightarrow$
 $C_y = 500 \text{ N}.$



Δ.Ε.Σ. των κόμβων
και των δεσμιών ράβδων
του δικτυώματος

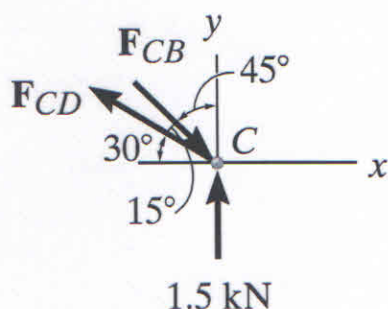
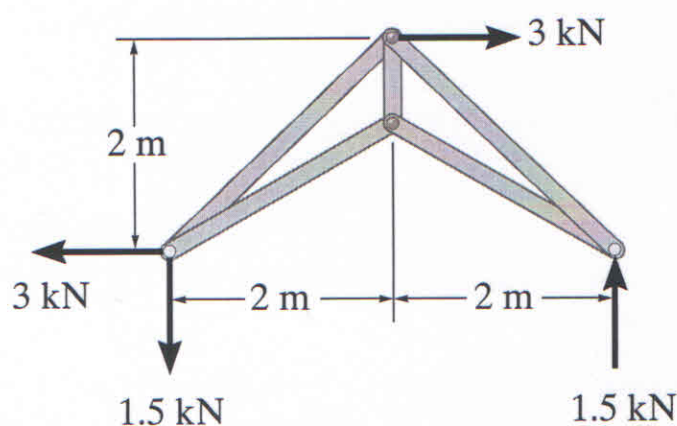
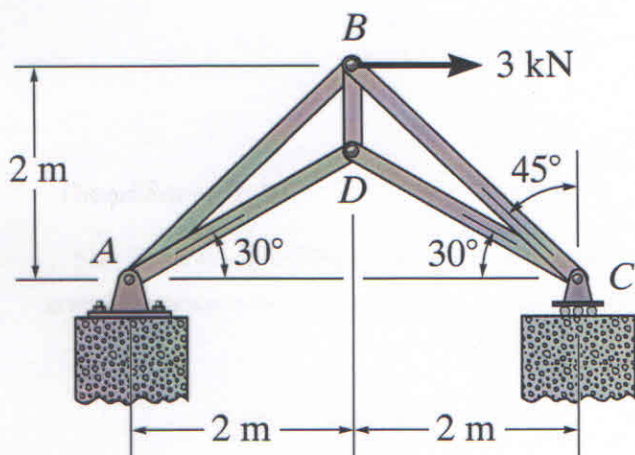
Κόμβος A: $\begin{aligned} & \rightarrow \sum F_x = 0 \leadsto 500\text{ N} - A_x = 0 \leadsto A_x = 500\text{ N}, \\ & \uparrow \sum F_y = 0 \leadsto 500\text{ N} - A_y = 0 \leadsto A_y = 500\text{ N}. \end{aligned}$

Σημείωση A: Οι αντιδράσεις στηρίξεως δε μπορούν ενδελεχτικά να προσδιοριστούν από τις εξισώσεις ισορροπίας του όλου σώματος.

Σημείωση B: Στα Δ.Ε.Σ. των κόμβων εμφανίζονται όλες οι δυνάμεις που δρουν στον κόμβο (εσωτερικές των ράβδων και εξωτερικές υδράς και οι αντιδράσεις στηρίξεως). Στα Δ.Ε.Σ. των ράβδων εμφανίζονται μόνον οι δυνάμεις που οδηγούν ή ελκύουν την ράβδο.

Παράδειγμα 2:

Να προσδιορισθούν οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στις ράβδους του δικτύωματος.



Επειδή παρατηρούμε ότι σε κάθε κόμβο εμφανίζονται πάντα από δύο άγνωστες δυνάμεις, θα προσδιορίσουμε πρώτα τις αντιδράσεις στις στηρίξεις. Τα αποτελέσματα δίνονται στο σχήμα.

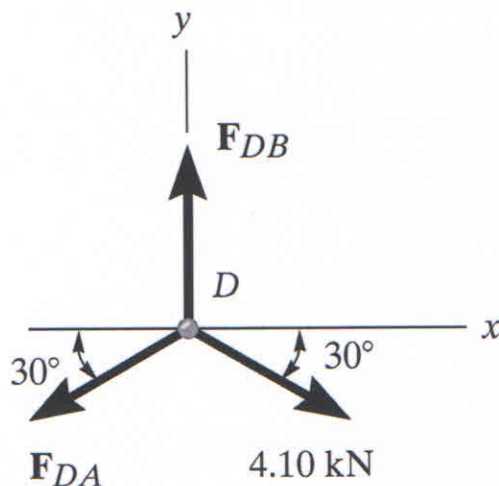
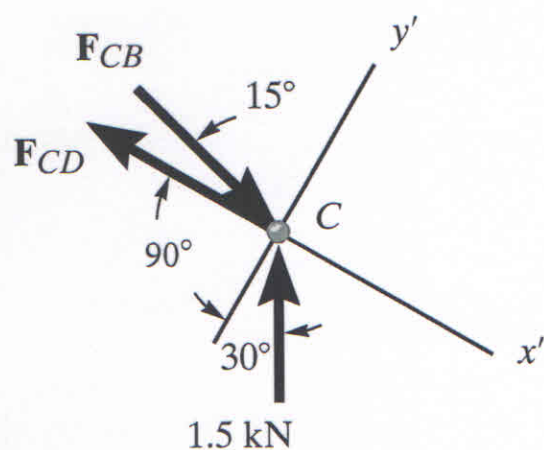
Κόμβος C: $\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow -F_{CD} \cos 30^\circ + F_{CB} \sin 45^\circ = 0,$

$\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow 1.5 \text{ kN} + F_{CD} \sin 30^\circ - F_{CB} \cos 45^\circ = 0,$

από τις οποίες λαμβάνουμε $F_{CB} = 5.02 \text{ kN}$ (στ.) και

$F_{CD} = 4.10 \text{ kN}$ (εφ.)

εναλλακτικός τρόπος για τον προσδιορισμό
των F_{CB} και F_{CD} - δείχνουμε ισορροπία
ως προς τις διευθύνσεις x' και y' του κόμβου C



Κόμβος D: $\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow -F_{DA} \cos 30^\circ + 4.10 \cos 30^\circ \text{ kN} = 0$

$\rightarrow F_{DA} = 4.10 \text{ kN (εγ.)}$,

$+ \uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow F_{DB} - 2(4.10 \sin 30^\circ \text{ kN}) = 0 \rightarrow$

$\rightarrow F_{DB} = 4.10 \text{ kN (εγ.)}$.

Κόμβος A ή B: $F_{BA} = 0.776 \text{ kN (εγ.)}$.