



Παραδείγματα για την 1^η παράδοση

1. Μεταβλητές ως μητρώα

Ο παρακάτω κώδικας που εκτελείται στο command window, δείχνει ότι οι βαθμωτές μεταβλητές είναι στην πραγματικότητα μητρώα με μία γραμμή και μία στήλη (με γαλάζιο φαίνεται η απόκριση του matlab).

Κώδικας

```
a=1
a = 1
a
a = 1
a(1)
ans = 1
a(1,1)
ans = 1
b(1)=3.14
b = 3.1400
b
b = 3.1400
b(1,1)
ans = 3.1400
c(1,1)=2.718
c = 2.7180
c
c = 2.7180
c(1)
ans = 2.7180
```

2. Ορισμός διανυσμάτων και μητρώων

Στο Matlab ένα διάνυσμα γραμμής ή διάνυσμα στήλης μπορούν να οριστούν ως φαίνεται στον κώδικα:

```
%Διανύσματα
clc;
clear;
a(1) = 1.1;
a = 1.1000
a(2) = 2.2;
a = 1.1000    2.2000
a(3) = 3.3;    %Δεν χρειάζεται δήλωση διάστασης
a = 1.1000    2.2000    3.3000
```

```

%Για να μην τυπώνονται πολλά βάζουμε άνω τελεία (;)
a(1) = 1.1;
a(2) = 2.2;
a(3) = 3.3;    %Δεν χρειάζεται δήλωση διάστασης
a              %Διάνυσμα - γραμμή
    a = 1.1000    2.2000    3.300

a = [1.1 2.2 3.3]; % Πιο εύκολη δήλωση διανύσματος γραμμής
a
    a = 1.1000    2.2000    3.300

b = [10.1; 11.2; 12.3]; %Διάνυσμα στήλη
b
    b = 10.1000
        11.2000
        21.3000

b = [10.1    %Άλλος τρόπος ορισμού διανύσματος στήλης
     11.2
     12.3
    ];
b
    b = 10.1000
        11.2000
        21.3000

a'    %Αναστροφή: η στήλη γίνεται γραμμή και η γραμμή στήλη
ans = 1.1000
      2.2000
      3.3000

b'
ans = 10.1000    11.2000    21.3000

b = [10.1 11.2 12.3]'; %Διάνυσμα στήλη
b
    b = 10.1000
        11.2000
        21.3000

```

Ομοίως, στο Matlab ένα μητρώο μπορεί να οριστεί και να προσπελαστεί ως φαίνεται στον κώδικα:

```

%Διανύσματα
%Μητρώα
clc;
clear;
a = [1 2 3
     4 5 6];
a
    a = 1    2    3
        4    5    6
a = [1 2 3; 4 5 6]; %Άλλος τρόπος
a
    a = 1    2    3
        4    5    6

%{
Τρόπος προσπέλασης μητρώων ως διάνυσμα:
Η αρίθμηση γίνεται 1, 2, 3, 4, .... και γίνεται κατά στήλες
δηλαδή μετρούμε τα στοιχεία της πρώτης στήλης, μετά της
δεύτερης κλπ.
a(1) -> a(1,1)
a(2) -> a(2,1)
a(3) -> a(1,2)
a(4) -> a(2,2)
a(5) -> a(1,3)

```

```

a(6) -> a(2,3)
%}
a(1)
    ans = 1
a(2)
    ans = 4
a(3)
    ans = 2
a(4)
    ans = 5
a(5)
    ans = 3
a(6)
    ans = 6

a'      %Ανάστροφο μητρώο
    ans = 1      4
           2      5
           3      6

%Άλλος τρόπος εκτύπωσης στην οθόνη:
disp([a(1,2) a(3)]);
    2      2
disp([a(2,2) a(4)]);
    5      5
disp([a(1,3) a(5)]);
    3      3
disp([a(2,3) a(6)]);
    6      6
disp('a');
a
disp('b');
b

```

3. Πράξεις μητρώων

Οι πράξεις όταν τα μητρώα έχουν μία γραμμή και μία στήλη γίνονται όπως και στα μαθηματικά:

```

g = 7;
e = 8;
telikos = (g+e)/2
    telikos = 7.5000
a = g-e
    a = -1
b = g*e
    b = 56
c = g/e
    c = 0.8750
d = g^e
    d = 576480

```

Οι πράξεις 2 διανυσμάτων (ή 2 μητρώων) γίνονται σε αντίστοιχα στοιχεία (το πρώτο στοιχείο του ενός με το πρώτο στοιχείο του άλλου, το δεύτερο με το δεύτερο κλπ). Οι διαστάσεις των διανυσμάτων (ή μητρώων) πρέπει να είναι ίδιες:

```

g = [7 5 6 3 10];
e = [8 8 8 8 8];
telikos = (g+e)/2
    telikos =    7.5000    6.5000    7.0000    5.5000    9.0000
a = g-e
    a =   -1    -3    -2    -5     2

```

```

e = [8 8 8];
telikos = (g+e)/2
    Error using + Matrix dimensions must agree.

```

Όμως μπορεί να γίνει πράξη μεταξύ διανύσματος (ή μητρώου) και αριθμού (δηλαδή μητρώου με μία γραμμή και μία στήλη). Ο αριθμός προστίθεται (ή αφαιρείται, ή πολλαπλασιάζεται κλπ) σε κάθε στοιχείο του διανύσματος (ή μητρώου):

```

g = [7 5 6 3 10];
e = 8;
telikos = (g+e)/2
    telikos =    7.5000    6.5000    7.0000    5.5000    9.0000
a = g-e
    a =    -1    -3    -2    -5     2
b = g*e
    b =    56    40    48    24    80
c = g/e
    c =    0.8750    0.6250    0.7500    0.3750    1.2500

```

Ο πολλαπλασιασμός, διαίρεση, και ύψωση σε δύναμη όταν και οι δύο παράγοντες είναι διανύσματα (ή μητρώα), στο Matlab συμβολίζεται με `.*` `./` και `.^` αντίστοιχα. Το ίδιο όταν ένας από τους παράγοντες σε ύψωση σε δύναμη είναι διάνυσμα (ή μητρώο), και το ίδιο όταν ο δεύτερος παράγοντας σε διαίρεση είναι διάνυσμα (ή μητρώο). Οι διαστάσεις των διανυσμάτων (ή μητρώων) πρέπει να είναι ίδιες:

```

g = [7 5 6 3 10];
e = [8 8 8 8 8];
b = g.*e
    b =    56    40    48    24    80
c = g./e
    c =    0.8750    0.6250    0.7500    0.3750    1.2500
d = g.^e
    d =    5764801    390625    1679616    6561    100000000
c = g.^e
    Error using ^
    Inputs must be a scalar and a square matrix.
    To compute elementwise POWER, use POWER (.^) instead.

```

Οι τελεστές `*` `/` και `^` κάνουν άλλες πράξεις (πχ μητρωικό πολλαπλασιασμό με την έννοια της γραμμικής άλγεβρας) και θα παρουσιαστούν σε επόμενο μάθημα.

4. Συναρτήσεις μητρώων

Οι συνηθισμένες συναρτήσεις (πχ ημίτονο, τετραγωνική ρίζα) όταν εφαρμοστούν σε διάνυσμα (ή μητρώο) επιστρέφουν ένα διάνυσμα με τις ίδιες διαστάσεις, που το κάθε του στοιχείο είναι πχ το ημίτονο ή τετραγωνική ρίζα των στοιχείων του αρχικού μητρώου:

```

g = [10 20 30 90 100];
a = sqrt(g) % Τετραγωνική ρίζα
    a =    3.1623    4.4721    5.4772    9.4868   10.0000
b = sind(g) % Ημίτονο γωνίας σε μοίρες
    b =    0.1736    0.3420    0.5000    1.0000    0.9848
c = cosd(g) % Συνημίτονο γωνίας σε μοίρες
    c =    0.9848    0.9397    0.8660     0    -0.1736

```

Υπάρχουν και συναρτήσεις που εφαρμόζονται μόνο με διανύσματα (ή μητρώα):

```

g = [10 20 30 90 100];
a = sum(g) % Αθροισμα στοιχείων
    a =    250
n = length(g) % Πλήθος στοιχείων (στην ουσία πλήθος γραμμών ή στηλών)
    n =     5
av = sum(g)/length(g) % Μέσος όρος
    av =    50

```

```

av = mean(g)           % Μέσος όρος
    av = 50
b = max(g)             % Μέγιστο στοιχείο
    b = 100
c = min(g)             % Ελάχιστο στοιχείο
    m = 10

```

5. Μητρώα και μιγαδικοί αριθμοί

% Η φανταστική μονάδα είναι το i αλλά και το j

```

a = 5.3 + 6.7i
    a = 5.3000 + 6.7000i
a = 4.3 + 6.7j
    a = 4.3000 + 6.7000i

```

% Πράξεις με μιγαδικούς αριθμούς

```

a = 10i
    a = 0.0000 + 10.0000i
b = a^2           % Το αποτέλεσμα είναι πραγματικός
    b = -100

```

% Προσοχή στη χρήση i και j

```

a = i
    a = 0.0000 + 1.0000i
b = a^2
    b = -1
i = 100           % Η φανταστική μονάδα i επισκιάζεται από τη μεταβλητή i
    i = 100
a = i
    a = 100
b = a^2
    b = 10000
a = 1i            % Αυτό λειτουργεί
    a = 0.0000 + 1.0000i
b = a^2
    b = -1

```

% Συναρτήσεις και μιγαδικοί

```

a = 1.5+2.5i
    a = 1.5000 + 2.5000i
b = sqrt(a)
    b = 1.4858 + 0.8413i
b = sin(a)
    b = 6.1169 + 0.4280i

```

% Μητρώα και μιγαδικοί

```

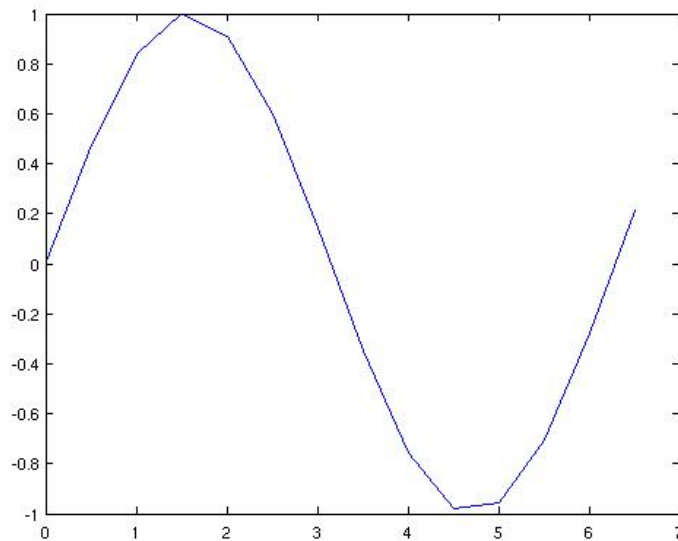
b = zeros(3,3) + a
    b = 1.5000 + 2.5000i    1.5000 + 2.5000i    1.5000 + 2.5000i
        1.5000 + 2.5000i    1.5000 + 2.5000i    1.5000 + 2.5000i
        1.5000 + 2.5000i    1.5000 + 2.5000i    1.5000 + 2.5000i
b = rand(3,3) + rand(3,3)*j
    b = 0.4018 + 0.9448i    0.1233 + 0.3377i    0.4173 + 0.1112i
        0.0760 + 0.4909i    0.1839 + 0.9001i    0.0497 + 0.7803i
        0.2399 + 0.4893i    0.2400 + 0.3692i    0.9027 + 0.3897i

```

6. Μητρώα και γραφήματα

Τα γραφήματα γίνονται με τιμές x που λαμβάνονται από ένα διάνυσμα, και τιμές y που λαμβάνονται από ένα άλλο διάνυσμα. Η διαστάσεις των διανυσμάτων πρέπει να είναι ίδιες.

```
clear; clc; close all;  
x = [0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5 5.5 6 6.5];  
y = sin(x);  
plot(x, y);
```

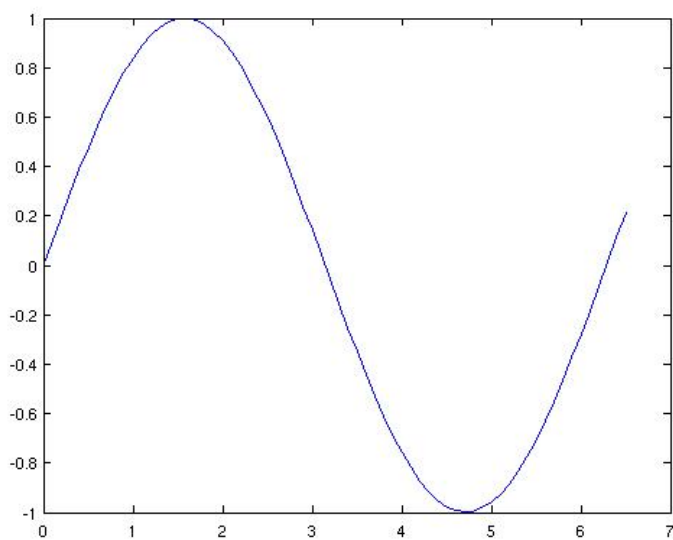


Ή πιο εύκολα:

```
clear; clc; close all;  
x = 0:0.5:6.5;  
y = sin(x);  
plot(x, y);
```

Για μεγαλύτερη ακρίβεια:

```
clear; clc; close all;  
x = 0:0.1:6.5;  
y = sin(x);  
plot(x, y);
```



Μπορούν να γίνουν πολλά διαγράμματα σε ένα script:

```
clear; clc; close all;
figure(1);
x = 0:0.5:6.5;
y = sin(x);
plot(x, y);
figure(2);
x = 0:0.1:6.5;
y = sin(x);
plot(x, y);
```

7. Πυθαγόρειο θεώρημα

Σε ορθογώνιο τρίγωνο να υπολογιστεί η υποτείνουσα από τις 2 κάθετες πλευρές.

Λύση

Έστω a, b οι 2 κάθετες πλευρές. Η υποτείνουσα είναι $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Ο κώδικας είναι:

```
clear; clc; close all;
c = sqrt(a.^2+b.^2)
    Undefined function or variable 'a'.
    Error in pl (line 2)    c = sqrt(a.^2+b.^2)
```

Έγινε λάθος διότι στο Matlab (και σε όλες οι γλώσσες προγραμματισμού) χρειάζεται οι μεταβλητές να οριστούν και να πάρουν τιμές. Έτσι:

```
clear; clc; close all;
a = 3;
b = 4;
c = sqrt(a.^2+b.^2)
    c =      5
```

Αλλά για να είναι χρήσιμο το πρόγραμμα και να επιλύει και άλλα τρίγωνα, πρέπει ο χρήστης να του δίνει τα μήκη των πλευρών:

```
clear; clc; close all;
a = input('Δώστε a:');
b = input('Δώστε b:');
c = sqrt(a.^2+b.^2)
    Δώστε a:3
    Δώστε b:4
    c =      5
```

Άλλος τρόπος είναι να δίνει ο χρήστης τις πλευρές ως διάνυσμα:

```
clear; clc; close all;
a = [3 4];
b = a.^2;    %Διάνυσμα με τα τετράγωνα των πλευρών (προσοχή ο τελεστής .^ )
s = sum(b);  %Αθροισμα των τετραγώνων
c = sqrt(s)  %Τετραγωνική ρίζα
    c =      5
```

Ή πιο συμπυκνωμένα:

```
clear; clc; close all;
a = [3 4];
c = sqrt(sum(a.^2))
    c =      5
```

Το ίδιο με ανάγνωση από το χρήστη:

```
clear; clc; close all;
a = input('Δώστε πλευρές: ');
c = sqrt(sum(a.^2))
    Δώστε πλευρές: [3 4]
    c =      5
```

Τέλος το πρόγραμμα πρέπει να εξηγεί τι υπολογίζει:

```
clear; clc; close all;
a = input('Δώστε πλευρές: ');
c = sqrt(sum(a.^2));
disp('Η υποτείνουσα είναι:');
disp(c);
Δώστε πλευρές: [3 4]
Η υποτείνουσα είναι:
c = 5
```

8. Απόσταση στην επιφάνεια της γης

Η απόσταση d πάνω στην επιφάνεια της γης μεταξύ σημείου με γεωγραφικές συντεταγμένες λ_1, φ_1 και άλλου σημείου με γεωγραφικές συντεταγμένες λ_2, φ_2 δίνονται από τις σχέσεις (όλες οι γωνίες είναι σε ακτίνια):

$$d = a \left(\sigma - \frac{f}{2} (X + Y) \right) \quad \text{όπου}$$

$$X = (\sigma - \sin \sigma) \frac{\sin^2 P \cos^2 Q}{\cos^2 \frac{\sigma}{2}}, \quad Y = (\sigma + \sin \sigma) \frac{\cos^2 P \sin^2 Q}{\sin^2 \frac{\sigma}{2}}$$

$$\sigma = 2 \arcsin \left(\sqrt{\sin^2 \left(\frac{\beta_2 - \beta_1}{2} \right) + \cos \beta_1 \cos \beta_2 \sin^2 \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} \right)} \right)$$

$$P = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}, \quad Q = \frac{\beta_2 - \beta_1}{2}$$

$$\beta_1 = \arctan \left((1-f) \tan \varphi_1 \right), \quad \beta_2 = \arctan \left((1-f) \tan \varphi_2 \right)$$

$$f = \frac{a-b}{a}, \quad a = 6378137 \text{ m}, \quad b = 6356752.314245 \text{ m}$$

Να γραφεί πρόγραμμα σε matlab το οποίο να υπολογίζει και να τυπώνει στην οθόνη την απόσταση μεταξύ Αθήνας ($\lambda_1=23.7275^\circ, \varphi_1=37.9838^\circ$) και Ρώμης ($\lambda_2=12.4964^\circ, \varphi_2=41.9028^\circ$).

Λύση

Η συνάρτηση `deg2rad()` μετατρέπει μοίρες σε ακτίνια. Στο Matlab το τόξο εφαπτομένης και τόξο ημιτόνου είναι οι συναρτήσεις `atan()` και `asin()` αντίστοιχα. Το πρόγραμμα είναι στην ουσία μετάφραση μαθηματικών υπολογισμών σε πράξεις Matlab:

```
clear; clc; close all;
lam1 = 23.7275;
phi1 = 37.9838;
lam2 = 12.4964;
phi2 = 41.9028;

lam1 = deg2rad(lam1);
phi1 = deg2rad(phi1);
lam2 = deg2rad(lam2);
phi2 = deg2rad(phi2);
a = 6378137;
b=6356752.314245;
f = (a-b)/a;
beta1 = atan((1-f)*tan(phi1));
beta2 = atan((1-f)*tan(phi2));
P = (beta1 + beta2) / 2;
Q = (beta2 - beta1) / 2;
sphi = sin(Q)^2;
slam = sin((lam2-lam1)/2)^2;
sig = 2*asin(sqrt(sphi + cos(beta1)*cos(beta2)*slam));
```



```
X = (sig - sin(sig)) * (sin(P)^2 * cos(Q)^2) / cos(sig/2)^2;  
Y = (sig + sin(sig)) * (cos(P)^2 * sin(Q)^2) / sin(sig/2)^2;  
d = a * (sig - f/2 * (X+Y))
```

```
d = 1.0528e+06
```

Η απόσταση είναι 1053 χιλιόμετρα.