ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

Ακαδ. Έτος: 2018-2019

Μάθημα: Μέθοδοι Επίλυσης με Η/Υ **Πέμπτη, 11/10/2018**

Διδάσκοντες: Ν.Δ. Λαγαρός (Αν. Καθηγητής), Αθ. Στάμος (ΕΔΙΠ), Χ. Φραγκουδάκης (ΕΔΙΠ)

Παραδείγματα για την 2η παράδοση - Συναρτήσεις στο MATLAB

1. Απόσταση σημείου από ευθεία

Η απόσταση d σημείου C(x_C,y_C) από ευθεία που περνάει από τα σημεία A(x_A,y_A) και B(x_B,y_B) υπολογίζεται ως εξής:

$$\vec{AB}=\vec{OB}-\vec{OA} \quad , \quad \vec{AC}=\vec{OC}-\vec{OA} \quad , \quad t=\frac{1}{|\vec{AB}|}(\vec{AB}\cdot\vec{AC}) \quad , \quad d=\sqrt{|\vec{AC}|^2-t^2}$$

Όπου οι διανυσματικές πράξεις ορίζονται ως εξής:

$$\vec{OA}=(X_A,Y_A) \quad , \quad \vec{OB}-\vec{OA}=(X_B-X_A,Y_B-Y_A) \quad , \quad |\vec{OA}|=\sqrt{X_A^2+Y_A^2} \quad ,$$
$$\vec{OA}\cdot\vec{OB}=X_A\cdot X_B+Y_A\cdot Y_B$$

Να συνταχθεί συνάρτηση σε Matlab η οποία με δεδομένα (ορίσματα) $X_A, Y_A, X_B, Y_B, X_C, Y_C$ να επιστρέφει την απόσταση D.

Λύση με βαθμωτά μεγέθη

```
function d = apos(xa, ya, xb, yb, xc, yc)
ab1 = xb - xa;
ab2 = yb - ya;
ac1 = xc - xa;
ac2 = yc - ya;
aab = sqrt(ab1.^2 + ab2.^2);
aac = sqrt(ac1.^2 + ac2.^2);
t = (ab1.*ac1 + ab2.*ac2)./aab;
d = sqrt(aac.^2-t.^2);
end
```

Ελέγχουμε το πρόγραμμα με το script:

```
clear; clc; close all;
apos(0,0,50,50,25,30)
      ans = 3.5355
```

Λύση με διανύσματα (μητρώα-γραμμές)

```
function d = aposv(a, b, c)
ab = b - a;
ac = c - a;
aab = sqrt(sum(ab.^2));
aac = sqrt(sum(ac.^2));
t = sum(ab.*ac)./aab;
d = sqrt(aac.^2-t.^2);
end
```

Ελέγχουμε το πρόγραμμα με το script:

```
clear; clc; close all;
aposv([0,0],[50,50],[25,30])
      ans = 3.5355
```

2. Παραγωγή

Μη κερδοσκοπικός οργανισμός πρόκειται να κατασκευάσει παιδικά ποδήλατα. Για την παραγωγή N ποδηλάτων το κόστος είναι K=700000+110N. Σύμφωνα με έρευνα αγοράς, το πλήθος N των ποδηλάτων που θα πωληθούν αν η τιμή πώλησης είναι T, δίνεται από τον τύπο: N = 70000-200T

Πόση πρέπει να είναι η τιμή πώλησης έτσι ώστε ο οργανισμός να καλύπτει τα έξοδά του (χωρίς κέρδος).

Λύση

Τα έσοδα του οργανισμού είναι: E=N·T

Τα έξοδα του οργανισμού είναι: K=700000+110·N

Το κέρδος του οργανισμού: E-K=0 => N·T – 700000-110·N = 0 => N·(T-110) -700000 = 0 =>

(70000-200·T)(T-110)-700000=0 => $-200 \cdot T^2+92000 \cdot T-8400000=0$

Φτιάχνουμε function που επιλύει τη δευτεροβάθμια εξίσωση και τυπώνουμε τις 2 λύσεις.

Λύση δευτεροβάθμιας εξίσωσης:

Έστω $ax^2+bx+c=0$. Οι λύσεις είναι:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Συνάρτηση που επιλύει δευτεροβάθμια εξίσωση:

```
function [x1, x2] = deft(a, b, c)
d = sqrt(b^2 - 4*a*c);
x1 = (-b + d) / (2*a);
x2 = (-b - d) / (2*a);
end
```

Η άσκηση λύνεται με το script:

```
clear; clc; close all;
[T1, T2] = deft(-200, 92000, -8400000)
       T1 = 125.60
       T2 = 334.40
```

Προτιμούμε τη μικρότερη τιμή πώλησης, η οποία επιπλέον αντιστοιχεί και σε περισσότερα παιδικά ποδήλατα.

3. Τριγωνικά πεπερασμένα στοιχεία

Σε στατική ανάλυση με τριγωνικά πεπερασμένα στοιχεία οι διάφορες πράξεις γίνονται σε τοπικές συντεταγμένες L_1, L_2, L_3. Αν οι μετατοπίσεις των κόμβων του τριγωνικού πεπερασμένου στοιχείου είναι (U_1, V_1), (U_2, V_2), (U_3, V_3), τότε οι μετατοπίσεις ενός τυχαίου σημείου P στο εσωτερικό του στοιχείου με τοπικές συντεταγμένες L_1, L_2 είναι:

$U_A = U_1L_1+U_2L_2+U_3L_3$, $V_A = V_1L_1+V_2L_2+V_3L_3$, όπου $L_1+L_2+L_3=1$

Να συνταχθεί συνάρτηση σε Matlab η οποία με δεδομένα (ορίσματα) U_1, V_1, U_2, V_2, U_3, V_3, L_1, L_2 να επιστρέφει τις μετατοπίσεις U_A, V_A

Λύση με βαθμωτά μεγέθη

Οι μετατοπίσεις U και V υπολογίζονται με τον ίδιο τρόπο και έτσι τοποθετούμε τον κοινό κώδικα σε βοηθητική συνάρτηση:

```
function UA = local(U1, U2, U3, L1, L2)
```

```
L3 = 1 - L1 - L2;
UA = U1.*L1 + U2.*L2 + U3.*L3;
end
```

Με την βοήθεια της συνάρτησης local() οι μετατοπίσεις υπολογίζονται με τη συνάρτηση:

```
function [UA, VA] = metatop(U1, V1, U2, V2, U3, V3, L1, L2)
UA = local(U1, U2, U3, L1, L2);
VA = local(V1, V2, V3, L1, L2);
end
```

Ελέγχουμε το πρόγραμμα με το script:

```
clear; clc; close all;
[UA, VA] = metatop(10,100,20,200,30,300, 0.2, 0.2)
    UA =  24.000
    VA =  240.00
```

Λύση με διανύσματα (μητρώα-γραμμές)

Η λύση απλοποιείται με τη χρήση διανυσμάτων:

```
function UA = localv(U, L)
LA = [L(1) L(2) 1-sum(L)];
UA = sum(U.*LA);
end

function [UA, VA] = metatopv(U, V, L)
UA = localv(U, L);
VA = localv(V, L);
end
```

Ελέγχουμε το πρόγραμμα με το script:

```
clear; clc; close all;
[UA, VA] = metatopv([10,20,30], [100,200,300], [0.2, 0.2])
    UA =  24.000
    VA =  240.000
```

Ας σημειωθεί ότι η λύση με τα διανύσματα δεν χρησιμοποιείται συχνά διότι μπορεί να γίνει ακόμα μεγαλύτερη συμπύκνωση υπολογισμών χρησιμοποιώντας μητρώα (διδιάστατα).

4. Υπολογισμός συντελεστή τριβής

Να συνταχθεί πρόγραμμα το οποίο να υπολογίζει με χρήση συνάρτησης το συντελεστή τριβής σε κλειστούς αγωγούς με τον αναδρομικό τύπο:

$$f_{n+1}=\frac{1}{\left[2\log_{10}\left(\frac{k/D}{3.71}+\frac{2.51}{\Re\sqrt{f_n}}\right)\right]^2}$$

όπου f_1=0.002 και f_5 είναι ο συντελεστής τριβής. Να τρέξετε το πρόγραμμα για να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής για k/D=0.001 και $\Re=150000$.

Λύση

Επαναλαμβάνουμε τον τύπο 4 φορές:

```
function f5 = trib(kD, Re)
f1 = 0.002;
f2 = 2.*log10(kD./3.71 + 2.51./(Re.*sqrt(f1)));
f2 = 1 ./ f2.^2;

f3 = 2.*log10(kD./3.71 + 2.51./(Re.*sqrt(f2)));
```

```
f3 = 1 ./ f3.^2;

f4 = 2.*log10(kD./3.71 + 2.51./(Re.*sqrt(f3)));
f4 = 1 ./ f4.^2;

f5 = 2.*log10(kD./3.71 + 2.51./(Re.*sqrt(f4)));
f5 = 1 ./ f5.^2;
end
```

Ελέγχουμε το πρόγραμμα με το script:

```
clear; clc; close all;
f = trib(0.001, 150000)
    f =  0.021426
```

Λύση με 2 συναρτήσεις

Η επανάληψη του ίδιου τύπου πολλές φορές είναι κουραστική και επιρρεπής σε λάθη. Έτσι τοποθετούμε τον κώδικα που επαναλαμβάνεται σε ξεχωριστή συνάρτηση:

```
function f2 = typos(kD, Re, f1)
f2 = 2.*log10(kD./3.71 + 2.51./(Re.*sqrt(f1)));
f2 = 1 ./ f2.^2;
End

function f5 = trib2(kD, Re)
f1 = 0.002;
f2 = typos(kD, Re, f1);
f3 = typos(kD, Re, f2);
f4 = typos(kD, Re, f3);
f5 = typos(kD, Re, f4);
end
```

Ελέγχουμε το πρόγραμμα με το script:

```
clear; clc; close all;
f = trib2(0.001, 150000)
    f =  0.021426
```